מתקף ותנע

אינסוף
פיזיקה • מכניקה

קובץ הסבר • משפט המתקף–תנע, שימור התנע, רתע, התנגשויות ואנרגיה בהתנגשות

כיתה י״א | 5 יח״ל | מכינה קדם־אקדמית

מה תמצאו כאן?

בנושא 3 ראינו שכוח שפועל לאורך דרך משנה את האנרגיה של גוף. כאן נראה שכוח שפועל לאורך זמן משנה את התנע שלו. נגדיר תנע ומתקף, נבין מתי התנע של מערכת נשמר, ונשתמש בזה לרתע, לפיצוצים ולהתנגשויות, גם בשני ממדים. שני עמודי ״מקרים״ מרכזים 36 מצבים: 18 של שימור תנע ו־18 של התנגשויות. אחרי הקובץ הזה מחכה לכם קובץ של 15 תרגילים באותו נושא.

מה כדאי לדעת קודם? חוקי ניוטון, ובמיוחד החוק השלישי (נושא 2), אנרגיה קינטית ושימור אנרגיה (נושא 3), ופירוק וקטור לרכיבים (נושא 1).

צבעי החצים: תנע בטורקיז ⟶, מהירות בכחול ⟶, כוח ומתקף בכתום ⟶.

1 הרעיון הגדול: תנע

בגובה העיניים

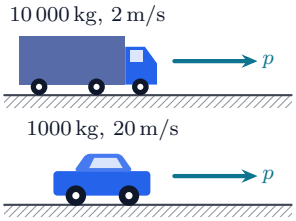
מה קשה יותר לעצור: כדור טניס שעף לעברכם ב־$20\ \mathrm{m/s}$, או משאית שמתגלגלת לאט, ב־$2\ \mathrm{m/s}$? ומה עם קליע זעיר שנע ב־$400\ \mathrm{m/s}$? המסה לבדה לא קובעת, וגם המהירות לבדה לא. הגודל שמשלב את שתיהן הוא **התנע**: ״כמות התנועה״ שגוף נושא איתו.

תנע

$$\vec{p} = m\,\vec{v} \qquad\qquad E_k = \frac{p^2}{2m}$$

התנע הוא **וקטור** בכיוון המהירות. היחידה שלו היא $\mathrm{kg\cdot m/s}$. הנוסחה השנייה מקשרת בין התנע לאנרגיה הקינטית: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m}$.

גוף	מסה	מהירות	תנע $(\mathrm{kg\cdot m/s})$
קליע	$10\ \mathrm{g}$	$400\ \mathrm{m/s}$	4
כדור טניס בהגשה	$60\ \mathrm{g}$	$50\ \mathrm{m/s}$	3
רץ	$60\ \mathrm{kg}$	$6\ \mathrm{m/s}$	360
מכונית	$1000\ \mathrm{kg}$	$20\ \mathrm{m/s}$	$20\,000$
משאית	$10\,000\ \mathrm{kg}$	$2\ \mathrm{m/s}$	$20\,000$



למכונית ולמשאית יש אותו תנע, אבל האנרגיה הקינטית של המכונית, $\frac{20\,000^2}{2\cdot 1000} = 200\,000\ \mathrm{J}$, גדולה פי 10 משל המשאית. **כשהתנע שווה, לגוף הקל יש יותר אנרגיה.**

בדקו את עצמכם

כדור שמסתו $0.15\ \mathrm{kg}$ נע ב־$20\ \mathrm{m/s}$, וכדור באולינג שמסתו $3\ \mathrm{kg}$ נע ב־$1\ \mathrm{m/s}$. למי מהם תנע גדול יותר? ולמי אנרגיה קינטית גדולה יותר? (התשובות לכל תיבות ״בדקו את עצמכם״ נמצאות בסוף הקובץ.)

© אור בן שטרית · אינסוף

2 מתקף ומשפט המתקף–תנע

מתקף ותנע

$$\Sigma\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \qquad \Sigma\vec{J}=\Delta\vec{p}=m\vec{v}-m\vec{v}_0 \qquad \vec{J}=\vec{F}\,\Delta t$$

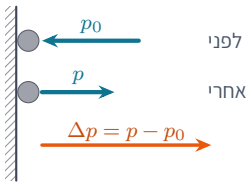
מתקף אומר כמה חזק כוח דחף, וגם כמה זמן. היחידה שלו היא $\mathrm{N\cdot s}$, וזו בדיוק $\mathrm{kg\cdot m/s}$. המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו. המשוואה השלישית היא החוק השני של ניוטון בניסוח של תנע: **הכוח השקול הוא קצב השינוי של התנע**. כשהכוח משתנה, זה הכוח השקול הממוצע.

למה זה נכון? בכוח שקול קבוע, $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$ ו־$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. כופלים ב־$\Delta t$ ומקבלים $\Sigma\vec{F}\,\Delta t=m\,\Delta\vec{v}=\Delta\vec{p}$.

דוגמה פתורה

כדור שמסתו $0.5\,\mathrm{kg}$ פוגע בקיר בניצב במהירות $8\,\mathrm{m/s}$, וחוזר במהירות $6\,\mathrm{m/s}$. המגע עם הקיר נמשך $0.02\,\mathrm{s}$.

- בוחרים כיוון חיובי: הרחק מהקיר. אז $p_0=0.5\cdot(-8)=-4$ ו־$p=0.5\cdot 6=+3$, ביחידות $\mathrm{kg\cdot m/s}$.
- $\Delta p=3-(-4)=7\,\mathrm{kg\cdot m/s}$, הרחק מהקיר.
- הכוח הממוצע של הקיר: $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{7}{0.02}=350\,\mathrm{N}$.



החצים בקנה מידה: 4, 3 ו־7 יחידות.

טעות נפוצה

"$\Delta p=3-4=-1$". **לא:** כיוון התנועה התהפך, ולכן אחד התנעים שלילי. כדור שחוזר מקיר משנה את התנע שלו יותר מכדור שנדבק לקיר ($\Delta p=4$ בלבד).

למה כרית אוויר מצילה חיים?

כשגוף נעצר, השינוי בתנע שלו קבוע. אם העצירה נמשכת זמן ארוך יותר, הכוח קטן יותר: $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}$. נניח שאדם שמסתו $70\,\mathrm{kg}$ נוחת על הרצפה במהירות $6\,\mathrm{m/s}$, כלומר $\Delta p=420\,\mathrm{kg\cdot m/s}$. הרצפה מפעילה עליו כוח N, ו־$N-mg=\frac{\Delta p}{\Delta t}$:

נחיתה	זמן העצירה	הכוח מהרצפה
ברגליים ישרות	$0.01\,\mathrm{s}$	$\approx 42\,700\,\mathrm{N}$, פי 61 מהמשקל
בכיפוף ברכיים	$0.3\,\mathrm{s}$	$2100\,\mathrm{N}$, פי 3 מהמשקל

על אותו עיקרון בנויים מזרן הקפיצה לגובה, הקסדה, אזורי הקריסה של המכונית, וגם תפיסת ביצה "בידיים רכות".

בדקו את עצמכם

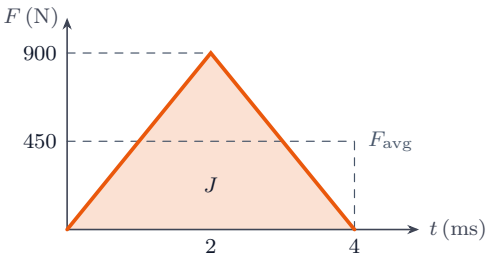
מכונית שמסתה $1000\,\mathrm{kg}$ מאיצה ממנוחה ל־$20\,\mathrm{m/s}$ תוך $8\,\mathrm{s}$. מה הכוח השקול הממוצע שפעל עליה?

3 מתקף של כוח משתנה: שטח מתחת לגרף

בהתנגשות אמיתית הכוח לא קבוע: הוא עולה מאפס, מגיע לשיא ויורד. גם כאן המתקף הוא **השטח שבין גרף הכוח לציר הזמן**, בדיוק כמו שהעבודה הייתה השטח מתחת לגרף כוח–מקום. את השטח מחשבים בנוסחה של צורה פשוטה (משולש, טרפז) או בספירת משבצות. **הכוח הממוצע** הוא הכוח הקבוע שהיה נותן אותו מתקף באותו זמן: $F_{\mathrm{avg}}=\frac{J}{\Delta t}$.

© אור בן שטרית · אינסוף

דוגמה. מחבט פוגע בכדור טניס שמסתו $60\,\text{g}$. הכוח עולה בקו ישר מאפס ל־$900\,\text{N}$ ויורד חזרה לאפס, והכול תוך $4\,\text{ms}$.



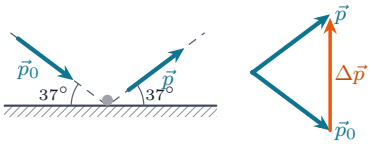
- המתקף הוא שטח המשולש: $J = \frac{1}{2} \cdot 0.004 \cdot 900 = 1.8\,\text{N}\cdot\text{s}$.
- שינוי המהירות: $\Delta v = \frac{J}{m} = \frac{1.8}{0.06} = 30\,\text{m/s}$. כדור שהגיע ב־$12\,\text{m/s}$ חוזר ב־$18\,\text{m/s}$ בכיוון ההפוך.
- הכוח הממוצע: $\frac{1.8}{0.004} = 450\,\text{N}$, חצי מהשיא, כמו בכל משולש.

מכינה בשפה של חשבון אינטגרלי: $J = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\,dt$.

4 תנע ומתקף בשני ממדים

התנע הוא וקטור, ולכן את השינוי בו מחשבים בחיסור וקטורים: $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$. יש שתי דרכים: **אלגברית**, לכל רכיב בנפרד, ו**גאומטרית**, בציור: מסרטטים את $\vec{p}_0$ ואת $\vec{p}$ מאותה נקודה, ו־$\Delta\vec{p}$ הוא החץ מקצה $\vec{p}_0$ לקצה $\vec{p}$.

דוגמה. דיסקית שמסתה $0.2\,\text{kg}$ מחליקה ב־$10\,\text{m/s}$ ופוגעת בדופן חלקה בזווית של $37°$ לדופן. היא חוזרת באותה מהירות ובאותה זווית.

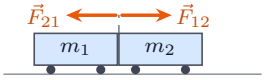


- הרכיב שמקביל לדופן, $10\cos 37° = 8\,\text{m/s}$, לא משתנה.
- הרכיב שניצב לדופן, $10\sin 37° = 6\,\text{m/s}$, מתהפך.
- לכן $\Delta p = 0.2 \cdot \big(6 - (-6)\big) = 2.4\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$, **בניצב לדופן**, החוצה ממנה.

בדיקה מהירה: דופן חלקה יכולה לדחוף רק בניצב לעצמה, ולכן גם המתקף שלה, $\Delta\vec{p}$, חייב להיות ניצב לדופן.

5 שימור התנע

כששני גופים פועלים זה על זה, לפי החוק השלישי $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, ושני הכוחות פועלים בדיוק אותו זמן. לכן גם המתקפים שהגופים מפעילים זה על זה שווים ומנוגדים. אם אין כוח חיצוני שקול, אלה המתקפים היחידים, ולכן $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$. **מה שגוף אחד מקבל, הגוף השני מאבד**, והתנע הכולל של שניהם לא משתנה. זה נכון בכל רגע של האינטראקציה, ולא רק בסופה.



$\vec{F}_{12}$ — הכוח שגוף 1 מפעיל על גוף 2.

חוק שימור התנע

במערכת שהכוח החיצוני השקול עליה הוא אפס, התנע הכולל נשמר:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$\vec{v}$ — המהירויות לפני האינטראקציה, $\vec{u}$ — אחריה. החוק נכון לכל מספר של גופים, גם בלי מגע (למשל, מגנטים שדוחים זה את זה), ואפילו בתחומים שבהם חוקי ניוטון כבר לא תקפים, כמו בהתפרקות רדיואקטיבית.

מתי מותר להשתמש בשימור התנע?

- **אין כוחות חיצוניים, או שהם מתאזנים.** על מסילה אופקית חלקה המשקל והכוח הנורמלי מבטלים זה את זה.
- **הכוחות החיצוניים פועלים רק בכיוון אחד.** אז נשמר רכיב התנע שניצב להם. למשל, כשהרצפה דוחפת כלפי מעלה, נשמר רק התנע האופקי.
- **האינטראקציה קצרה מאוד.** בהתנגשות או בפיצוץ הכובד והחיכוך ממשיכים לפעול, אבל בזמן כל כך קצר המתקף שלהם זניח לעומת המתקפים שהגופים מפעילים זה על זה. זה נכון רק לכוחות חיצוניים שלא גדלים בזמן ההתנגשות. כוח נורמלי של רצפה או של קיר שמשתתפים בהתנגשות כן גדל מאוד, ואותו אי אפשר להזניח (מקרים 13 ו־14 בעמוד ה"מקרים").

השיטה בארבעה צעדים:

© אור בן שטרית · אינסוף

1. בוחרים מערכת: כל הגופים שמשתתפים באינטראקציה.
2. מנמקים במשפט אחד למה התנע נשמר, או איזה רכיב שלו נשמר.
3. בוחרים כיוון חיובי.
4. כותבים "תנע לפני = תנע אחרי", עם סימנים, ופותרים.

דוגמה פתורה

מחליק שמסתו $60\,\mathrm{kg}$ ומחליקה שמסתה $40\,\mathrm{kg}$ עומדים במנוחה על קרח, ודוחפים זה את זה. המחליקה נעה אחורה ב־$3\,\mathrm{m/s}$.

- המערכת: שניהם. הקרח חלק, והמשקל והכוח הנורמלי מתאזנים, ולכן התנע נשמר.
- לפני הדחיפה התנע אפס, ולכן גם אחריה: $0 = 40 \cdot 3 - 60\,v$, כלומר $v = 2\,\mathrm{m/s}$ בכיוון ההפוך.
- האנרגיה הקינטית, לעומת זאת, לא נשמרה: $\frac{1}{2}\cdot 40 \cdot 3^2 + \frac{1}{2}\cdot 60 \cdot 2^2 = 300\,\mathrm{J}$ נוצרו מאנרגיה כימית בשרירים.

טעות נפוצה

"כדור שקופץ מהרצפה שומר על התנע שלו." **לא:** הרצפה, כלומר כדור הארץ, מחוץ למערכת ומפעילה על הכדור מתקף גדול. התנע של המערכת כדור וכדור הארץ נשמר, אבל כדור הארץ כבד כל כך שהשינוי במהירות שלו זניח.

בדקו את עצמכם

קרונית שמסתה $2\,\mathrm{kg}$ נעה ב־$3\,\mathrm{m/s}$ ונצמדת לקרונית שמסתה $1\,\mathrm{kg}$, שעומדת במנוחה. באיזו מהירות הן ממשיכות יחד?

6 רתע, פיצוץ והנעה רקטית

כשמערכת במנוחה "דוחפת את עצמה לשניים", התנע הכולל נשאר אפס. החלקים נעים בכיוונים מנוגדים, **עם תנעים שווים בגודלם**.

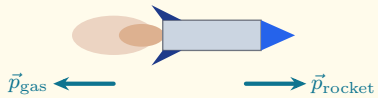
דוגמה פתורה

רובה שמסתו $4\,\mathrm{kg}$ יורה קליע שמסתו $10\,\mathrm{g}$ ב־$400\,\mathrm{m/s}$.

- שימור תנע: $0 = 0.01 \cdot 400 - 4\,V$, ולכן הרובה נרתע לאחור ב־$V = 1\,\mathrm{m/s}$.
- האנרגיות: לקליע $\frac{1}{2}\cdot 0.01 \cdot 400^2 = 800\,\mathrm{J}$, ולרובה $\frac{1}{2}\cdot 4 \cdot 1^2 = 2\,\mathrm{J}$ בלבד. התנעים שווים, ולפי $E_k = \frac{p^2}{2m}$ כמעט כל האנרגיה הקינטית הולכת לגוף הקל.

פיצוץ עובד באותו אופן: גוף במנוחה שמתפרק לשני חלקים מקיים $m_1 v_1 = m_2 v_2$. אם הגוף נע לפני הפיצוץ, סכום התנעים של החלקים שווה לתנע שלו לפני הפיצוץ. הכובד ממשיך לפעול, אבל הפיצוץ קצר כל כך שהמתקף שלו זניח.

איך רקטה מאיצה בחלל, שבו אין במה להיאחז?



הרקטה פולטת גז לאחור במהירות גבוהה מאוד. התנע הכולל של הרקטה ושל הגז לא משתנה, ולכן כל תנע שהגז מקבל לאחור, הרקטה מקבלת קדימה. במילים של החוק השלישי: הרקטה דוחפת את הגז אחורה, והגז דוחף את הרקטה קדימה. **האוויר לא משחק כאן שום תפקיד.** רקטה מאיצה גם בריק, ואפילו טוב יותר, כי שם אין התנגדות.

בדקו את עצמכם

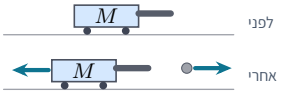
ילדה שמסתה $30\,\mathrm{kg}$ עומדת על קרונית שמסתה $10\,\mathrm{kg}$, ושתיהן במנוחה על משטח חלק. הילדה קופצת קדימה במהירות $2\,\mathrm{m/s}$ ביחס לקרקע. באיזו מהירות תנוע הקרונית?

© אור בן שטרית · אינסוף

מקרים שימור תנע – 18 מקרים

למעלה — לפני, למטה — אחרי (המיקומים סכמטיים). אורך חצי התנע יחסי לגודלם, וסכומם לפני שווה לסכומם אחרי. במקרים 12 ו־13 זה נכון רק לרכיב האופקי, ובמקרה 14 התנע של הכדור לא נשמר.

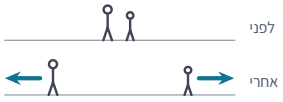
1 רתע של תותח



$$0 = mv - MV$$

תנעים שווים בגודלם ומנוגדים

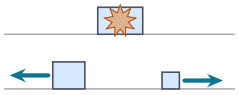
2 מחליקים דוחפים זה את זה



$$m_1v_1 = m_2v_2$$

התנע הכולל נשאר אפס

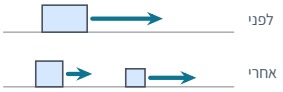
3 גוף במנוחה מתפוצץ



$$m_1v_1 = m_2v_2$$

האנרגיה מגיעה מחומר הנפץ

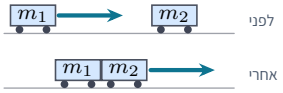
4 גוף נע מתפוצץ



$$Mv = m_1v_1 + m_2v_2$$

החצים אחרי מסתכמים לחץ שלפני

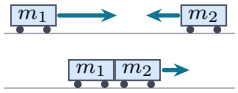
5 נדבקים (התנגשות פלסטית)



$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)u$$

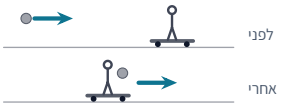
אותו תנע, מהירות קטנה יותר

6 חזיתית, ונדבקים



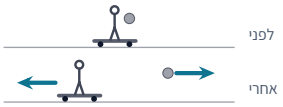
$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$$

7 תופסים כדור על סקייטבורד



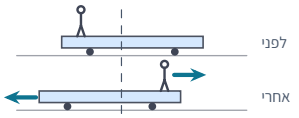
$$mv = (m + M)u$$

8 זורקים כדור מסקייטבורד



$$0 = mv - MV$$

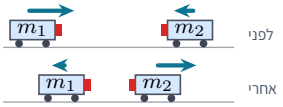
9 אדם הולך על קרונית



$$0 = mv - MV$$

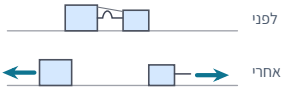
הקו המקווקו: מרכז המסה (פרק 9) לא זז

10 מגנטים: התנגשות בלי מגע



$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

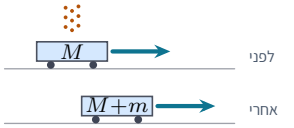
11 קפיץ מכווץ בין שני גופים



$$0 = m_1v_1 - m_2v_2$$

החוט נשרף, והאנרגיה באה מהקפיץ

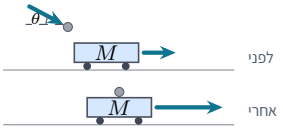
12 חול נופל לקרונית נוסעת



$$Mv = (M + m)u$$

נשמר רק התנע האופקי

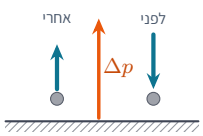
13 פלסטלינה פוגעת בזווית



$$Mv_1 + mv_2\cos\theta = (M + m)u$$

הרצפה בולמת את התנע האנכי

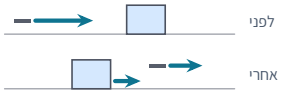
14 כדור פוגע ברצפה



$$\Delta p = m(u + v) \neq 0$$

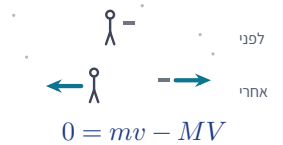
מתקף מהרצפה: התנע של הכדור לא נשמר

15 קליע חודר דרך גוש



$$mv = mv' + MV$$

16 אסטרונאוט זורק מפתח



$$0 = mv - MV$$

דוחפים את המפתח, והמפתח דוחף אותנו

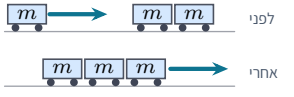
17 רקטה (איכותי)



$$\Delta p_{\text{rocket}} = -\Delta p_{\text{gas}}$$

הרקטה דוחפת את הגז, והגז דוחף אותה

18 שלוש קרוניות מתחברות



$$mv = 3m\,u$$

$$u = \frac{v}{3}$$

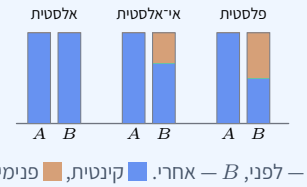
© אור בן שטרית · אינסוף

7 התנגשויות ואנרגיה

שלושה סוגים של התנגשות

- **אלסטית:** האנרגיה הקינטית הכוללת נשמרת.
- **אי־אלסטית:** חלק מהאנרגיה הקינטית הופך לאנרגיה פנימית של הגופים: הם מתעוותים ומתחממים.
- **פלסטית:** הגופים נצמדים ונעים יחד. זה המקרה הקיצוני של התנגשות אי־אלסטית: האנרגיה הקינטית שאובדת היא הגדולה ביותר ששימור התנע מאפשר.

בכל שלושת הסוגים התנע של המערכת נשמר. ההבדל ביניהם הוא רק במה שקורה לאנרגיה הקינטית.



A — לפני, B — אחרי. קינטית, פנימית.

התנגשות פלסטית

אחרי התנגשות פלסטית יש מהירות אחת, ולכן משוואת התנע מספיקה:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

דוגמה. קרונית של $2\,\mathrm{kg}$ נעה ב־$6\,\mathrm{m/s}$ ונצמדת לקרונית של $1\,\mathrm{kg}$ שעומדת במנוחה: $u = \frac{2\cdot 6}{3} = 4\,\mathrm{m/s}$. האנרגיה הקינטית ירדה מ־$36\,\mathrm{J}$ ל־$24\,\mathrm{J}$: שליש ממנה הפך לאנרגיה פנימית. באופן כללי, כשגוף פוגע בגוף שעומד במנוחה ונצמד אליו, החלק שאובד הוא $\frac{m_2}{m_1+m_2}$.

התנגשות אלסטית בממד אחד

כאן יש שני נעלמים, ולכן צריך שתי משוואות: שימור התנע ושימור האנרגיה הקינטית. כשהגוף השני עומד במנוחה, הפתרון הוא

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\, v_1 \qquad\qquad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\, v_1.$$

המקרה	התוצאה	דוגמה
מסות שוות	$u_1 = 0,\ u_2 = v_1$	כדורי ביליארד: הפוגע נעצר, והנפגע ממשיך במקומו.
כבד פוגע בקל, $m_1 \gg m_2$	$u_1 \approx v_1,\ u_2 \approx 2v_1$	מחבט פוגע בכדור: הכדור עף מהר פי שניים מהמחבט.
קל פוגע בכבד, $m_1 \ll m_2$	$u_1 \approx -v_1,\ u_2 \approx 0$	כדור פוגע בקיר וחוזר באותה מהירות.

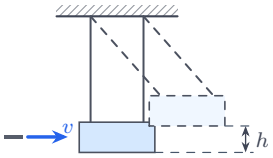
טיפ

טריק המהירות היחסית. בהתנגשות אלסטית בממד אחד, המהירות היחסית מתהפכת: $u_2 - u_1 = v_1 - v_2$. המשוואה הזו, יחד עם שימור התנע, נותנת שתי משוואות ליניאריות, בלי ריבועים. למשל, גוף של $1\,\mathrm{kg}$ נע ב־$6\,\mathrm{m/s}$ ופוגע אלסטית בגוף של $2\,\mathrm{kg}$ שעומד במנוחה: $u_2 - u_1 = 6$ ו־$u_1 + 2u_2 = 6$, ולכן $u_2 = 4\,\mathrm{m/s}$ ו־$u_1 = -2\,\mathrm{m/s}$. בדיקה: $\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6^2 = 18\,\mathrm{J} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4^2$.

מטוטלת בליסטית: קודם תנע, אחר כך אנרגיה

דוגמה פתורה

קליע שמסתו $10\,\text{g}$ ננעץ בגוש עץ שמסתו $0.99\,\text{kg}$, התלוי על חוטים. הגוש, עם הקליע, עולה לגובה $0.45\,\text{m}$. מה הייתה מהירות הקליע?



- **שלב 2, העלייה** (פותרים מהסוף): רק הכובד עושה עבודה, ולכן האנרגיה נשמרת: $V=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 0.45}=3\,\text{m/s}$.
- **שלב 1, ההתנגשות:** קצרה מאוד, ולכן התנע נשמר: $0.01\,v=1\cdot 3$, כלומר $v=300\,\text{m/s}$.
- מהאנרגיה של הקליע, $450\,\text{J}$, נשארו אחרי ההתנגשות $4.5\,\text{J}$ בלבד, כלומר 1%.

טעות נפוצה

"$\frac{1}{2}mv^2=(m+M)gh$", כלומר שימור אנרגיה מהקליע ישר עד הגובה המרבי. **לא:** בהתנגשות הפלסטית רוב האנרגיה הופכת לאנרגיה פנימית. בדוגמה למעלה החישוב השגוי היה נותן $30\,\text{m/s}$ במקום $300\,\text{m/s}$.

בדקו את עצמכם

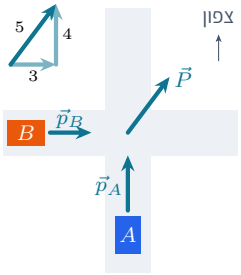
גוף פוגע בגוף זהה לו שעומד במנוחה, והם נצמדים. איזה חלק מהאנרגיה הקינטית הופך לאנרגיה פנימית?

8 התנגשות בשני ממדים

כשהגופים לא נעים על אותו קו, כותבים את שימור התנע **לכל רכיב בנפרד**: Σp_x לפני שווה ל־Σp_x אחרי, וכך גם Σp_y. אפשר גם לפתור בציור: מחברים את וקטורי התנע "ראש לזנב", והסכום הוא התנע אחרי ההתנגשות.

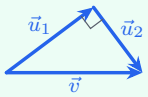
דוגמה פתורה

בצומת מתנגשות שתי מכוניות ונצמדות. מכונית A, שמסתה $1500\,\text{kg}$, נסעה צפונה ב־$16\,\text{m/s}$, ומכונית B, שמסתה $2000\,\text{kg}$, נסעה מזרחה ב־$9\,\text{m/s}$.



- מזרחה: $p_x=2000\cdot 9=18\,000$. צפונה: $p_y=1500\cdot 16=24\,000$, ביחידות $\text{kg}\cdot\text{m/s}$.
- התנע הכולל: $P=\sqrt{18\,000^2+24\,000^2}=30\,000\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$ (משולש 3, 4, 5).
- המהירות המשותפת: $u=\frac{30\,000}{3500}\approx 8.57\,\text{m/s}$, בזווית שמקיימת $\tan\theta=\frac{24\,000}{18\,000}=\frac{4}{3}$, כלומר $53°$ צפונית למזרח.
- האנרגיה הקינטית ירדה מ־$273\,000\,\text{J}$ לכ־$128\,600\,\text{J}$: יותר מחצי ממנה הפך לאנרגיה פנימית.

טיפ



התנגשות אלסטית של מסות שוות, כשאחת במנוחה. משימור התנע: $\vec{v}=\vec{u}_1+\vec{u}_2$, כלומר שלושת הווקטורים יוצרים משולש. משימור האנרגיה: $v^2=u_1^2+u_2^2$. זה בדיוק משפט פיתגורס, ולכן המשולש ישר־זווית: **הגופים מתרחקים בזווית של $90°$ זה מזה**. שחקני ביליארד מכירים את זה היטב.

בדקו את עצמכם

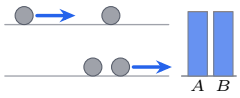
כדור ביליארד פוגע אלסטית בכדור זהה שעומד במנוחה, וסוטה ב־$30°$ מכיוון התנועה המקורי. באיזו זווית לכיוון המקורי ינוע הכדור השני?

© אור בן שטרית · אינסוף

מקרים התנגשויות – 18 מקרים

למעלה — לפני, למטה — אחרי (המיקומים סכמטיים). חצי מהירות בכחול. עמודות: A — לפני, B — אחרי, C — בגובה המרבי. ■ קינטית, ■ פנימית, ■ אלסטית, ■ כובדית.

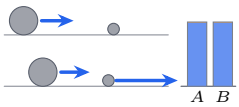
1 אלסטית, מסות שוות



$u_1 = 0, \quad u_2 = v$

מחליפים מהירויות

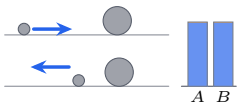
2 אלסטית, כבד פוגע בקל



$u_2 \approx 2v$

הכבד כמעט לא מאט

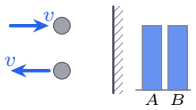
3 אלסטית, קל פוגע בכבד



$u_1 \approx -v$

הקל חוזר כמו מקיר

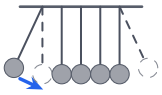
4 כדור פוגע בקיר



$\Delta p = 2mv$

התנע עובר לקיר ולכדור הארץ

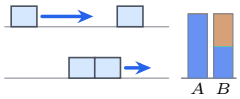
5 עריסת ניוטון



$u = v$

כדור אחד נכנס, כדור אחד יוצא

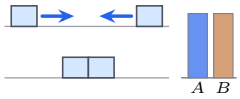
6 פלסטית, מסות שוות



$u = \frac{v}{2}$

חצי מהאנרגיה הקינטית אובדת

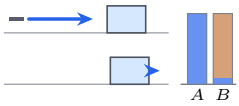
7 חזיתית, תנעים שווים, נדבקים



$u = 0$

כל האנרגיה הקינטית הופכת לפנימית

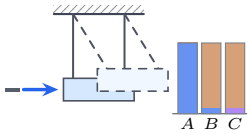
8 קליע ננעץ בגוש



$mv = (m+M)V$

רוב האנרגיה הופכת לפנימית

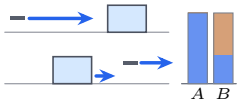
9 מטוטלת בליסטית



$mv = (m+M)V, \quad V^2 = 2gh$

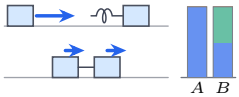
קודם תנע, אחר כך אנרגיה

10 קליע חודר דרך גוש



$mv = mv' + MV$

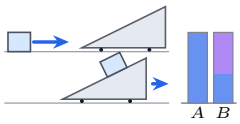
11 גוש, קפיץ וגוש



$m_1 v = (m_1 + m_2)u$

בכיווץ המרבי המהירויות שוות

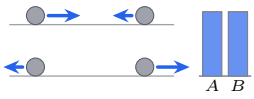
12 גוש עולה על מדרון נייד



$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m+M)u^2 + mgh$

בגובה המרבי: מהירות משותפת

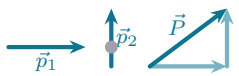
13 מסות שוות, זה לקראת זה



$u_1 = v_2, \quad u_2 = v_1$

אלסטית: מחליפים מהירויות

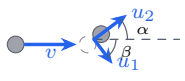
14 נדבקים בשני ממדים



$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = (m_1+m_2)\vec{u}$

מחברים את התנעים כווקטורים

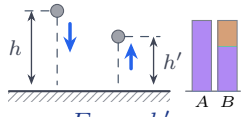
15 אלסטית בשני ממדים



$\alpha + \beta = 90°$

מסות שוות, והשני היה במנוחה

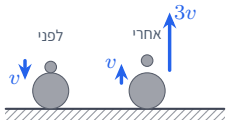
16 כדור קופץ ומאבד אנרגיה



$\frac{E_B}{E_A} = \frac{h'}{h}$

התנגשות אי־אלסטית עם הרצפה

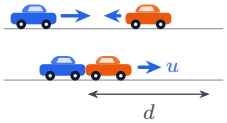
17 שני כדורים נופלים יחד



$u = 3v, \quad h' = 9h$

כש־$m \ll M$ וההתנגשויות אלסטיות (מכינה)

18 התנגשות ואחריה החלקה



$\frac{1}{2}u^2 = \mu_k g\, d$

קודם תנע, אחר כך עבודת החיכוך

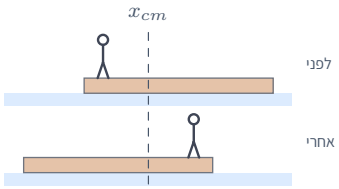
© אור בן שטרית · אינסוף

9 מרכז המסה

מכינה מרכז המסה של מערכת הוא "המקום הממוצע" שלה, כשכל גוף נספר לפי המסה שלו:

$$x_{cm}=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2} \qquad v_{cm}=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}=\frac{P}{M}.$$

המשוואה השנייה אומרת שהמהירות של מרכז המסה היא התנע הכולל חלקי המסה הכוללת. לכן **במערכת סגורה מרכז המסה נע במהירות קבועה**, או נשאר במנוחה, לא משנה מה קורה בתוכה: התנגשויות, פיצוצים או אנשים שהולכים.



דוגמה. אדם שמסתו $60\,\mathrm{kg}$ עומד בקצה רפסודה שמסתה $90\,\mathrm{kg}$, והם במנוחה על מים שקטים. האדם הולך $5\,\mathrm{m}$ לאורך הרפסודה. נסמן ב־Δx_1 את ההעתק של האדם וב־Δx_2 את ההעתק של הרפסודה, ביחס למים. מרכז המסה לא זז, ולכן $60\,\Delta x_1+90\,\Delta x_2=0$, ובנוסף $\Delta x_1-\Delta x_2=5$. מכאן הרפסודה זזה $2\,\mathrm{m}$ לאחור, והאדם מתקדם $3\,\mathrm{m}$ בלבד ביחס למים.

פגז שמתפוצץ באוויר: הרסיסים מתפזרים, אבל מרכז המסה שלהם ממשיך על הפרבולה המקורית, עד שהרסיס הראשון פוגע בקרקע. הסיבה: הכוח החיצוני היחיד הוא הכובד, ולכן מרכז המסה נע כמו גוף אחד שרק הכובד פועל עליו.

10 עשרה טיפים שחוסכים נקודות

1. **תנע הוא וקטור.** בוחרים כיוון חיובי בתחילת השאלה, וכל מהירות נכנסת למשוואה עם הסימן שלה.

2. **כדור שחוזר משנה יותר.** כשהכיוון מתהפך, גודל השינוי הוא $m(v+v_0)$, יותר מ־mv_0 של כדור שנעצר.

3. **מתקף הוא שטח.** בגרף $F(t)$ משולש נותן $\frac{1}{2}\cdot\Delta t\cdot F_{\max}$, והכוח הממוצע הוא $\frac{J}{\Delta t}$.

4. **זמן ארוך, כוח קטן.** אותו Δp בזמן ארוך יותר דורש כוח קטן יותר: כריות אוויר, מזרנים וכיפוף ברכיים.

5. **קודם מנמקים, אחר כך משמרים.** כותבים במשפט אחד למה התנע נשמר: מערכת סגורה, כוחות שמתאזנים או אינטראקציה קצרה.

6. **לפעמים נשמר רק רכיב אחד.** כשהכוח החיצוני אנכי, למשל מהרצפה, שומרים רק את התנע האופקי.

7. **תנע תמיד, אנרגיה רק לפעמים.** בהתנגשות בין גופי המערכת התנע שלה נשמר, אם רצפה או קיר לא משתתפים בה. האנרגיה הקינטית נשמרת רק בהתנגשות אלסטית.

8. **שני שלבים, שני חוקים.** במטוטלת בליסטית: תנע בהתנגשות, אנרגיה בעלייה. לעולם לא אנרגיה דרך התנגשות פלסטית.

9. **המהירות היחסית מתהפכת.** בהתנגשות אלסטית בממד אחד, $u_2-u_1=v_1-v_2$. זה חוסך משוואה ריבועית.

10. **"מהירות משותפת" היא רגע מיוחד.** בכיווץ המרבי של קפיץ בין שני גופים, ובגובה המרבי על מדרון נייד, שני הגופים נעים יחד.

11 טעויות נפוצות

שמונה טעויות שחוזרות בכל מבחן

1. שוכחים שהכיוון התהפך, ומחשבים Δp מהגדלים בלבד.
2. משמרים אנרגיה קינטית בהתנגשות פלסטית או אי־אלסטית.
3. משמרים את התנע של גוף אחד במקום של המערכת, למשל של כדור שקופץ מהרצפה.
4. משתמשים בשימור התנע לאורך זמן שבו פועל כוח חיצוני משמעותי, למשל לאורך כל ההחלקה שאחרי ההתנגשות.
5. בשני ממדים מחברים את גודלי התנעים כמספרים, במקום לחבר אותם כווקטורים.
6. במטוטלת בליסטית משמרים אנרגיה מהקליע ועד הגובה המרבי.
7. מבלבלים בין מתקף לכוח: מתקף נמדד ב־$\mathrm{N\cdot s}$, וכוח ב־N. כוח גדול שפועל זמן קצר יכול לתת מתקף קטן.
8. "הגז של הרקטה דוחף את האוויר, והאוויר דוחף את הרקטה." **לא:** הרקטה דוחפת את הגז שהיא פולטת, והגז דוחף אותה. היא מאיצה גם בריק.

12 תשובות לתיבות "בדקו את עצמכם"

- **פרק 1:** לשניהם אותו תנע, $3\,\mathrm{kg\cdot m/s}$. לכדור הקל אנרגיה קינטית גדולה פי 20: $30\,\mathrm{J}$ לעומת $1.5\,\mathrm{J}$.
- **פרק 2:** $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{1000\cdot 20}{8}=2500\,\mathrm{N}$.
- **פרק 5:** $u=\frac{2\cdot 3}{2+1}=2\,\mathrm{m/s}$.
- **פרק 6:** $0=30\cdot 2-10\,V$, ולכן הקרונית נעה לאחור ב־$6\,\mathrm{m/s}$.
- **פרק 7:** חצי. המהירות המשותפת היא $\frac{v}{2}$, והאנרגיה הקינטית $\frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mv^2$.
- **פרק 8:** $60°$, בצד השני של כיוון התנועה המקורי. הזוויות של שני הכדורים מסתכמות ל־$90°$.

ומה עכשיו? עברו לקובץ התרגילים של הנושא: 15 שאלות, מהבסיס ועד שאלות אתגר, עם תשובות סופיות בסוף. הנושא הבא בסדרה הוא תנועה מעגלית.

13 דף הנוסחאות של הנושא

מתקף ותנע בעמוד אחד

תנע $\vec{p} = m\vec{v}$ $E_k = \frac{p^2}{2m}$ יחידות: $\text{kg}\cdot\text{m/s} = \text{N}\cdot\text{s}$

מתקף $\vec{J} = \vec{F}\,\Delta t$ השטח מתחת לגרף $F(t)$ $J = \int F\,dt$ (מכינה)

משפט המתקף–תנע $\Sigma\vec{J} = \Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ $\Sigma\vec{F}_{\text{avg}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

שימור תנע $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

מערכת סגורה, רכיב שניצב לכוח החיצוני, או אינטראקציה קצרה

רתע ופיצוץ ממנוחה $m_1u_1 = m_2u_2$ (בגודל, בכיוונים מנוגדים)

התנגשות פלסטית $u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$ אובד החלק $\frac{m_2}{m_1+m_2}$ כשהשני במנוחה

התנגשות אלסטית $u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$ $u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$ (השני במנוחה)

$u_2 - u_1 = v_1 - v_2$ מסות שוות: מחליפים מהירויות

מטוטלת בליסטית $mv = (m+M)V$ $V = \sqrt{2gh}$

שני ממדים Σp_x ו־Σp_y נשמרים בנפרד מסות שוות, אלסטית, אחת במנוחה: $90°$

מרכז המסה $x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$ $v_{cm} = \frac{P}{m_1 + m_2}$ (מכינה)

ערכים בקובץ $g = 10\,\text{m/s}^2$ $\sin 37° = 0.6$ $\cos 37° = 0.8$

© 2026 אור בן שטרית · אינסוף. כל הזכויות שמורות.
מותר להדפיס ולהפיץ את הקובץ בשלמותו ובחינם לצורכי לימוד. אסור להעתיק ממנו תרגילים או איורים לחומרים אחרים, לשנות אותו או להשתמש בו למטרות מסחריות בלי אישור בכתב.
הקובץ נכתב בידי אינסוף ואינו פרסום רשמי של משרד החינוך או של גוף אחר.