סטטיקה של גוף קשיח

קובץ הסבר • מומנט כוח, מרכז כובד, מנופים, סולמות והתהפכות

מכינה קדם־אקדמית | קורס מבוא | להעמקה

אינסוף
פיזיקה • מכניקה

מה תמצאו כאן?

עד עכשיו התייחסנו לכל גוף כאל נקודה: ארגז, מכונית או לוויין. כדי שגוף כזה יהיה בשיווי משקל, הספיק שהכוח השקול עליו יהיה אפס. אבל דלת, סולם או קרש של נדנדה הם גופים גדולים, ובהם חשוב גם איפה פועל כל כוח. בנושא הזה נכיר את מומנט הכוח, שמודד עד כמה כוח מסובב גוף, ואת מרכז הכובד, הנקודה שבה פועל המשקל. בעזרתם נפתור שאלות על מנופים, קורות, צירים, סולמות וגופים שמתהפכים.

למי הקובץ? הנושא לא נמצא בתוכנית הבגרות ל־5 יח״ל. לומדים אותו במכינות הקדם־אקדמיות ובקורסי המבוא במכניקה, והוא מעמיק את חוקי ניוטון.

מה כדאי לדעת קודם? חוקי ניוטון, תרשים כוחות וחיכוך (נושא 2), עבודה (נושא 3) ומרכז המסה (נושא 4). בפרקים האחרונים נשתמש גם באנרגיה פוטנציאלית (נושא 3), בתנועה מעגלית (נושא 5) ובטריק של g אפקטיבי (נושא 2).

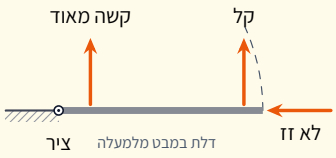
בשרטוטים: כוחות בכתום →, משקל בסגול →, זרוע של כוח בירוק מקווקו ----, כיוון הסיבוב בחץ מעוגל ↻, מרכז הכובד בסימן ⊕, וציר בעיגול לבן ○.

נתונים וסימון: $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$. את המומנט נסמן ב־τ (האות היוונית טאו). בספרים רבים מסמנים אותו ב־M, וכאן בחרנו ב־τ, כי M היא מסה.

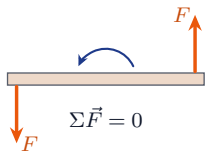
1 הרעיון הגדול: למה הידית רחוקה מהצירים?

בגובה העיניים

נסו לפתוח דלת כשאתם דוחפים אותה ליד הצירים. צריך לדחוף חזק מאוד. אותה דחיפה ליד הידית פותחת את הדלת בקלות, ודחיפה לאורך הדלת, אל הצירים, לא מזיזה אותה בכלל. ההשפעה של כוח על גוף שיכול להסתובב תלויה בשלושה דברים: בגודל הכוח, במרחק שלו מהציר ובכיוון שלו. גודל אחד מאחד את שלושתם: מומנט הכוח. לפי מסורת עתיקה, ארכימדס אמר: ״תנו לי נקודת משען, ואזיז את כדור הארץ״. הוא התכוון למנוף ארוך מספיק.



כוח שקול אפס לא מספיק. הניחו סרגל על שולחן חלק, ומשכו את שני הקצוות שלו בכוחות שווים ומנוגדים, בניצב לסרגל. הכוח השקול על הסרגל אפס, ולכן מרכז המסה שלו לא מאיץ (נושא 4). ובכל זאת הסרגל מתחיל להסתובב. לכן לגוף גדול צריך תנאי נוסף לשיווי משקל, ובו מופיע מומנט הכוח.



2 גוף קשיח וקו הפעולה של כוח

גוף קשיח הוא מודל, כמו גוף נקודתי או גז אידיאלי: גוף שהמרחק בין כל שתי נקודות בו לא משתנה. הוא לא מתכופף, לא נמתח ולא נמעך. קרש, סולם ודלת הם גופים קשיחים בקירוב טוב, כל עוד הכוחות לא שוברים אותם.

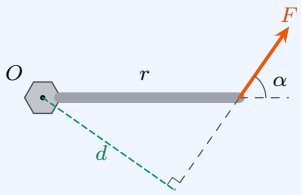
- **נקודת אחיזה.** בגוף קשיח מסמנים כל כוח בנקודה שבה הוא פועל: משקל במרכז הכובד (פרק 4), כוח נורמל בנקודת המגע, מתיחות בנקודה שבה החוט קשור.
- **קו הפעולה** של כוח הוא הישר שעובר דרך נקודת האחיזה בכיוון הכוח. אפשר להזיז כוח לאורך קו הפעולה שלו בלי לשנות את ההשפעה שלו על גוף קשיח. למשל, דחיפה של עגלה מאחור ומשיכה שלה מלפנים, באותו כוח ולאורך אותו קו, משפיעות עליה באותו אופן.

© אור בן שטרית · אינסוף

- **כוח לא מסובב גוף סביב נקודה שנמצאת על קו הפעולה שלו.** זה מה שקרה בדחיפה לאורך הדלת.

3 מומנט הכוח

מומנט של כוח סביב ציר



המומנט של כוח F סביב ציר O:

$$\tau = F\,d$$

d היא **זרוע הכוח**: המרחק הניצב מ־O אל קו הפעולה של הכוח. כש־r הוא המרחק מ־O לנקודת האחיזה ו־α הזווית בין הכוח לישר שמחבר את O לנקודת האחיזה, $d = r\sin\alpha$, ולכן

$$\tau = F\,r\sin\alpha$$

היחידה: $\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$, ולא ג׳אול: במומנט המרחק ניצב לכוח, ושום דבר לא חייב לזוז. **סימן:** מומנט שמסובב נגד כיוון השעון חיובי, ומומנט שמסובב עם כיוון השעון שלילי.

יש שלוש דרכים לחשב את אותו מומנט, ובוחרים את הנוחה:

1. **כוח כפול זרוע:** $\tau = F\,d$. מאריכים את קו הפעולה, ומודדים את המרחק הניצב אליו.
2. **רכיב ניצב כפול מרחק:** $\tau = F_\perp\,r$, כאשר $F_\perp = F\sin\alpha$ הוא רכיב הכוח הניצב לישר שמחבר את O לנקודת האחיזה. הרכיב שלאורך הישר לא מסובב.
3. **רכיבים:** כש־O בראשית הצירים ונקודת האחיזה ב־(x,y), $\tau = x\,F_y - y\,F_x$: הרכיב F_y פועל בזרוע x, הרכיב F_x בזרוע y, והם מסובבים בכיוונים מנוגדים. הדרך הזו נוחה כשהכוחות נתונים ברכיבים, למשל בסולם.

דוגמה פתורה

מפתח ברגים. אורך המפתח, מציר האום ועד המקום שבו דוחפים, הוא $0.25\,\mathrm{m}$, ודוחפים בכוח של $200\,\mathrm{N}$. (1) בניצב למפתח: $\tau = 200\cdot 0.25 = 50\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$. (2) בזווית 37° למפתח: $\tau = 200\cdot 0.25\cdot\sin 37^\circ = 30\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$. (3) לאורך המפתח, אל האום: $\sin\alpha = 0$, ו־$\tau = 0$. אום של גלגל מכונית מהדקים במומנט של בערך $100\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$, ובכוח של $200\,\mathrm{N}$ דרושה לשם כך זרוע של $0.50\,\mathrm{m}$. אום תקוע משחררים לפעמים בעזרת צינור שמאריך את המפתח.

בדקו את עצמכם

כוח של $40\,\mathrm{N}$ פועל על מוט, במרחק $0.50\,\mathrm{m}$ מהציר, בזווית 30° למוט. מה המומנט שלו סביב הציר? באיזו זווית בין הכוח למוט המומנט הוא הגדול ביותר, ומה ערכו?

4 מרכז הכובד

כל חלק קטן של גוף נמשך אל כדור הארץ. את כל הכוחות האלה אפשר להחליף בכוח אחד, mg, שפועל בנקודה אחת: **מרכז הכובד**. המומנט של המשקל סביב ציר כלשהו שווה ל־mg כפול המרחק האופקי בין הציר למרכז הכובד.

איפה מרכז הכובד?

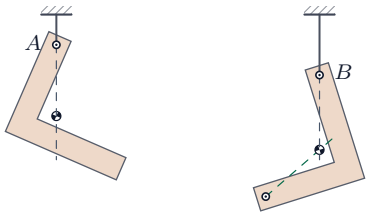
גוף אחיד וסימטרי: במרכז שלו (מוט אחיד: באמצע). כמה חלקים, שהמסות שלהם $m_1, m_2, \ldots$ ומרכזי הכובד שלהם ב־$x_1, x_2, \ldots$:

$$x_{\mathrm{cg}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots}$$

ובאותו אופן y_{cg}. זו הנוסחה של מרכז המסה מנושא 4. כשהשדה g אחיד, כמו ליד פני כדור הארץ, מרכז הכובד ומרכז המסה הם אותה נקודה.

© אור בן שטרית · אינסוף

למה הנוסחה נכונה? המומנט של כל המשקלים הקטנים סביב הראשית הוא $m_1gx_1 + m_2gx_2 + \dots$. משקל אחד, $(m_1 + m_2 + \dots)g$, שפועל ב־x_{cg}, נותן בדיוק אותו מומנט.



איך מוצאים מרכז כובד בניסוי? תולים את הגוף מנקודה A, כך שיוכל להסתובב בחופשיות. הוא נעצר כשמרכז הכובד נמצא בדיוק מתחת ל־A, אחרת למשקל יש מומנט שמסובב אותו. מסמנים קו אנכי שעובר דרך A, תולים מנקודה שנייה B, ומסמנים קו נוסף. מרכז הכובד נמצא בנקודת החיתוך.

מרכז הכובד יכול להיות מחוץ לגוף: בטבעת, בבומרנג ובלוח בצורת L, כמו בשרטוט. בקפיצה לגובה בשיטת פוסברי הקופץ מקמר את הגוף מעל המוט, ומרכז הכובד שלו יכול לעבור מתחת למוט.

דוגמה פתורה

מוט ומשקולת. מוט אחיד שאורכו $1.2\,\text{m}$ ומסתו $2.0\,\text{kg}$, ובקצה אחד שלו קשורה משקולת קטנה של $1.0\,\text{kg}$. נמדוד מהקצה השני:

$$x_{\text{cg}} = \frac{2.0 \cdot 0.60 + 1.0 \cdot 1.2}{2.0 + 1.0} = 0.80\,\text{m}$$

מרכז הכובד זז מהאמצע לכיוון המשקולת. אם נניח את המוט על אצבע בנקודה הזו, הוא יישאר מאוזן.

נסו בבית: מטאטא על שתי אצבעות. החזיקו מקל של מטאטא אופקית על שתי האצבעות המורות, רחוק זו מזו, וקרבו אותן לאט זו לזו. הן תמיד ייפגשו מתחת למרכז הכובד, גם כשהמטאטא כבד בצד אחד. האצבע הקרובה יותר למרכז הכובד נושאת יותר משקל, כמו בקורה על שתי תמיכות (פרק 8), ולכן החיכוך הסטטי המרבי עליה גדול יותר, והמקל מחליק על האצבע השנייה. האצבע שמחליקה מתקרבת למרכז הכובד, והכוח עליה גדל. כשהחיכוך הקינטי עליה עולה על החיכוך הסטטי המרבי על האצבע השנייה, התפקידים מתחלפים. כך האצבעות מתקדמות לסירוגין, עד שהן נפגשות מתחת למרכז הכובד.

בדקו את עצמכם

שני ילדים, של $30\,\text{kg}$ ושל $20\,\text{kg}$, יושבים בשני הקצוות של נדנדה שאורכה $4.0\,\text{m}$. מסת הקרש זניחה. באיזה מרחק מהילד הכבד נמצא מרכז הכובד של שניהם?

5 שני תנאים לשיווי משקל

גוף קשיח שנמצא במנוחה ונשאר במנוחה נמצא ב**שיווי משקל סטטי**. התנאי הראשון מבטיח שמרכז הכובד לא יתחיל לנוע, והשני מבטיח שהגוף לא יתחיל להסתובב.

תנאי שיווי המשקל של גוף קשיח

1. **הכוח השקול אפס:** $\Sigma F_x = 0$ ו־$\Sigma F_y = 0$.
2. **סכום המומנטים אפס סביב כל נקודה:** $\Sigma\tau = 0$.

כשכל הכוחות במישור אחד, אלה שלוש משוואות, ולכן אפשר למצוא בעזרתן לכל היותר שלושה נעלמים.

סביב איזו נקודה מחשבים מומנטים?

כשהכוח השקול אפס, סכום המומנטים לא תלוי בנקודה שסביבה מחשבים. לכן בוחרים נקודה נוחה, ובדרך כלל נקודה שבה פועלים כוחות לא ידועים. המומנט שלהם סביבה אפס, והם נעלמים מהמשוואה.

למה סכום המומנטים לא תלוי בנקודה? נזיז את הציר מרחק s ימינה. שיעור ה־x של כל נקודת אחיזה, ביחס לציר החדש, קטן ב־s, ולכן המומנט $x\,F_y - y\,F_x$ של כל כוח משתנה ב־$-s\,F_y$. כל השינויים יחד: $-s\,\Sigma F_y = 0$. כך גם בהזזה של הציר למעלה, עם $\Sigma F_x = 0$.

יותר מדי נעלמים. לשולחן עם ארבע רגליים יש ארבעה כוחות נורמל לא ידועים, ומשוואות שיווי המשקל לא מספיקות כדי למצוא את כל ארבעתם. הם תלויים בעיוותים זעירים של השולחן ושל הרצפה. לכן שולחן עם ארבע רגליים מתנדנד לפעמים, ושרפרף עם שלוש רגליים לא מתנדנד אף פעם: שלוש נקודות תמיד נוגעות ברצפה.

© אור בן שטרית · אינסוף

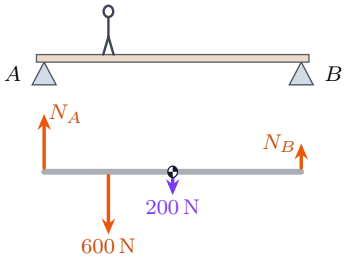
6 שיטה ב־5 צעדים לשאלה של שיווי משקל

שיטה ב־5 צעדים

1. **בוחרים גוף** אחד, ומשרטטים אותו לבד.
2. **מסמנים כל כוח בנקודה שבה הוא פועל:** משקל במרכז הכובד, נורמל וחיכוך בנקודות המגע, מתיחות בנקודות הקשירה. כוח של ציר שהכיוון שלו לא ידוע מסמנים בשני רכיבים.
3. **בוחרים ציר למומנטים** בנקודה שבה פועלים הכי הרבה כוחות לא ידועים.
4. **כותבים שלוש משוואות:** $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ ו־$\Sigma\tau = 0$, כשמומנט נגד כיוון השעון חיובי.
5. **פותרים ובודקים:** סכום המומנטים סביב נקודה אחרת חייב לצאת אפס.

דוגמה פתורה

קרש על שתי תמיכות. קרש אחיד שאורכו $4.0\,\text{m}$ ומסתו $20\,\text{kg}$ מונח על שתי תמיכות, A בקצה השמאלי ו־B בקצה הימני. אדם שמסתו $60\,\text{kg}$ עומד במרחק $1.0\,\text{m}$ מ־A. מה הכוח של כל תמיכה על הקרש?



פתרון. על הקרש פועלים ארבעה כוחות: N_A ו־N_B כלפי מעלה, המשקל של הקרש ($200\,\text{N}$, באמצע) והכוח שהאדם מפעיל ($600\,\text{N}$, במרחק $1.0\,\text{m}$ מ־A). נחשב מומנטים סביב A, כדי ש־N_A ייעלם מהמשוואה:

$$N_B \cdot 4.0 - 200 \cdot 2.0 - 600 \cdot 1.0 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_B = 250\,\text{N}$$

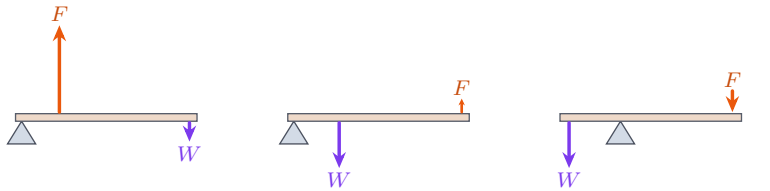
ומהכוחות האנכיים: $N_A = 800 - 250 = 550\,\text{N}$. בדיקה סביב B: $-550 \cdot 4.0 + 200 \cdot 2.0 + 600 \cdot 3.0 = 0$. התמיכה הקרובה לאדם נושאת יותר.

בדקו את עצמכם

באיזה מקום על הקרש צריך לעמוד האדם, כדי ששתי התמיכות יישאו כוחות שווים? מה יהיה אז הכוח של כל תמיכה?

7 מנופים

מנוף הוא מוט קשיח שיכול להסתובב סביב **נקודת משען**. כשמשקל המוט זניח, הכוח F_1 בזרוע d_1 מאזן את הכוח F_2 בזרוע d_2 כאשר $F_1 d_1 = F_2 d_2$. כוח קטן בזרוע ארוכה מאזן כוח גדול בזרוע קצרה. לפי המקום של נקודת המשען יש שלושה סוגים של מנופים:



סוג 1: נקודת המשען באמצע
נדנדה, מספריים, "רגל עז"

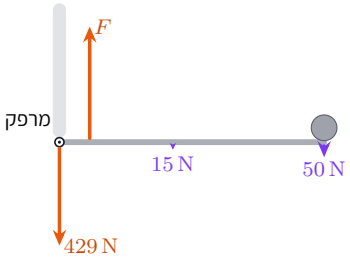
סוג 2: המשא באמצע
מריצה, מפצח אגוזים, פותחן

סוג 3: הכוח באמצע
האמה, פינצטה, חכה

- **בסוג 2** הזרוע של הכוח תמיד ארוכה מהזרוע של המשא, ולכן תמיד מרוויחים בכוח. **בסוג 3** להפך: מפסידים בכוח, אבל קצה המנוף זז מהר ורחוק. **בסוג 1** אפשר להרוויח בכוח או במרחק, לפי המקום של נקודת המשען.
- **מנוף לא נותן אנרגיה בחינם.** כשמרימים משא בכוח קטן פי 5 ממשקלו, היד זזה מרחק גדול פי 5 מהמשא, והעבודה של היד שווה לעבודה שנעשית על המשא (נושא 3).

דוגמה פתורה

היד היא מנוף מסוג 3. אדם מחזיק כדור של $5.0\,\text{kg}$, והאמה שלו אופקית. מהמרפק: הכדור במרחק $35\,\text{cm}$, מרכז הכובד של האמה (מסתה $1.5\,\text{kg}$) במרחק $15\,\text{cm}$, והשריר הדו־ראשי מחובר לאמה במרחק $4.0\,\text{cm}$ ומושך אנכית למעלה. מה הכוח של השריר?



פתרון. נחשב מומנטים סביב המרפק, כי הכוח של המפרק לא ידוע:

$$F \cdot 0.040 = 50 \cdot 0.35 + 15 \cdot 0.15 \quad \Rightarrow \quad F \approx 494\,\text{N}$$

כמעט פי 10 ממשקל הכדור! מהכוחות האנכיים, עצם הזרוע לוחצת על האמה במרפק בכוח של כ־$429\,\text{N}$, כלפי מטה. הגוף "משלם" בכוח, ובתמורה כף היד זזה מרחק גדול פי 9 בערך מההתקצרות של השריר.

בדקו את עצמכם

בעזרת "רגל עז" (מוט ברזל) שאורכה $1.0\,\text{m}$ מרימים אבן. נקודת המשען נמצאת במרחק $10\,\text{cm}$ מהקצה שמתחת לאבן, והאבן לוחצת על הקצה הזה בכוח של $900\,\text{N}$. באיזה כוח צריך ללחוץ על הקצה השני? משקל המוט זניח, וכל הכוחות ניצבים למוט.

8 קורות ותמיכות

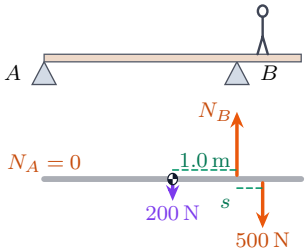
קורה, גשר, מדף או קרש שמונחים על תמיכות הם מנופים עם כמה נקודות משען. שלושה דברים שכדאי לזכור:

- **משא אחד בין שתי תמיכות:** התמיכה הקרובה נושאת יותר. כשהמשא W נמצא במרחק d_1 מתמיכה אחת ו־d_2 מהשנייה, ומשקל הקורה זניח, $N_1 = W\frac{d_2}{d_1+d_2}$.
- **אדם שהולך על הקרש:** הכוח של כל תמיכה משתנה באופן קווי עם המקום שלו.
- **קרש שבולט מעבר לתמיכה** נמצא על סף התהפכות כשהכוח בתמיכה השנייה מתאפס. ברגע הזה הקרש נשען רק על התמיכה הקרובה לקצה, והמומנטים סביבה צריכים להתאזן.

מאזני קנטר. במאזניים העתיקים האלה המשא תלוי קרוב לנקודת התלייה של המוט, ומחליקים משקולת קטנה לאורך הזרוע הארוכה, עד שהמוט מאוזן. המרחק של המשקולת גדל באופן קווי עם משקל המשא, ולכן מסמנים על הזרוע סקאלה. דניס פאפין השתמש באותו רעיון בשסתום הביטחון של "מבשל הקיטור" שלו, אבי סיר הלחץ (1679): משקולת שאפשר להזיז לאורך מנוף קבעה את הלחץ שבו השסתום נפתח.

דוגמה פתורה

עד איפה אפשר ללכת? קרש אחיד שאורכו $4.0\,\text{m}$ ומסתו $20\,\text{kg}$ מונח על שתי תמיכות: A בקצה השמאלי ו־B במרחק $3.0\,\text{m}$ מהקצה הזה. אישה שמסתה $50\,\text{kg}$ הולכת מעבר ל־B, אל הקצה הימני. עד איפה היא יכולה ללכת?



פתרון. על סף התהפכות $N_A = 0$. נחשב מומנטים סביב B. מרכז הכובד של הקרש נמצא $1.0\,\text{m}$ משמאל ל־B, והאישה נמצאת במרחק s מימין ל־B:

$$200 \cdot 1.0 = 500 \cdot s \quad \Rightarrow \quad s = 0.40\,\text{m}$$

האישה יכולה ללכת עד $0.40\,\text{m}$ מעבר ל־B, כלומר עד $0.60\,\text{m}$ מהקצה הימני. ברגע הזה $N_B = 700\,\text{N}$: כל המשקל עובר דרך B.

בדקו את עצמכם

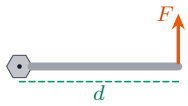
ילד שמסתו $40\,\text{kg}$ הולך על אותו קרש. עד כמה רחוק מעבר ל־B הוא יכול ללכת?

© אור בן שטרית · אינסוף

מקרים מומנט, מנופים וקורות – 18 מקרים

בכל כרטיס: מקרה אחד, המשוואה שלו ומה שכדאי לזכור. מומנט נגד כיוון השעון חיובי. משקל של מוט או קורה נכלל רק כשהוא מסומן בשרטוט.

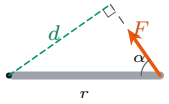
1 כוח ניצב למפתח



$$\tau = F\,d$$

הזרוע היא המרחק מהציר לקו הפעולה

2 כוח בזווית



$$\tau = F\,r\sin\alpha$$

רק הרכיב הניצב $F\sin\alpha$ מסובב

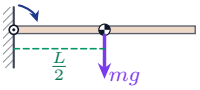
3 קו הפעולה עובר בציר



$$\tau = 0$$

גם כוח גדול לא מסובב סביב O

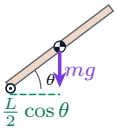
4 מוט אופקי על ציר



$$\tau = -mg\,\tfrac{L}{2}$$

המשקל פועל באמצע
ומסובב עם כיוון השעון

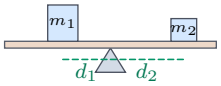
5 מוט נטוי על ציר



$$\tau = -mg\,\tfrac{L}{2}\cos\theta$$

זרוע של משקל: המרחק האופקי

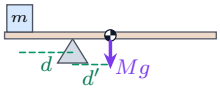
6 נדנדה מאוזנת



$$m_1 d_1 = m_2 d_2$$

הכבד יושב קרוב לנקודת המשען

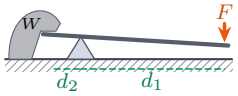
7 קרש כבד, משען לא באמצע



$$m\,d = M\,d'$$

גם המשקל של הקרש יוצר מומנט

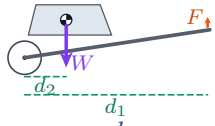
8 מנוף סוג 1: "רגל עז"



$$F = W\,\frac{d_2}{d_1}$$

יד בזרוע הארוכה: כוח קטן

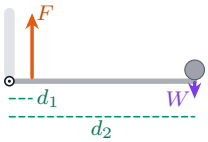
9 מנוף סוג 2: מריצה



$$F = W\,\frac{d_2}{d_1} < W$$

המשא בין ציר הגלגל לידיים

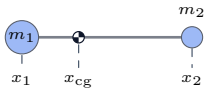
10 מנוף סוג 3: האמה



$$F = W\,\frac{d_2}{d_1} > W$$

מפסידים בכוח, מרוויחים בתנועה

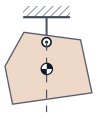
11 מרכז הכובד של שני גופים



$$x_{\text{cg}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

קרוב יותר לגוף הכבד

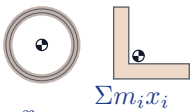
12 גוף תלוי מנקודה



$$\tau_{mg} = 0$$

מרכז הכובד מתחת לנקודת התלייה

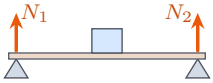
13 מרכז כובד מחוץ לגוף



$$x_{\text{cg}} = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}$$

במקום שאין בו חומר בכלל

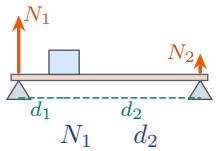
14 קורה, משא באמצע



$$N_1 = N_2 = \frac{W}{2}$$

משקל הקורה זניח

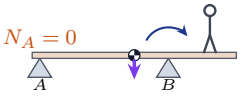
15 משא קרוב לתמיכה



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

התמיכה הקרובה נושאת יותר

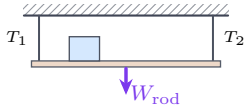
16 קרש בולט, על סף התהפכות



$$\Sigma\tau_B = 0,\ N_A = 0$$

ברגע הזה כל המשקל עובר בתמיכה B

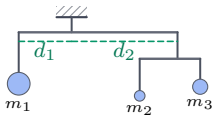
17 מוט תלוי בשני חוטים



$$T_1 + T_2 = W_{\text{tot}},\ T_1 > T_2$$

החוט הקרוב למשא מתוח יותר

18 מובייל



$$m_1 d_1 = (m_2 + m_3)\,d_2$$

כל מוט מאוזן, והחלק
התחתון נתלה כגוף אחד

9 צירים, כבלים ומוטות

ציר (פין) מחזיק את קצה המוט במקום, אבל מאפשר לו להסתובב. ציר אידיאלי, בלי חיכוך, לא מפעיל על המוט מומנט. הכוח של הציר יכול להיות בכל כיוון, ולכן מסמנים אותו בשני רכיבים לא ידועים, H_x ו־H_y, ומוצאים את שניהם מהמשוואות. רכיב שיוצא שלילי פשוט מכוון הפוך למה שסימנו. כדי שכוח הציר לא יופיע במשוואת המומנטים, מחשבים מומנטים סביב הציר.

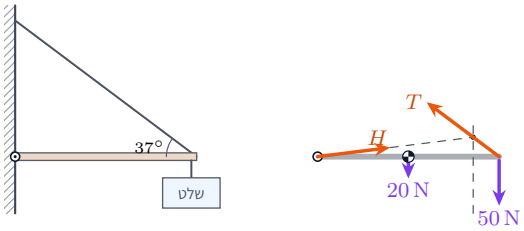
דוגמה פתורה

שלט בקצה מוט. מוט אחיד ואופקי שאורכו $1.0\,\text{m}$ ומסתו $2.0\,\text{kg}$ מחובר לקיר בציר. בקצה השני תלוי שלט של $5.0\,\text{kg}$, ומאותו קצה עולה כבל אל הקיר, בזווית $37°$ למוט. מה המתיחות בכבל, ומה הכוח של הציר?

פתרון. מומנטים סביב הציר. הזרוע של המתיחות היא $1.0\cdot\sin 37° = 0.60\,\text{m}$:

$$T\cdot 0.60 = 20\cdot 0.50 + 50\cdot 1.0 \quad\Rightarrow\quad T = 100\,\text{N}$$

מהכוחות האופקיים, $H_x = T\cos 37° = 80\,\text{N}$, והוא דוחף את המוט הרחק מהקיר. מהכוחות האנכיים, $H_y = 70 - T\sin 37° = 10\,\text{N}$, כלפי מעלה. גודל הכוח של הציר כ־$80.6\,\text{N}$, בזווית של כ־$7.1°$ מעל לאופק. הוא לא מכוון לאורך המוט.

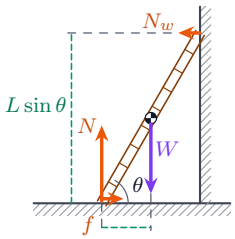


- **שלושה כוחות נפגשים בנקודה אחת.** כשעל גוף בשיווי משקל פועלים בדיוק שלושה כוחות שלא מקבילים זה לזה, קווי הפעולה של שלושתם עוברים דרך נקודה אחת. סביב נקודת החיתוך של שני קווים, המומנט של שני הכוחות האלה אפס, ולכן גם המומנט של הכוח השלישי חייב להיות אפס. בשלט אפשר להחליף את שני המשקלים במשקל אחד של $70\,\text{N}$, שפועל במרכז הכובד המשותף, $0.857\,\text{m}$ מהציר. בשרטוט הימני הקו המקווקו האנכי עובר במרכז הכובד המשותף, ורואים שקווי הפעולה של T, של H ושל המשקל המשותף נפגשים בנקודה אחת.
- **מוט קל שכוחות פועלים רק בקצותיו.** אם משקל המוט זניח ועליו פועלים כוחות רק בשני הקצוות, שני הכוחות חייבים להיות שווים, מנוגדים ולאורך המוט. כך עובדת זרוע אלכסונית שתומכת במדף: הקיר והמדף דוחפים אותה לאורכה, והיא נדחסת.

בדקו את עצמכם

מחברים את הכבל של השלט לנקודה גבוהה יותר על הקיר, כך שהזווית בינו לבין המוט היא $53°$. מה המתיחות בכבל עכשיו? $(\sin 53° = 0.8)$

10 סולם שנשען על קיר



סולם אחיד שמשקלו W ואורכו L נשען על קיר חלק, בזווית θ לרצפה. הקיר חלק, ולכן הוא דוחף את הסולם רק בכוח אופקי N_w. הרצפה דוחפת בכוח נורמל N ובכוח חיכוך סטטי f, שמונע מבסיס הסולם להחליק החוצה.

- כוחות אנכיים: $N = W$. כוחות אופקיים: $f = N_w$.
- מומנטים סביב בסיס הסולם, כי שם פועלים שני כוחות לא ידועים. הזרוע של N_w היא הגובה $L\sin\theta$, והזרוע של W היא המרחק האופקי $\frac{L}{2}\cos\theta$:

$$N_w\,L\sin\theta = W\,\tfrac{L}{2}\cos\theta \quad\Rightarrow\quad N_w = \frac{W}{2\tan\theta}$$

- הסולם לא מחליק כל עוד $f \le \mu_s N$, כלומר $\frac{1}{2\tan\theta} \le \mu_s$:

$$\tan\theta \ge \frac{1}{2\mu_s}$$

© אור בן שטרית · אינסוף

דוגמה פתורה

הזווית הקטנה ביותר. סולם אחיד שאורכו $4.0\,\text{m}$ ומסתו $20\,\text{kg}$ נשען על קיר חלק, ומקדם החיכוך הסטטי עם הרצפה $\mu_s = 0.30$. בזווית הקטנה ביותר $\tan\theta = \frac{1}{2\cdot 0.30} \approx 1.67$, כלומר $\theta \approx 59°$. זה לא תלוי באורך הסולם ובמסה שלו.

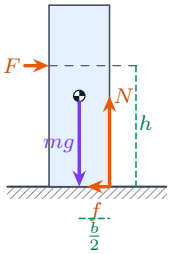
ומה קורה כשמטפסים? אדם שמשקלו w עומד במרחק s מבסיס הסולם, לאורכו. עכשיו $N = W + w$, וממשוואת המומנטים $N_w = \frac{W/2 + w\,s/L}{\tan\theta}$. ככל שהאדם עולה, N_w גדל, ואיתו החיכוך הדרוש. לכן סולמות מחליקים בדרך כלל כשמטפסים גבוה. כלל הבטיחות המקובל, "1 ל־4", אומר להציב את בסיס הסולם במרחק מהקיר ששווה לרבע מאורך הסולם (עד נקודת ההישענות), כלומר בזווית של כ־$75.5°$. בזווית הזו, כשאדם של $80\,\text{kg}$ עומד בראש הסולם ($s = L$), $N_w = \frac{100+800}{\tan 75.5°} \approx 233\,\text{N}$, ו־$N = 1000\,\text{N}$. מספיק $\mu_s \approx 0.23$.

בדקו את עצמכם

סולם אחיד נשען על קיר חלק בזווית $60°$ לרצפה. מה מקדם החיכוך הסטטי הקטן ביותר עם הרצפה שמאפשר לו לעמוד?

11 להחליק או להתהפך?

איפה פועל כוח הנורמל? הרצפה דוחפת את הגוף בכל שטח המגע, ואת כל הדחיפות האלה אפשר להחליף בכוח אחד. אבל נקודת האחיזה שלו יכולה לזוז. כשארגז עומד לבד, הנורמל עובר בדיוק מתחת למרכז הכובד. כשדוחפים את הארגז, הנורמל זז קדימה, אל הצד שאליו הוא נוטה. כשהנורמל מגיע לפינה הקדמית, הארגז על סף התהפכות.



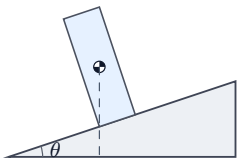
דוחפים ארגז אחיד שרוחבו b בכוח אופקי F בגובה h:

- **הוא מחליק** כש־$F = \mu_s\, mg$.
- **הוא מתהפך** כשהמומנט של F סביב הפינה הקדמית שווה למומנט של המשקל: $F\,h = mg\,\frac{b}{2}$, כלומר כש־$F = \frac{mg\,b}{2h}$.
- **מה קודם?** הארגז מתהפך לפני שהוא מחליק כאשר $h > \frac{b}{2\mu_s}$.

דוגמה פתורה

ארון כבד. ארון אחיד שרוחבו $0.60\,\text{m}$, גובהו $1.8\,\text{m}$ ומסתו $80\,\text{kg}$ עומד על רצפה, ו־$\mu_s = 0.30$. הגובה הקריטי: $h = \frac{0.60}{2\cdot 0.30} = 1.0\,\text{m}$. (1) דחיפה בגובה $1.2\,\text{m}$: להתהפכות צריך $F = \frac{800\cdot(0.60/2)}{1.2} = 200\,\text{N}$, ולהחלקה $240\,\text{N}$. הארון מתהפך כש־$F = 200\,\text{N}$. (2) דחיפה בגובה $0.50\,\text{m}$: להתהפכות צריך $480\,\text{N}$, ולכן הארון מחליק כש־$F = 240\,\text{N}$. לכן מזיזים ארון כבד בדחיפה נמוכה.

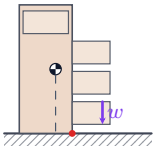
על מדרון. גוף אחיד על מדרון מתהפך כשהקו האנכי שעובר במרכז הכובד שלו עובר את הפינה התחתונה. כש־b הוא הרוחב של הגוף לאורך המדרון ו־H הגובה שלו, זה קורה כאשר $\tan\theta > \frac{b}{H}$. הגוף מחליק כאשר $\tan\theta > \mu_s$. מה שקורה בזווית הקטנה יותר קובע. הארון מהדוגמה מתהפך ב־$\tan\theta = \frac{1}{3}$, כלומר ב־$18.4°$, אבל הוא מחליק כבר ב־$\tan\theta = 0.30$, כלומר ב־$16.7°$.



בדקו את עצמכם

ארגז אחיד שרוחבו $0.40\,\text{m}$ וגובהו $1.2\,\text{m}$ עומד על רצפה, ו־$\mu_s = 0.50$. מאיזה גובה של דחיפה אופקית הוא מתהפך לפני שהוא מחליק? מניחים אותו על מדרון, ומגדילים לאט את השיפוע. מה יקרה קודם, החלקה או התהפכות, ובאיזו זווית?

למה מחברים ארונות לקיר? כשפותחים מגירות, מרכז הכובד של הארון זז קדימה, אל הפינה הקדמית שסביבה הוא מתהפך. ילד שמטפס על מגירה פתוחה מוסיף משקל בקצה שלה, מחוץ לבסיס התמיכה, ולמשקל הזה יש מומנט גדול סביב הפינה. לכן ממליצים לחבר לקיר ארונות גבוהים ומזנונים.



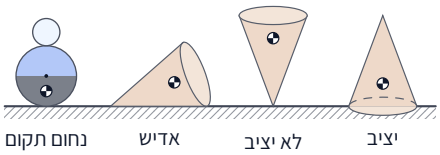
12 יציבות ושיווי משקל

גוף שעומד על משטח נמצא בשיווי משקל כל עוד הקו האנכי שעובר במרכז הכובד שלו פוגע ב**בסיס התמיכה**, האזור שבין נקודות המגע עם המשטח (בשולחן: המלבן שבין הרגליים). כשמטים את הגוף, הוא חוזר למקומו כל עוד הקו הזה בתוך הבסיס, ומתהפך כשהקו עובר את הקצה. לגוף סימטרי שרוחב הבסיס שלו b ומרכז הכובד שלו בגובה h, זה קורה בזווית

$$\tan\theta = \frac{b/2}{h}$$

לכן גוף יציב יותר כשהבסיס שלו רחב ומרכז הכובד שלו נמוך.

- **מבחן ההטיה.** בבריטניה אוטובוס דו־קומתי חייב לעמוד על משטח שמוטה ב־$28°$ בלי להתהפך, כשהקומה העליונה עמוסה. לכן מתקינים את החלקים הכבדים, כמו המנוע, נמוך ככל האפשר.
- **מגדל פיזה.** ב־1990 המגדל נטה ב־$5.5°$, ועבודות ייצוב בשנים 1993 עד 2001 הקטינו את הנטייה לכ־$4°$. בדגם של גליל קשיח ואחיד, שגובהו $56\,\mathrm{m}$ וקוטרו $15.5\,\mathrm{m}$, מרכז הכובד בגובה $28\,\mathrm{m}$, והמגדל היה מתהפך רק בכ־$15°$. הסכנה האמיתית הייתה אחרת: הקרקע הרכה מתחת למגדל שקעה, והנטייה הלכה וגדלה.
- **נסו בבית.** עמדו כשהעקבים צמודים לקיר, ונסו להתכופף ולגעת באצבעות הרגליים. כשמתכופפים בלי קיר, האגן זז אחורה, ומרכז הכובד נשאר מעל כפות הרגליים. הקיר לא נותן לאגן לזוז, ולכן מרכז הכובד ייצא מבסיס התמיכה, ותתחילו ליפול קדימה.



שלושה סוגים של שיווי משקל.

- **יציב:** כשמטים מעט את הגוף, מרכז הכובד עולה, והמשקל מחזיר אותו. זה כמו גוף במינימום של אנרגיה פוטנציאלית (נושא 3). דוגמה: חרוט שעומד על הבסיס שלו.
- **לא יציב** (נקרא גם "רופף"): כשמטים מעט את הגוף, מרכז הכובד יורד, והמשקל מרחיק אותו עוד. דוגמה: חרוט שעומד על החוד שלו.
- **אדיש:** מרכז הכובד נשאר באותו גובה, והגוף נשאר בכל מקום שמניחים אותו. דוגמה: חרוט ששוכב על הצד, או כדור.

בצעצוע "נחום תקום" התחתית היא חצי כדור כבד, ומרכז הכובד נמצא מתחת למרכז של חצי הכדור. בכל הטיה מרכז הכובד עולה, ולכן הצעצוע תמיד חוזר לעמוד.

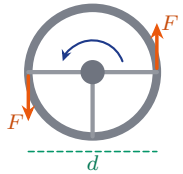
בדקו את עצמכם

ארון אחיד שגובהו $2.0\,\mathrm{m}$ ועומקו $0.50\,\mathrm{m}$ עומד על רצפה. באיזו זווית הטיה קדימה הוא מתהפך? ממלאים את המדפים התחתונים בספרים כבדים, ומרכז הכובד יורד לגובה $0.70\,\mathrm{m}$, באמצע העומק. באיזו זווית הוא מתהפך עכשיו?

13 זוג כוחות

זוג כוחות הוא שני כוחות שווים בגודלם, מקבילים ומנוגדים בכיוונם, שלא פועלים על אותו קו. הכוח השקול שלהם אפס, ולכן הם לא מזיזים את מרכז הכובד. אבל הם מסובבים: כש־d הוא המרחק בין קווי הפעולה, המומנט של הזוג הוא

$$\tau = F\,d$$



ויש לו אותו ערך סביב כל נקודה. כך מסובבים הגה, ברז או מפתח במנעול. זוג כוחות אי אפשר לאזן בכוח אחד. מאזנים אותו רק בזוג כוחות אחר.

דוגמה. הרדיוס של הגה הוא $0.18\,\mathrm{m}$, וכל יד דוחפת אותו בכוח של $30\,\mathrm{N}$, בכיוון המשיק להגה, והכוחות מנוגדים זה לזה. המרחק בין קווי הפעולה הוא הקוטר, ולכן $\tau = 30\cdot 0.36 = 10.8\,\mathrm{N\cdot m}$.

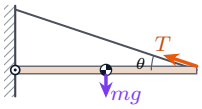
בדקו את עצמכם

חשבו את המומנט של זוג הכוחות על ההגה סביב הנקודה שבה דוחפת היד השמאלית. האם קיבלתם את אותו ערך?

מקרים צירים, סולמות והתהפכות – 18 מקרים

בכל כרטיס: מקרה אחד, המשוואה שלו ומה שכדאי לזכור. המוטות, הסולמות והארגזים אחידים. θ היא הזווית שמסומנת בשרטוט.

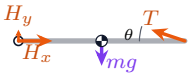
1 מוט אופקי, ציר וכבל



$$T = \frac{mg}{2\sin\theta}$$

מומנטים סביב הציר

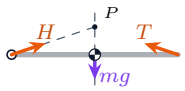
2 הכוח של הציר



$$H_x = T\cos\theta, \quad H_y = mg - T\sin\theta$$

הכוח של הציר לא לאורך המוט

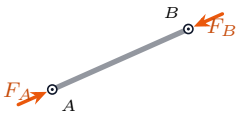
3 שלושה כוחות



$$\Sigma\tau_P = 0$$

קווי הפעולה נפגשים בנקודה אחת, P

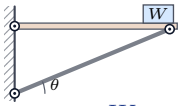
4 מוט קל בין שני צירים



$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B$$

משקל זניח: הכוחות לאורך המוט

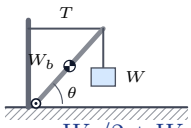
5 מדף וזרוע אלכסונית



$$F_s = \frac{W}{\sin\theta}$$

מדף וזרוע קלים: הזרוע נדחסת

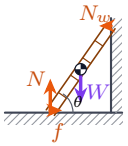
6 עגורן: זרוע וכבל אופקי



$$T = \frac{W_b/2 + W}{\tan\theta}$$

זרוע נמוכה יותר: מתיחות גדולה יותר

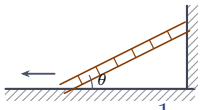
7 סולם, קיר חלק



$$N_w = f = \frac{W}{2\tan\theta}$$

קיר חלק דוחף רק בניצב לקיר

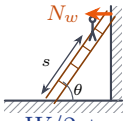
8 הזווית הקטנה ביותר



$$\tan\theta_{\min} = \frac{1}{2\mu_s}$$

לא תלוי באורך הסולם ובמסה שלו

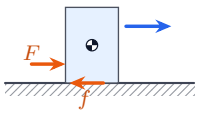
9 אדם במעלה הסולם



$$N_w = \frac{W/2 + w\,s/L}{\tan\theta}$$

ככל שעולים, צריך יותר חיכוך

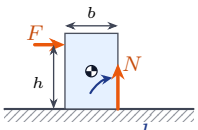
10 דחיפה נמוכה



$$F = \mu_s\, mg$$

מחליק לפני שהוא מתהפך

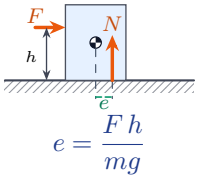
11 דחיפה גבוהה



$$F = \frac{mg\,b}{2h}$$

מתהפך לפני שהוא מחליק כש־$h > \frac{b}{2\mu_s}$

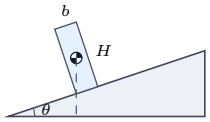
12 הנורמל זז קדימה



$$e = \frac{F\,h}{mg}$$

e: המרחק מהנקודה שמתחת למרכז הכובד

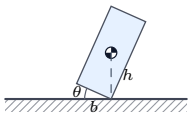
13 ארגז על מדרון



$$\tan\theta = \frac{b}{H}$$

סף התהפכות, אם הארגז לא החליק קודם

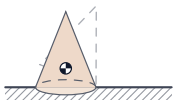
14 זווית ההטיה



$$\tan\theta = \frac{b/2}{h}$$

בסיס רחב ומרכז כובד נמוך: יציב יותר

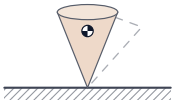
15 יציב



$$\Delta h_{cg} > 0$$

חרוט על הבסיס: בהטיה מרכז הכובד עולה

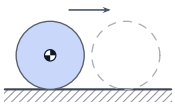
16 לא יציב



$$\Delta h_{cg} < 0$$

חרוט על החוד: בהטיה מרכז הכובד יורד

17 אדיש



$$\Delta h_{cg} = 0$$

כדור או גליל על הצד: נשאר בכל מקום

18 ציפור מאזנת



$$\Delta h_{cg} > 0$$

מרכז הכובד מתחת לנקודת המשען: יציב

© אור בן שטרית · אינסוף

14 להעמקה: גוף שמאיץ בלי להסתובב

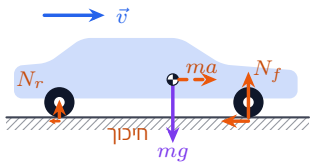
עד עכשיו הגופים היו במנוחה. מה קורה כשגוף מאיץ בקו ישר, בלי להסתובב, כמו מכונית שבולמת? החוק השני של ניוטון קובע את התאוצה של מרכז המסה: $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$. כדי שהגוף לא יתחיל להסתובב, סכום המומנטים סביב מרכז המסה חייב להיות אפס. כאן כבר אסור לבחור כל נקודה, כי הכוח השקול לא אפס.

טריק: עוברים למערכת של הגוף

במערכת שנעה עם הגוף מוסיפים כוח מדומה $-m\vec{a}$ שפועל במרכז הכובד. זה הטריק של g אפקטיבי מנושא 2. במערכת הזו הגוף בשיווי משקל, ומותר לחשב מומנטים סביב כל נקודה. זהו כלי לחישוב בלבד: בתרשים כוחות ביחס לקרקע אין כוח מדומה.

דוגמה פתורה

מכונית בולמת. מסת המכונית $1200\,\text{kg}$, המרחק בין הסרנים $2.5\,\text{m}$, ומרכז הכובד נמצא $1.0\,\text{m}$ מאחורי הסרן הקדמי, בגובה $0.50\,\text{m}$ מעל הכביש. (1) **במנוחה**, מומנטים סביב נקודת המגע של הגלגל האחורי: $N_f\cdot 2.5=12000\cdot 1.5$, כלומר $N_f=7200\,\text{N}$ ו־$N_r=4800\,\text{N}$. (2) **בבלימה** ב־$6.0\,\text{m/s}^2$, במערכת של המכונית פועל קדימה כוח מדומה $ma=7200\,\text{N}$ במרכז הכובד, ולו יש מומנט סביב אותה נקודה (בשרטוט הוא מקווקו):



$$N_f\cdot 2.5=12000\cdot 1.5+7200\cdot 0.50 \quad\Rightarrow\quad N_f=8640\,\text{N}$$

ו־$N_r=3360\,\text{N}$. העומס עובר קדימה, ולכן הבלמים הקדמיים חזקים מהאחוריים, והחזית של המכונית "צוללת" בבלימה.

מכונית בסיבוב: להחליק או להתהפך? במערכת של מכונית שנוסעת בסיבוב, הכוח המדומה $m\frac{v^2}{r}$ מכוון החוצה (נושא 5). המכונית מתחילה להתהפך כשהמומנט שלו סביב הגלגלים החיצוניים גדול מהמומנט של המשקל, כלומר כש־$\frac{v^2}{rg}>\frac{b}{2h}$, כאשר b המרחק בין הגלגל הימני לשמאלי ו־h גובה מרכז הכובד. היא מחליקה כש־$\frac{v^2}{rg}>\mu_s$. היחס $\frac{b}{2h}$ נקרא **מקדם היציבות הסטטית**, ובארצות הברית משתמשים בו בדירוג הבטיחות של מכוניות. ברוב המכוניות הפרטיות הוא בין 1.3 ל־1.5, ובכלי רכב גבוהים, כמו רכבי שטח וטנדרים, בדרך כלל בין 1.0 ל־1.3. מקדם החיכוך של צמיגים על כביש יבש קטן בדרך כלל מ־1, ולכן על כביש אופקי מכונית פרטית מחליקה לפני שהיא מתהפכת. היא מתהפכת בעיקר כשהיא מחליקה הצידה ונתקלת במדרכה, בשוליים רכים או במעקה.

בדקו את עצמכם

אותה מכונית בולמת ב־$8.0\,\text{m/s}^2$. מה כוח הנורמל של הכביש על הגלגלים הקדמיים?

15 עשרה טיפים שחוסכים נקודות

1. ציר בנקודה של הנעלמים. מחשבים מומנטים סביב נקודה שבה פועלים כוחות לא ידועים, ציר או נקודת מגע. הם נעלמים מהמשוואה.

2. הזרוע ניצבת לקו הפעולה. היא לא המרחק לנקודת האחיזה, אלא $d=r\sin\alpha$.

3. זרוע של משקל היא מרחק אופקי. במוט נטוי בזווית θ לאופק: $\frac{L}{2}\cos\theta$, ולא $\frac{L}{2}$.

4. כלל סימן אחד. מחליטים פעם אחת שנגד כיוון השעון חיובי, ומסמנים כל מומנט לפי הכלל הזה, באותה משוואה.

5. ציר: שני רכיבים. את הכוח של ציר כותבים כ־H_x ו־H_y. אם רכיב יצא שלילי, הכיוון שלו הפוך לזה שסימנתם.

6. בדיקה חינם. אחרי הפתרון מחשבים מומנטים סביב נקודה אחרת. הסכום חייב לצאת אפס.

7. כמה משקלים, משקל אחד. במשוואת המומנטים אפשר להחליף כמה משקלים במשקל אחד, שפועל במרכז הכובד המשותף.

8. "על סף" הוא משוואה. על סף התהפכות כוח מגע אחד מתאפס, או שהנורמל עובר לפינה. על סף החלקה $f = \mu_s N$.

9. שלושה כוחות, נקודה אחת. כשפועלים רק שלושה כוחות לא מקבילים, קווי הפעולה שלהם נפגשים. כך מוצאים מהר את הכיוון של כוח הציר.

10. גוף שמאיץ בלי להסתובב. מומנטים רק סביב מרכז המסה. אפשר גם להוסיף כוח מדומה $-m\vec{a}$ במרכז הכובד ולחשב סביב כל נקודה.

16 טעויות נפוצות

שמונה טעויות שחוזרות בכל מבחן

1. מכפילים את הכוח במרחק לנקודת האחיזה במקום בזרוע, ושוכחים את $\sin\alpha$.
2. כותבים את המומנט בג׳אול.
3. מסמנים חלק מהמומנטים לפי כיוון השעון וחלק לפי הכיוון ההפוך, באותה משוואה, בלי כלל אחד.
4. מניחים שהכוח של ציר מכוון לאורך המוט. זה נכון רק במוט שמשקלו זניח, כשכוחות פועלים רק בשני הקצוות שלו.
5. שוכחים את המשקל של הקורה, של הסולם או של המנוף עצמו.
6. מניחים שהחיכוך הסטטי תמיד שווה ל־$\mu_s N$. בסולם $f = N_w$, ו־$\mu_s N$ הוא רק הערך הגדול ביותר.
7. חושבים שמספיק $\Sigma\vec{F} = 0$, ושוכחים את תנאי המומנטים.
8. בגוף שמאיץ בלי להסתובב מחשבים מומנטים סביב נקודה שאינה מרכז המסה, בלי להוסיף כוח מדומה.

17 תשובות לתיבות "בדקו את עצמכם"

- **פרק 3:** $\tau = 40 \cdot 0.50 \cdot \sin 30^\circ = 10\,\mathrm{N\cdot m}$. המומנט הגדול ביותר בזווית 90°: $20\,\mathrm{N\cdot m}$.
- **פרק 4:** $x_{\mathrm{cg}} = \frac{20\cdot 4.0}{30+20} = 1.6\,\mathrm{m}$ מהילד הכבד.
- **פרק 6:** באמצע הקרש, $2.0\,\mathrm{m}$ מכל תמיכה. כל תמיכה דוחפת ב־$400\,\mathrm{N}$.
- **פרק 7:** $F \cdot 0.90 = 900 \cdot 0.10$, ולכן $F = 100\,\mathrm{N}$.
- **פרק 8:** $200 \cdot 1.0 = 400 \cdot s$, ולכן $s = 0.50\,\mathrm{m}$.
- **פרק 9:** $T \cdot \sin 53^\circ \cdot 1.0 = 60$, ולכן $T = 75\,\mathrm{N}$.
- **פרק 10:** $\mu_s \geq \frac{1}{2\tan 60^\circ} \approx 0.29$.
- **פרק 11:** מעל $h = \frac{0.40}{2\cdot 0.50} = 0.40\,\mathrm{m}$. על המדרון הארגז מתהפך כש־$\tan\theta = \frac{0.40}{1.2} = \frac{1}{3}$, כלומר ב־$18.4^\circ$, לפני שהוא מחליק (ב־$\tan\theta = 0.50$, כלומר ב־$26.6^\circ$).
- **פרק 12:** $\tan\theta = \frac{0.25}{1.0}$, כלומר $\theta \approx 14.0^\circ$. אחרי מילוי המדפים: $\tan\theta = \frac{0.25}{0.70}$, כלומר $\theta \approx 19.7^\circ$.
- **פרק 13:** כן. סביב היד השמאלית הזרוע של הכוח השמאלי אפס, והזרוע של הכוח הימני היא הקוטר: $30 \cdot 0.36 = 10.8\,\mathrm{N\cdot m}$.
- **פרק 14:** כוח הנורמל על הגלגלים הקדמיים: $N_f = \frac{12000\cdot 1.5 + 9600\cdot 0.50}{2.5} = 9120\,\mathrm{N}$.

ומה עכשיו? עברו לקובץ התרגילים של הנושא: 15 שאלות, מהבסיס ועד שאלות אתגר, עם תשובות סופיות בסוף. זה הנושא האחרון בסדרת המכניקה. כדי לחזור על כל הסדרה, עברו על דפי הנוסחאות של נושאים 1 עד 8.

18 דף הנוסחאות של הנושא

סטטיקה של גוף קשיח בעמוד אחד

מומנט של כוח	$\tau = F\,d = F\,r\sin\alpha = x\,F_y - y\,F_x$	נגד כיוון השעון חיובי $[\tau] = \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$
מרכז הכובד	$x_{\mathrm{cg}} = \dfrac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}$	המשקל mg פועל במרכז הכובד
שיווי משקל	$\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma\tau = 0$	סביב כל נקודה
מנוף	$F_1 d_1 = F_2 d_2$	(משקל המוט זניח)
קורה על שתי תמיכות	$N_1 = W\dfrac{d_2}{d_1+d_2}$	(משקל הקורה זניח) סף התהפכות: הכוח בתמיכה השנייה אפס
ציר	שני רכיבים לא ידועים, H_x ו־H_y	מוט קל, כוחות רק בקצוות: הכוח לאורך המוט
שלושה כוחות	לא מקבילים: קווי הפעולה נפגשים בנקודה אחת	
סולם, קיר חלק	$N = W$, $f = N_w = \dfrac{W}{2\tan\theta}$	(בלי אדם) $\tan\theta_{\min} = \dfrac{1}{2\mu_s}$
ארגז שנדחף בגובה h	מחליק: $F = \mu_s\,mg$	מתהפך: $F = \dfrac{mg\,b}{2h}$ מתהפך קודם אם $h > \dfrac{b}{2\mu_s}$
גוף על מדרון	מתהפך אם $\tan\theta > \dfrac{b}{H}$	מחליק אם $\tan\theta > \mu_s$
זווית התהפכות	$\tan\theta = \dfrac{b/2}{h}$	יציב: מרכז הכובד עולה בהטיה
זוג כוחות	$\Sigma\vec{F} = 0$, $\tau = F\,d$	סביב כל נקודה
גוף מאיץ בלי להסתובב	$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$, $\Sigma\tau = 0$	סביב מרכז המסה או כוח מדומה $-m\vec{a}$
מכונית בסיבוב	מתהפכת אם $\dfrac{v^2}{rg} > \dfrac{b}{2h}$	מחליקה אם $\dfrac{v^2}{rg} > \mu_s$

© 2026 אור בן שטרית · אינסוף. כל הזכויות שמורות.
מותר להדפיס ולהפיץ את הקובץ בשלמותו ובחינם לצורכי לימוד. אסור להעתיק ממנו תרגילים או איורים לחומרים אחרים, לשנות אותו או להשתמש בו למטרות מסחריות בלי אישור בכתב.
הקובץ נכתב בידי אינסוף ואינו פרסום רשמי של משרד החינוך או של גוף אחר.