כוחות וחוקי ניוטון

קובץ הסבר • תרשימי כוחות, חיכוך, מדרונות, מעליות וגופים מחוברים

כיתה י״א · 5 יח״ל · מכינה קדם־אקדמית

אינסוף
פיזיקה • מכניקה

מה תמצאו כאן?
בנושא 1 תיארנו תנועה. כאן נענה על השאלה למה גופים נעים כמו שהם נעים. נלמד לזהות את הכוחות שפועלים על גוף, לסרטט תרשים כוחות ולתרגם אותו למשוואות בעזרת שלושת החוקים של ניוטון. שני עמודי ״מקרים״ מרכזים 36 מצבים שחוזרים בבחינות: 18 תרשימי כוחות של גוף יחיד ו־18 מערכות של גופים מחוברים. אחרי הקובץ הזה מחכה לכם קובץ של 15 תרגילים באותו נושא.

מה כדאי לדעת קודם? נוסחאות התנועה בתאוצה קבועה (נושא 1), פירוק וקטור לרכיבים, סינוס וקוסינוס. נשתמש הרבה בזווית 37°: $\sin 37^\circ = 0.6$ ו־$\cos 37^\circ = 0.8$.

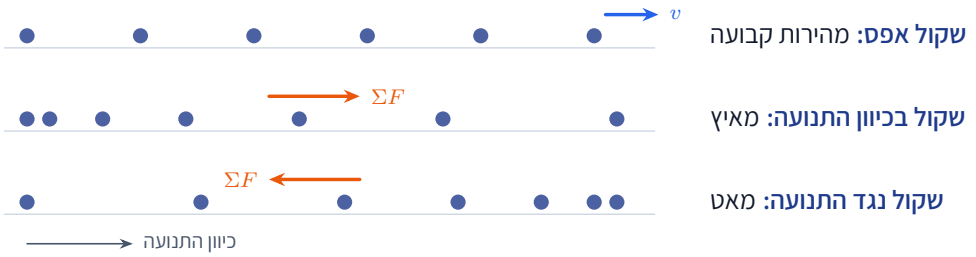
צבעים קבועים בכל האיורים: כוחות — כתום · משקל — סגול · תאוצה — אדום · מהירות — כחול

1 הרעיון הגדול: כוח משנה תנועה

במשך כאלפיים שנה חשבו שכדי שגוף ימשיך לנוע צריך לדחוף אותו כל הזמן. גלילאו וניוטון הראו שזה לא נכון: גוף שאף כוח לא מפריע לו ממשיך לנוע לנצח. **כוח לא שומר על התנועה — כוח משנה אותה.**

בגובה העיניים

דמיינו דסקית הוקי שמחליקה על קרח. אחרי מכה אחת היא חוצה כמעט את כל המגרש באותה מהירות, ואף אחד לא צריך לדחוף אותה. היא מאטה רק מעט, בגלל חיכוך קטן עם הקרח. עגלת סופר נעצרת מהר כשמפסיקים לדחוף אותה, כי החיכוך בגלגלים שלה גדול. בשני המקרים מה שמשנה את המהירות הוא כוח — החיכוך.
דוגמה קטנה: על עגלה שמסתה $2\,\text{kg}$ פועל כוח שקול של $6\,\text{N}$ קדימה. התאוצה שלה $6 \div 2 = 3\,\text{m/s}^2$, כלומר המהירות שלה גדלה ב־$3\,\text{m/s}$ בכל שנייה. אם התחילה ב־$1\,\text{m/s}$, אחרי $2\,\text{s}$ היא נעה ב־$7\,\text{m/s}$.



צילום הבזקים: מיקום הגוף כל חצי שנייה. כשהרווחים גדלים — הגוף מאיץ, וכשהם קטנים — הוא מאט.

הכוח השקול קובע את התאוצה, לא את המהירות. כיוון התאוצה תמיד זהה לכיוון הכוח השקול, אבל המהירות יכולה להיות בכל כיוון. בבלימה המהירות קדימה והכוח השקול אחורה. כדור שנזרק למעלה עולה, אבל הכוח השקול עליו (המשקל) מכוון כל הזמן כלפי מטה.

בדקו את עצמכם

כדור נזרק אנכית למעלה. מהו הכוח השקול שפועל עליו ברגע שהוא בשיא הגובה, כשמהירותו אפס? (התשובות לכל תיבות ״בדקו את עצמכם״ נמצאות בסוף הקובץ.)

© אור בן שטרית · אינסוף

2 ארגז הכוחות של המכניקה

כוח הוא **פעולה הדדית בין שני גופים**: דחיפה או משיכה. לכוח יש גודל וכיוון, ולכן הוא וקטור. יחידת הכוח היא ניוטון: $1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s^2}$, כלומר הכוח שמקנה לגוף של $1\,\mathrm{kg}$ תאוצה של $1\,\mathrm{m/s^2}$. כמעט כל הכוחות בשאלות המכניקה בבגרות הם שבעת הכוחות האלה:

הכוח	מי מפעיל אותו	כיוון	גודל
כוח הכובד (משקל) mg	כדור הארץ	אנכית כלפי מטה	mg
כוח נורמלי N	משטח שהגוף נוגע בו	ניצב למשטח, דוחף את הגוף ממנו	לפי המשוואות, לא תמיד mg!
מתיחות T	חוט, חבל או מוט	לאורך החוט, מושך את הגוף (מוט יכול גם לדחוף)	לפי המשוואות. בחוט אידיאלי היא שווה לכל אורכו
חיכוך סטטי f_s	משטח, כשאין החלקה	מקביל למשטח, נגד המגמה להחליק	$0 \le f_s \le \mu_s N$
חיכוך קינטי f_k	משטח, בזמן החלקה	מקביל למשטח, נגד כיוון ההחלקה	$f_k = \mu_k N$
כוח קפיץ	קפיץ	לאורך הקפיץ, לעבר האורך הרפוי	$k\,\Delta x$ (חוק הוק)
התנגדות האוויר D	האוויר	נגד כיוון המהירות	גדלה עם המהירות

טיפ

לכל כוח יש "בעל בית". לפני שמסרטטים כוח, שואלים: **איזה גוף מפעיל אותו?** אם אין תשובה, הכוח לא קיים. "כוח התנועה", "כוח הזריקה" שממשיך לפעול אחרי שהכדור עזב את היד ו"כוח ma" — אף אחד מהם לא קיים. חוץ מהכובד, כל הכוחות במכניקה פועלים רק במקום שבו יש **מגע**.

מסה ומשקל הם לא אותו דבר. המסה m נמדדת בקילוגרם. היא מודדת עד כמה קשה לשנות את מהירות הגוף, והיא זהה בכל מקום. המשקל mg נמדד בניוטון. זה הכוח שבו כדור הארץ מושך את הגוף. אסטרונאוט שמסתו $60\,\mathrm{kg}$ שוקל על כדור הארץ $600\,\mathrm{N}$. על הירח, שם $g \approx 1.6\,\mathrm{m/s^2}$, הוא שוקל רק כ־$96\,\mathrm{N}$, אבל לעצור אותו כשהוא רץ קשה שם בדיוק באותה מידה.

3 החוק הראשון: התמדה

החוק הראשון של ניוטון

אם הכוח השקול שפועל על גוף הוא אפס, הגוף נמצא במנוחה או נע במהירות קבועה — קבועה בגודל וגם בכיוון. וגם להפך: אם המהירות קבועה, הכוח השקול אפס.

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \Delta\vec{v} = 0$$

טעות נפוצה

"אין כוח שקול, אז הגוף עומד." לא נכון! גם צנחן שנופל במהירות קבועה, וגם מכונית שנוסעת במהירות קבועה בכביש ישר, נמצאים במצב של כוח שקול אפס. שקול אפס פירושו מהירות קבועה. מנוחה היא רק מקרה פרטי, שבו המהירות הקבועה היא אפס.

החוק עובד גם בכל ציר בנפרד: אם $\Sigma F_x = 0$, אז v_x קבועה, גם כשבציר y המהירות משתנה. זו בדיוק הסיבה שבזריקה המהירות האופקית לא משתנה (נושא 1): המשקל אנכי, ואין כוח אופקי.

החוק הראשון נכון רק ביחס ל**מערכת ייחוס אינרציאלית**, כלומר מערכת שאינה מאיצה. כשאוטובוס בולם בחדות, כדור שמונח על הרצפה שלו מתגלגל קדימה בלי שאף כוח דוחף אותו. הכדור פשוט ממשיך במהירות שהייתה לו, והאוטובוס הוא שמאט מתחתיו. בשאלות הבגרות מתייחסים לכדור הארץ כאל מערכת אינרציאלית.

בדקו את עצמכם

מעלית עולה במהירות קבועה של $3\,\mathrm{m/s}$. מה גדול יותר: המתיחות בכבל, או המשקל של המעלית עם הנוסעים?

© אור בן שטרית · אינסוף

4 החוק השני: הכוח השקול קובע את התאוצה

החוק השני של ניוטון

$$\Sigma \vec{F} = m\,\vec{a} \qquad \Sigma F_x = m\,a_x \qquad \Sigma F_y = m\,a_y$$

התאוצה תמיד בכיוון הכוח השקול. גודלה ביחס ישר לכוח השקול וביחס הפוך למסה. $\Sigma \vec{F}$ כולל רק כוחות שפועלים על הגוף שבחרתם, ו־m היא המסה של אותו גוף (או של מערכת גופים שנעים יחד באותה תאוצה).

בגובה העיניים

דחפו באותו כוח עגלת סופר ריקה ועגלה מלאה. הריקה "בורחת", והמלאה בקושי זזה. אותו כוח על מסה כפולה נותן חצי תאוצה. המסה היא מדד ל**התמדה**: לעקשנות של הגוף מול שינוי במהירות שלו.

דוגמה פתורה

על ארגז שמסתו $4\,\text{kg}$, שעומד על רצפה, מושכים בכוח אופקי של $20\,\text{N}$. כוח החיכוך הקינטי הוא $8\,\text{N}$.

1. הכוח השקול: $20 - 8 = 12\,\text{N}$, בכיוון המשיכה.
2. התאוצה: $a = \dfrac{12}{4} = 3\,\text{m/s}^2$.
3. אחרי $2\,\text{s}$ מהמנוחה: $v = 3 \cdot 2 = 6\,\text{m/s}$, והארגז עבר $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 = 6\,\text{m}$.

טיפ

הגשר לנושא 1. כמעט כל שאלה בדינמיקה נגמרת בקינמטיקה. מוצאים את a מהחוק השני, ומציבים בנוסחאות התנועה בתאוצה קבועה. זה עובד גם בכיוון ההפוך: מגרף מהירות–זמן מוצאים את a (השיפוע), ומ־a את הכוח השקול.

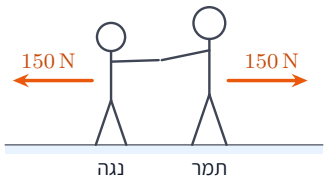
5 החוק השלישי: פעולה ותגובה

החוק השלישי של ניוטון

אם גוף A מפעיל כוח על גוף B, אז גוף B מפעיל על גוף A כוח שווה בגודלו והפוך בכיוונו:

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$$

שני הכוחות פועלים באותו רגע ומאותו סוג (שניהם כוחות מגע, או שניהם כובד). **הם פועלים על שני גופים שונים**, ולכן הם אף פעם לא מבטלים זה את זה.



דוגמה קטנה. שתי מחליקות על קרח, נגה ($m_1 = 50\,\text{kg}$) ותמר ($m_2 = 75\,\text{kg}$), עומדות זו מול זו ודוחפות זו את זו. נגה דוחפת את תמר בכוח של $150\,\text{N}$, ולכן גם תמר דוחפת את נגה בכוח של $150\,\text{N}$, לכיוון ההפוך. הכוחות שווים, אבל התאוצות לא:

$$a_1 = \frac{150}{50} = 3\,\text{m/s}^2 \qquad a_2 = \frac{150}{75} = 2\,\text{m/s}^2$$

המחליקה הקלה יותר מקבלת תאוצה גדולה יותר. לא משנה מי מהן "באמת דחפה".

© אור בן שטרית · אינסוף

הכוח	"בן הזוג" שלו לפי החוק השלישי
כדור הארץ מושך את הספר כלפי מטה (mg)	הספר מושך את כדור הארץ כלפי מעלה
השולחן דוחף את הספר כלפי מעלה (N)	הספר לוחץ על השולחן כלפי מטה
כף הרגל דוחפת את הרצפה אחורה (בהליכה)	הרצפה דוחפת את כף הרגל קדימה (חיכוך סטטי)
הגלגלים דוחפים את הכביש אחורה	הכביש דוחף את המכונית קדימה
הרקטה דוחפת את הגזים אחורה	הגזים דוחפים את הרקטה קדימה

טעות נפוצה

"N ו־mg הם זוג של פעולה ותגובה." לא! שניהם פועלים על הספר, והם כוחות מסוגים שונים (מגע וכובד). הם שווים בגודלם רק כשאין לספר תאוצה אנכית ואין עליו כוחות אנכיים נוספים, למשל כשהוא מונח על שולחן אופקי. וגם אז השוויון נובע מהחוק הראשון, לא מהשלישי. במעלית מאיצה הם כבר לא שווים.

איך גוף מניע את עצמו? גוף לא יכול לדחוף את עצמו. הוא דוחף גוף אחר, והגוף האחר דוחף אותו בחזרה. כשהולכים, כף הרגל דוחפת את הרצפה אחורה, וכוח החיכוך של הרצפה דוחף אותנו קדימה. במכונית, המנוע מסובב את הגלגלים, הגלגלים דוחפים את הכביש אחורה, והכביש דוחף את המכונית קדימה. לכן על קרח אי אפשר להאיץ חזק. המנוע לא נחלש, אבל הכביש החלק לא יכול להחזיר כוח חיכוך גדול.

בגובה העיניים

סוס מושך עגלה. לפי החוק השלישי, העגלה מושכת את הסוס אחורה באותו כוח, אז איך הם זזים? כדי לדעת אם הסוס מאיץ, סוכמים רק את הכוחות שפועלים על הסוס: העגלה מושכת אותו אחורה, והקרקע דוחפת את פרסותיו קדימה. אם הדחיפה של הקרקע גדולה מהמשיכה של העגלה, הסוס מאיץ. הכוח שהסוס מפעיל על העגלה לא נכנס לחשבון הזה, כי הוא פועל על העגלה.

בדקו את עצמכם

משאית כבדה מתנגשת חזיתית במכונית קטנה. על מי מהן פועל כוח גדול יותר בזמן ההתנגשות? למי מהן תהיה תאוצה גדולה יותר?

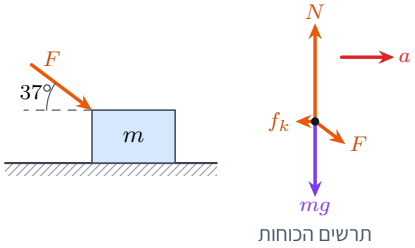
6 תרשים כוחות בשישה צעדים

כמעט כל טעות בדינמיקה מתחילה בתרשים כוחות חסר או עודף. לכן עובדים לפי סדר קבוע:

1. **בוחרים גוף אחד** ומסרטטים אותו לבד, מנותק מהסביבה (נקודה או מלבן).
2. **מסרטטים את המשקל** mg, אנכית כלפי מטה.
3. **עוברים על כל נקודות המגע**: משטח נותן כוח נורמלי ולפעמים גם חיכוך, חוט נותן מתיחות, ויש גם קפיץ או יד שדוחפת.
4. **בודקים שלכל כוח יש בעל בית**, ושלא נכנסו לתרשים כוחות שהגוף מפעיל על גופים אחרים.
5. **בוחרים צירים**: ציר אחד בכיוון התאוצה (על מדרון — לאורך המדרון), והשני ניצב לו.
6. **מפרקים לרכיבים וכותבים משוואה לכל ציר**: בכיוון התאוצה $\Sigma F = ma$, ובכיוון הניצב $\Sigma F = 0$.

דוגמה פתורה

דוחפים ארגז שמסתו $10\,\text{kg}$ בעזרת מקל, בכוח $F = 50\,\text{N}$ שמכוון $37°$ מתחת לאופק. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לרצפה $\mu_k = 0.2$, והארגז נע ימינה.



תרשים הכוחות

- **ציר** y (אין תאוצה אנכית): $N - mg - F\sin 37° = 0$, ולכן $N = 100 + 30 = 130\,\text{N}$. שימו לב: $N \neq mg$! הדחיפה כלפי מטה לוחצת את הארגז אל הרצפה.
- **חיכוך:** $f_k = \mu_k N = 0.2 \cdot 130 = 26\,\text{N}$.
- **ציר** x**:** $F\cos 37° - f_k = ma$, כלומר $40 - 26 = 10a$, ולכן $a = 1.4\,\text{m/s}^2$.

טעות נפוצה

מה לא מסרטטים בתרשים כוחות? את ma, כי זו התוצאה של הכוחות ולא כוח נוסף. את המהירות. כוחות שהגוף מפעיל על גופים אחרים. ו"כוח זריקה" של כדור שכבר עזב את היד.

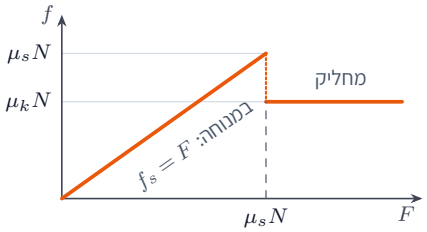
7 חיכוך: סטטי וקינטי

בגובה העיניים

חיכוך סטטי הוא כמו חבר עקשן שדוחף בחזרה בדיוק באותו כוח שבו אתם דוחפים, עד שנגמר לו הכוח. כל עוד הארגז לא זז, החיכוך "מתאים את עצמו": דוחפים ב־$30\,\text{N}$ — הוא מחזיר $30\,\text{N}$. דוחפים ב־$45\,\text{N}$ — הוא מחזיר $45\,\text{N}$. רק כשהדחיפה עוברת את הערך המרבי $\mu_s N$, הארגז מתחיל להחליק, והחיכוך יורד לערך הקינטי $\mu_k N$. (זה לא זוג של פעולה ותגובה: הדחיפה והחיכוך שווים בגלל החוק הראשון, כי הארגז במנוחה.)

נוסחאות

- **חיכוך סטטי** (אין החלקה): $0 \le f_s \le \mu_s N$. הגודל שלו נקבע מהמשוואות: בדיוק מה שצריך כדי שלא תהיה החלקה.
- **חיכוך קינטי** (יש החלקה): $f_k = \mu_k N$, נגד כיוון ההחלקה.
- בדרך כלל $\mu_k < \mu_s$. מקדם החיכוך תלוי בסוג המשטחים, ובקירוב טוב לא תלוי בשטח המגע ולא במהירות.



החיכוך כפונקציה של כוח אופקי F שגדל לאט.

טיפ

קודם בודקים אם הגוף זז. מניחים שהוא נשאר במנוחה, ומחשבים מהמשוואות כמה חיכוך צריך בשביל זה. אם הערך הזה קטן מ־$\mu_s N$ או שווה לו, הגוף באמת במנוחה, והחיכוך הוא הערך שחישבתם. אם הוא גדול מ־$\mu_s N$, הגוף מחליק, והחיכוך הוא $\mu_k N$.

דוגמה פתורה

ארגז של $10\,\text{kg}$ עומד על רצפה, עם $\mu_s = 0.6$ ו־$\mu_k = 0.4$. לכן $N = 100\,\text{N}$, החיכוך הסטטי המרבי $60\,\text{N}$, והחיכוך הקינטי $40\,\text{N}$. מושכים את הארגז בכוח אופקי F:

$F\,(\text{N})$	20	45	60	80
$f\,(\text{N})$	20	45	60	40
$a\,(\text{m/s}^2)$	0	0	0	$\frac{80-40}{10} = 4$

בעמודה של $60\,\text{N}$ הארגז על סף תנועה. בעמודה של $80\,\text{N}$ הוא מחליק, והחיכוך קטן ל־$40\,\text{N}$, אף שמשכנו חזק יותר.

חיכוך יכול לדחוף קדימה. החיכוך פועל נגד ההחלקה היחסית בין שני המשטחים, ולא בהכרח נגד כיוון התנועה. ארגז שמונח על משטח של משאית מאיצה נוסע איתה, כי החיכוך הסטטי מושך אותו קדימה, בכיוון התנועה. כך גם בהליכה ובנסיעה. על משטח אופקי, התאוצה המרבית שחיכוך יכול לתת היא $a_{\max} = \mu_s g$.

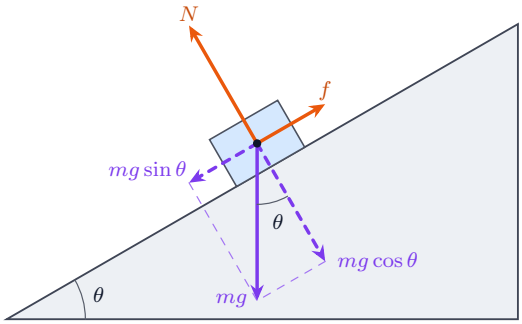
בדקו את עצמכם

ספר שמסתו $1\,\text{kg}$ מונח על שולחן, ומקדם החיכוך הסטטי ביניהם 0.3. דוחפים את הספר אופקית בכוח של $2\,\text{N}$, והוא לא זז. מהו כוח החיכוך שפועל עליו?

© אור בן שטרית · אינסוף

8 מישור משופע

על מדרון בוחרים צירים **לאורך המדרון** ו**בניצב לו**. כך הכוח הנורמלי והחיכוך כבר מונחים על הצירים, ורק את המשקל צריך לפרק לרכיבים.



- רכיב המשקל **לאורך המדרון**, שמושך במורד: $mg\sin\theta$.
- רכיב המשקל **בניצב למדרון**, שמכוון אל תוך המדרון: $mg\cos\theta$.
- אם אין כוחות נוספים בניצב למדרון: $N = mg\cos\theta$.

טיפ

איך לא להתבלבל בין sin ל־cos? בדקו מקרי קצה. כש־$\theta = 0$ (משטח אופקי) אין משיכה במורד, ואכן $\sin 0 = 0$. כש־$\theta = 90°$ (קיר) כל המשקל מושך במורד, ואכן $\sin 90° = 1$. בנוסף, הזווית בין mg לבין הניצב למדרון שווה לזווית המדרון θ.

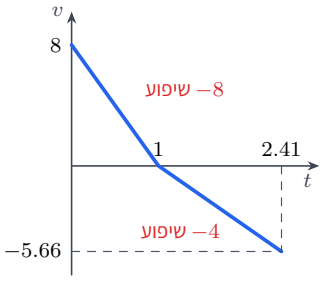
ארבעה מצבים על מדרון

מדרון חלק	$a = g\sin\theta$ במורד, ולא תלויה במסה
גוף נח על מדרון מחוספס	$f_s = mg\sin\theta$. אפשרי רק אם $\tan\theta \le \mu_s$
מחליק במורד	$a = g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)$, כיוונה במורד
נע במעלה ומאט	$a = g(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)$, כיוונה במורד

זווית ההחלקה. מטים לוח לאט עד שהקופסה שמונחת עליו מתחילה להחליק. ברגע הזה $\tan\theta = \mu_s$, וזו דרך פשוטה למדוד את מקדם החיכוך הסטטי. אם נותנים לקופסה דחיפה קטנה והיא יורדת במהירות קבועה, אז $\tan\theta = \mu_k$.

דוגמה פתורה

גוף נזרק במעלה מדרון של $37°$ במהירות $8\,\mathrm{m/s}$. מקדם החיכוך הקינטי 0.25, ומקדם החיכוך הסטטי קטן מ־0.75. הכיוון החיובי הוא במעלה המדרון.



- **בעלייה:** $a = -10(0.6 + 0.25\cdot 0.8) = -8\,\mathrm{m/s^2}$. הגוף נעצר אחרי $1\,\mathrm{s}$, לאחר שעלה $\frac{8^2}{2\cdot 8} = 4\,\mathrm{m}$.
- **למעלה:** $\tan 37° = 0.75 > \mu_s$, ולכן הגוף לא נשאר שם.
- **בירידה:** $a = -10(0.6 - 0.25\cdot 0.8) = -4\,\mathrm{m/s^2}$. כדי לרדת $4\,\mathrm{m}$ הוא צריך $\sqrt{2}\approx 1.41\,\mathrm{s}$, והוא חוזר במהירות $4\sqrt{2}\approx 5.66\,\mathrm{m/s}$, קטנה מ־$8\,\mathrm{m/s}$.

שימו לב לשבירה בגרף. בעלייה החיכוך והמשקל פועלים שניהם במורד. בירידה החיכוך מתהפך ופועל במעלה, ולכן התאוצה קטנה יותר והירידה ארוכה יותר.

טעות נפוצה

"על מדרון $N = mg$." לא נכון: $N = mg\cos\theta$, וגם זה רק כשאין כוחות נוספים בניצב למדרון. כוח אופקי שדוחף את הגוף אל המדרון, למשל, מגדיל את N.

בדקו את עצמכם

קופסה יורדת במהירות קבועה במורד מדרון של $37°$. מהו מקדם החיכוך הקינטי בין הקופסה למדרון?

© אור בן שטרית · אינסוף

9 מעלית והוריית המאזניים

בגובה העיניים

המאזניים לא "יודעים" מה המשקל שלכם. הם מודדים את הכוח שבו אתם לוחצים עליהם, ולפי החוק השלישי זה בדיוק הכוח הנורמלי N שהם מפעילים עליכם. כשהמעלית מאיצה למעלה, המאזניים צריכים גם להחזיק אתכם וגם להאיץ אתכם, ולכן הם דוחפים חזק יותר.

עם ציר חיובי כלפי מעלה, החוק השני לאדם שעומד על המאזניים הוא $N - mg = ma$, ולכן

$$N = m(g + a).$$

מה המעלית עושה	כיוון התאוצה	הוריית המאזניים
עומדת, או נעה במהירות קבועה	אין תאוצה	$N = mg$
מתחילה לעלות	למעלה	$N > mg$
עולה ומאטה לפני עצירה	למטה	$N < mg$
מתחילה לרדת	למטה	$N < mg$
יורדת ומאטה לפני עצירה	למעלה	$N > mg$
נופלת חופשית (הכבל נקרע)	g למטה	$N = 0$

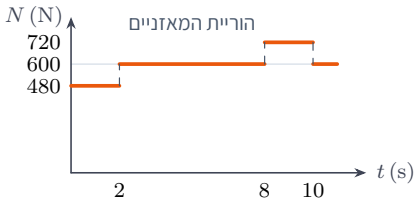
טיפ

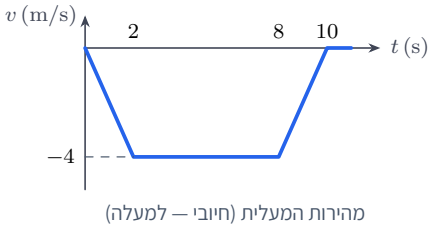
המאזניים מגלים את כיוון התאוצה, לא את כיוון התנועה. הוריה שגבוהה מהמשקל מתאימה גם למעלית שמתחילה לעלות וגם למעלית שיורדת ומאטה. כדי להבחין ביניהן צריך לדעת עוד משהו, למשל שהמעלית התחילה ממנוחה.

דוגמה פתורה

תלמיד שמסתו $60\,\text{kg}$ עומד על מאזניים במעלית שעומדת בקומה העליונה. ברגע $t = 0$ המעלית מתחילה לנוע. הגרפים מתארים את הוריית המאזניים ואת מהירות המעלית.

- עד $t = 2\,\text{s}$: $N = 480\,\text{N} < 600\,\text{N}$. התאוצה $\frac{480-600}{60} = -2\,\text{m/s}^2$, כלומר כלפי מטה. המעלית התחילה ממנוחה, ולכן היא יורדת.
- מ־2 עד 8 שניות: $N = mg$, והמעלית נעה במהירות קבועה של $2 \cdot 2 = 4\,\text{m/s}$ כלפי מטה.
- מ־8 עד 10 שניות: $N = 720\,\text{N}$, התאוצה $+2\,\text{m/s}^2$, והמעלית מאטה עד שהיא נעצרת.
- הדרך הכוללת היא השטח מתחת לגרף המהירות: $4 + 24 + 4 = 32\,\text{m}$ כלפי מטה.





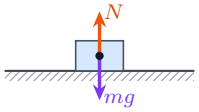
בדקו את עצמכם

אדם שמסתו $80\,\text{kg}$ עומד על מאזניים במעלית שעולה ומאטה. גודל התאוצה $1.5\,\text{m/s}^2$. מה מראים המאזניים?

מקרים תרשימי כוחות – 18 מקרים

כתום — כוחות מגע, סגול — משקל, אדום — תאוצה, כחול — מהירות. במדרונות θ היא זווית השיפוע.

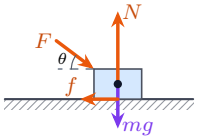
1 גוף נח על רצפה



$N = mg$

רק כשאין כוחות אנכיים נוספים

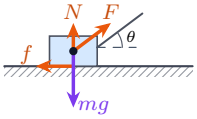
2 דוחפים בזווית כלפי מטה



$N = mg + F\sin\theta$

הדחיפה מגדילה את N ואת החיכוך

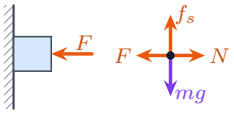
3 מושכים בחבל בזווית



$N = mg - F\sin\theta$

החבל "מרים" חלק מהמשקל

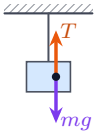
4 גוף שנלחץ אל קיר



$N = F, \qquad f_s = mg$

נשאר במקום רק אם $\mu_s F \geq mg$

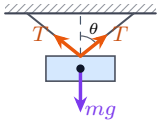
5 גוף תלוי בחוט



$T = mg$

כשהגוף במנוחה או במהירות קבועה

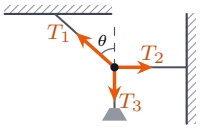
6 שלט על שני חוטים



$2T\cos\theta = mg$

θ נמדדת מהאנך

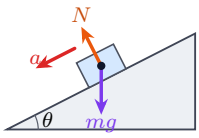
7 חוט נטוי וחוט אופקי



$T_1\cos\theta = mg, \qquad T_1\sin\theta = T_2$

הקשר בשיווי משקל, ו־$T_3 = mg$

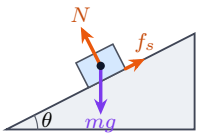
8 מדרון חלק



$a = g\sin\theta, \qquad N = mg\cos\theta$

התאוצה לא תלויה במסה

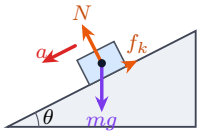
9 גוף נח על מדרון



$f_s = mg\sin\theta$

אפשרי רק כש־$\tan\theta \leq \mu_s$

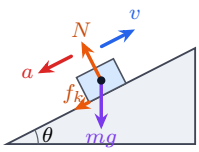
10 מחליק במורד, עם חיכוך



$a = g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)$

מורד: החיכוך במעלה

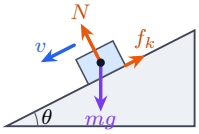
11 נע במעלה המדרון ומאט



$|a| = g(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)$

משקל וחיכוך פועלים שניהם במורד

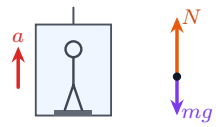
12 מהירות קבועה במורד



$\tan\theta = \mu_k$

שווה בדיוק לחיכוך $mg\sin\theta$

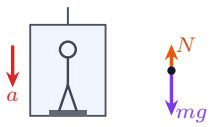
13 מעלית שמאיצה למעלה



$N = m(g + |a|)$

גם מעלית שיורדת ומאטה

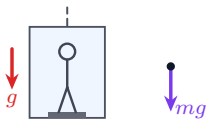
14 מעלית שמאיצה למטה



$N = m(g - |a|)$

גם מעלית שעולה ומאטה

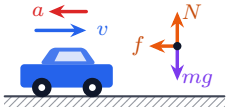
15 הכבל נקרע: נפילה חופשית



$N = 0$

"חוסר משקל": המאזניים מראים אפס

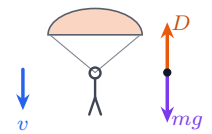
16 מכונית בולמת



$|a| = \mu g$

גלגלים נעולים: μ_k. עם ABS: עד μ_s

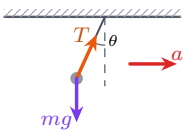
17 צנחן במהירות סופית



$D = mg, \qquad a = 0$

נופל, אבל השקול אפס

18 מד־תאוצה ברכב שמאיץ



$\tan\theta = \dfrac{a}{g}$

החוט נוטה אחורה, נגד התאוצה

© אור בן שטרית · אינסוף

10 גופים מחוברים

בגובה העיניים

קטר מושך שלושה קרונות. הקטר מושך את כל הרכבת, אבל כל צימוד מושך רק את מה שמאחוריו: הצימוד הראשון מושך שלושה קרונות, והאחרון מושך קרון אחד. לכן המתיחות הגדולה ביותר היא בצימוד הקרוב לקטר.

שתי שיטות ואילוץ אחד

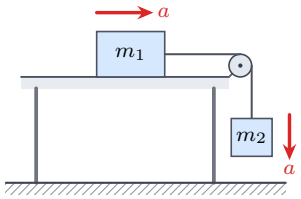
- **שיטת המערכת:** כשלכל הגופים אותה תאוצה, באותו גודל ובאותו כיוון (גופים צמודים, קרונות בשורה), מתייחסים אליהם כאל גוף אחד. הכוחות הפנימיים (מתיחויות וכוחות מגע בין הגופים) מתבטלים בזוגות לפי החוק השלישי, ונשארים רק הכוחות החיצוניים: $a=\dfrac{\Sigma F_{ext}}{M}$, כאשר M היא המסה הכוללת. כשהחוט מתכופף על גלגלת, משתמשים במקום זה ב"ציר המכופף" (בטיפ שבהמשך).
- **שיטת הפירוק:** תרשים כוחות נפרד לכל גוף, ומשוואה $\Sigma F=ma$ לכל אחד. כך מוצאים מתיחויות וכוחות מגע.
- **אילוץ:** כל הגופים שקשורים בחוט מתוח שאינו נמתח נעים באותו גודל תאוצה, גם אם הכיוונים שלהם שונים (אחד אופקי ואחד אנכי). השוויון הזה נובע מהגאומטריה של החוט, לא מחוקי ניוטון. (זה נכון כשהחוט עובר רק על גלגלות קבועות. בגלגלת ניידת התאוצות שונות — ראו כרטיס 14 בעמוד "גופים מחוברים — 18 מקרים".)

טיפ

טריק "הציר המכופף". במערכת עם גלגלת, "מיישרים" בדמיון את החוט לציר אחד שמתכופף על הגלגלת. כל כוח שמושך לכיוון התנועה חיובי, כל כוח שמושך נגדה שלילי, ומחלקים במסה הכוללת. המתיחויות לא נכנסות לחשבון, כי הן כוחות פנימיים.

דוגמה פתורה

גוף שמסתו $m_1=4\,\text{kg}$ מונח על שולחן, עם $\mu_s=0.3$ ו־$\mu_k=0.25$. הוא קשור בחוט שעובר על גלגלת אל משקולת $m_2=2\,\text{kg}$ שתלויה באוויר.



1. **האם זז?** אילו המערכת הייתה במנוחה, המתיחות הייתה $m_2g=20\,\text{N}$, אבל החיכוך הסטטי יכול לאזן לכל היותר $0.3\cdot 40=12\,\text{N}$. $20>12$, ולכן המערכת זזה.
2. **תאוצה (ציר מכופף):**
$$a=\frac{m_2g-\mu_k m_1 g}{m_1+m_2}=\frac{20-10}{6}\approx 1.67\,\text{m/s}^2.$$
3. **מתיחות (המשקולת לבד):**
$m_2g-T=m_2a$, ולכן $T=2(10-1.67)\approx 16.7\,\text{N}$.
4. **בדיקה (הגוף שעל השולחן):**
$T-f_k=16.7-10=6.7\,\text{N}$, ואכן $m_1a=4\cdot 1.67\approx 6.7\,\text{N}$.

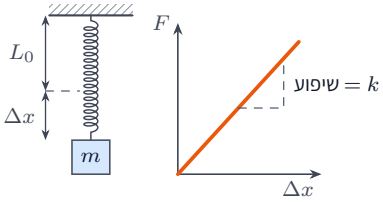
המתיחות קטנה מהמשקל של המשקולת ($20\,\text{N}$), כי המשקולת מאיצה כלפי מטה.

בדקו את עצמכם

במכונת אטווד תלויות משני צידי הגלגלת מסות של $3\,\text{kg}$ ושל $1\,\text{kg}$. חשבו את התאוצה ואת המתיחות בחוט.

11 קפיץ וחוק הוק

קפיץ הוא הדוגמה הפשוטה ביותר לכוח שתלוי במקום: ככל שמותחים אותו יותר, הוא מושך חזק יותר.



הכוח שהקפיץ מפעיל ביחס ישר לשינוי באורכו:

$$F = k\,\Delta x$$

Δx הוא ההתארכות (או ההתכווצות) ביחס ל**אורך הרפוי** L_0, ו־k הוא **קבוע הקפיץ**, ביחידות $\mathrm{N/m}$. כוח הקפיץ תמיד מכוון כך שהוא מחזיר את הקפיץ לאורכו הרפוי. בגרף של F כפונקציה של Δx מתקבל קו ישר דרך הראשית, ו־k הוא השיפוע שלו.

דוגמה: קפיץ עם $k = 200\,\mathrm{N/m}$ שנמתח ב־$5\,\mathrm{cm}$ מושך בכוח של $200 \cdot 0.05 = 10\,\mathrm{N}$.

דינמומטר (מד־כוח) הוא קפיץ עם סרגל. הוא מראה את המתיחות שפועלת עליו.

טיפ

הדינמומטר שבאמצע. דינמומטר מונח על שולחן, ומשני צדדיו יוצאים חוטים שעוברים על גלגלות. בקצה כל חוט תלויה משקולת של $5\,\mathrm{kg}$. הדינמומטר מראה $50\,\mathrm{N}$, ולא $100\,\mathrm{N}$! המצב זהה לדינמומטר שתלוי מהתקרה ומחזיק משקולת אחת: שם התקרה מושכת את הקצה העליון, וכאן המשקולת השנייה (כרטיס 16 בעמוד "גופים מחוברים — 18 מקרים").

קפיצים בטור ובמקביל

מכינה

בחיבור **בטור** כל קפיץ נושא את כל הכוח, וההתארכויות מתחברות: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$. שני קפיצים זהים בטור רכים פי 2 מקפיץ בודד. בחיבור **במקביל** ההתארכות משותפת, והכוחות מתחברים: $k = k_1 + k_2$. שני קפיצים זהים במקביל קשיחים פי 2.

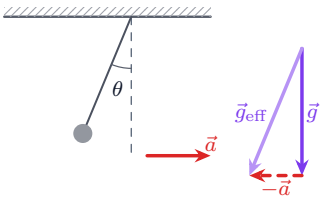
דוגמה פתורה

משקולת של $0.5\,\mathrm{kg}$ תלויה על קפיץ עם $k = 100\,\mathrm{N/m}$, בתוך מעלית. כשהמעלית עומדת, הקפיץ מתארך ב־$\frac{0.5\cdot 10}{100} = 0.05\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{cm}$. כשהמעלית מאיצה כלפי מעלה ב־$2\,\mathrm{m/s^2}$, המשקולת מאיצה יחד איתה: $k\,\Delta x - mg = ma$, ולכן $\Delta x = \frac{0.5\cdot 12}{100} = 0.06\,\mathrm{m} = 6\,\mathrm{cm}$.

12 טריק: כובד מדומה במערכת מאיצה

יש דרך מהירה לפתור שאלות שמתרחשות בתוך רכב או מעלית שמאיצים. לפי **עקרון השקילות** (אקוויולנציה), מי שנמצא בתוך מערכת שמאיצה בתאוצה $\vec{a}$ מרגיש כאילו הכובד השתנה ל־

$$\vec{g}_{\text{eff}} = \vec{g} - \vec{a}.$$



- **במעלית שמאיצה למעלה** ב־a: $g_{\text{eff}} = g + a$, והכול "כבד יותר": $N = m(g+a)$.
- **ברכב שמאיץ קדימה** ב־a: הכובד המדומה נוטה אחורה. לכן מטוטלת שתלויה מהתקרה נוטה אחורה, בזווית שמקיימת $\tan\theta = \frac{a}{g}$, ובכוס שתייה פני המים ניצבים ל־$\vec{g}_{\text{eff}}$. כך פועל **מד־תאוצה**, והמתיחות בחוט שלו היא $T = m\sqrt{g^2 + a^2}$.
- **בנפילה חופשית:** $g_{\text{eff}} = 0$, וזה "חוסר המשקל".

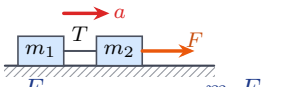
טעות נפוצה

זה טריק לחישוב, ולא כוח אמיתי. בתרשים כוחות ביחס לקרקע אין "כוח מדומה". על המטוטלת פועלים רק T ו־mg, והשקול שלהם ma מכוון קדימה. כששואלים בבחינה על "תרשים כוחות", מסרטטים רק כוחות שיש להם בעל בית.

מקרים גופים מחוברים – 18 מקרים

החוטים והגלגלות אידיאליים (חסרי מסה וחיכוך), ו־a היא התאוצה המשותפת (ערך שלילי פירושו תאוצה בכיוון ההפוך). אל תשננו את הנוסחאות — הן כאן כדי שתבדקו את עצמכם. כל אחת מהן יוצאת בשתיים־שלוש שורות מתרשים כוחות.

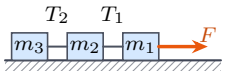
1 שני גופים בחוט



$$a=\frac{F}{m_1+m_2},\qquad T=\frac{m_1F}{m_1+m_2}$$

משטח חלק. החוט מאיץ רק את m_1

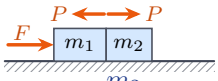
2 רכבת של שלושה קרונות



$$T_1=(m_2+m_3)a,\qquad T_2=m_3a$$

משטח חלק. כל צימוד מושך את מה שמאחוריו

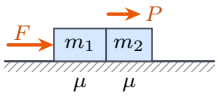
3 גופים צמודים נדחפים



$$P=\frac{m_2}{m_1+m_2}F$$

P — כוח המגע בין הגופים

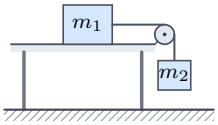
4 צמודים, עם חיכוך זהה



$$P=\frac{m_2}{m_1+m_2}F$$

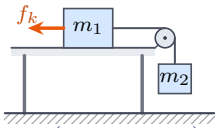
כשהם מחליקים: החיכוך לא משנה את P

5 שולחן חלק ומשקולת



$$a=\frac{m_2g}{m_1+m_2},\qquad T=\frac{m_1m_2g}{m_1+m_2}$$

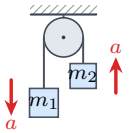
6 שולחן עם חיכוך ומשקולת



$$a=\frac{(m_2-\mu_km_1)g}{m_1+m_2}$$

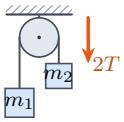
מתחילה לנוע רק אם $m_2>\mu_sm_1$

7 מכונת אטווד



$$a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g,\qquad T=\frac{2m_1m_2g}{m_1+m_2}$$

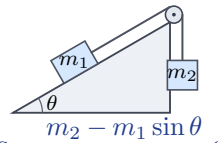
8 אטווד: הכוח על התקרה



$$F=2T$$

קטן מ־$(m_1+m_2)g$ כש־$m_1\neq m_2$

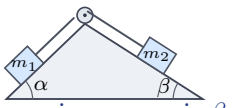
9 מדרון חלק ומשקולת תלויה



$$a=\frac{m_2-m_1\sin\theta}{m_1+m_2}g$$

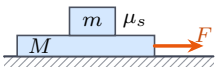
$a>0$: המשקולת יורדת

10 שני מדרונות חלקים



$$a=\frac{m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta}{m_1+m_2}g$$

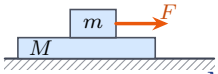
11 גוף על גוף: מושכים את התחתון



$$F_{\max}=\mu_s(m+M)g$$

רצפה חלקה. עד כאן נעים יחד (מכינה)

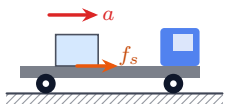
12 גוף על גוף: מושכים את העליון



$$F_{\max}=\mu_smg\,\frac{m+M}{M}$$

רצפה חלקה (מכינה)

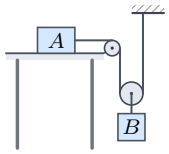
13 ארגז במשאית שמאיצה



$$f_s=ma,\qquad a_{\max}=\mu_sg$$

החיכוך מושך את הארגז קדימה

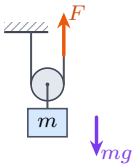
14 גלגלת ניידת



$$a_A=2a_B,\qquad a_B=\frac{m_Bg}{m_B+4m_A}$$

שולחן חלק. B זזה חצי מ־A (מכינה)

15 הרמה בעזרת גלגלת ניידת



$$F=\frac{mg}{2}$$

במהירות קבועה: חצי כוח, פי 2 חבל

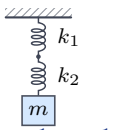
16 דינמומטר בין שתי משקולות



$$T=mg$$

הדינמומטר מראה mg, לא $2mg$

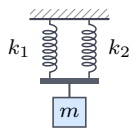
17 קפיצים בטור



$$\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$$

כל קפיץ נושא את כל המשקל (מכינה)

18 קפיצים במקביל

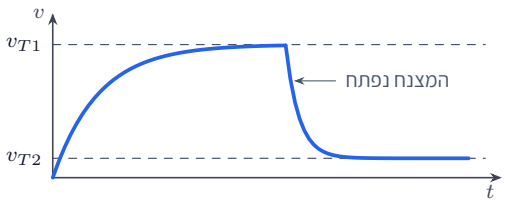


$$k=k_1+k_2$$

המוט נשאר אופקי (מכינה)

13 כוח שתלוי במהירות: התנגדות האוויר

עד עכשיו, חוץ מהקפיץ, עבדנו עם כוחות קבועים, ולכן גם התאוצה הייתה קבועה. התנגדות האוויר D גדלה עם המהירות, ולכן התאוצה משתנה. כך נראית הנפילה של צנחן:



- **בהתחלה** $v=0$, אין התנגדות, ו־$a=g$.
- **ככל שהמהירות גדלה**, גם D גדל, והתאוצה $a=g-\frac{D}{m}$ קטנה. השיפוע של גרף המהירות קטן.
- **כש־**$D=mg$ התאוצה מתאפסת, והצנחן ממשיך ב**מהירות סופית** קבועה.
- **כשהמצנח נפתח**, D גדל בבת אחת, הכוח השקול מכוון כלפי מעלה, והצנחן מאט עד מהירות סופית חדשה וקטנה יותר.

פתרון מספרי בשיטת אוילר

מכינה כשאין נוסחה מוכנה, מחלקים את הזמן לצעדים קטנים Δt, ובכל צעד מניחים שהתאוצה כמעט קבועה. עבור התנגדות $D=bv$:

$$a_n = g - \frac{b}{m}\,v_n, \qquad v_{n+1} = v_n + a_n\,\Delta t.$$

דוגמה עם $\frac{b}{m}=0.25\,\mathrm{s^{-1}}$ ו־$\Delta t=1\,\mathrm{s}$:

$t\,(\mathrm{s})$	0	1	2	3
$v\,(\mathrm{m/s})$	0	10	17.5	≈ 23.1
$a\,(\mathrm{m/s^2})$	10	7.5	≈ 5.6	≈ 4.2

המהירות שואפת למהירות הסופית $v_T=\frac{mg}{b}=40\,\mathrm{m/s}$. ככל ש־$\Delta t$ קטן יותר, התוצאה מדויקת יותר.

14 עשרה טיפים שחוסכים נקודות

1. **לכל כוח — בעל בית.** לפני שמסרטטים חץ, אומרים בקול מי מפעיל אותו. אין בעל בית? אין כוח.
2. **ציר בכיוון התאוצה.** על מדרון — לאורך המדרון. במערכת עם גלגלת — "ציר מכופף" לאורך החוט.
3. **בציר הניצב — שקול אפס.** משם מקבלים את N, ורק אחר כך את החיכוך μN.
4. **N לא תמיד mg.** כוח בזווית, מדרון ומעלית מאיצה משנים אותו. מחשבים אותו בכל שאלה מחדש.
5. **חיכוך סטטי הוא "עד", לא "שווה".** $\mu_s N$ הוא רק הגבול. קודם בודקים אם הגוף זז, ורק אז בוחרים נוסחה.
6. **כיוון החיכוך.** נגד ההחלקה היחסית בין המשטחים. לכן לפעמים הוא בכיוון התנועה: בהליכה, בנסיעה ובארגז על משאית.
7. **מערכת קודם, פירוק אחר כך.** את התאוצה מוצאים מכל המערכת (או מ"הציר המכופף"), ואת המתיחות או כוח המגע — מגוף אחד.
8. **בדיקת קצה.** הציבו $\theta=0$, $\mu=0$ או מסה שווה לאפס. במכונת אטווד עם $m_2=0$ חייב לצאת $a=g$.
9. **בדיקת יחידות.** ניוטון חלקי קילוגרם הוא $\mathrm{m/s^2}$. אם הצבתם מסה במקום משקל, היחידות יגלו את זה.
10. **דינמיקה ואז קינמטיקה.** התאוצה מהחוק השני היא הגשר לכל הנוסחאות של נושא 1: זמן, מרחק ומהירות.

15 טעויות נפוצות

שמונה טעויות שחוזרות בכל מבחן

1. מסרטטים בתרשים הכוחות חץ של ma, כאילו זה כוח נוסף.
2. "כוח הזריקה" ממשיך לפעול על הכדור אחרי שעזב את היד. **לא:** באוויר פועל רק המשקל (והתנגדות האוויר, אם יש).
3. כותבים $N = mg$ בכל מצב, גם על מדרון, גם עם כוח בזווית וגם במעלית מאיצה.
4. כותבים $f_s = \mu_s N$ גם כשהגוף רחוק מסף תנועה.
5. מזהים את N ואת mg כזוג של פעולה ותגובה. **לא:** שניהם פועלים על אותו גוף.
6. מניחים שהמתיחות בחוט שווה למשקל של המשקולת התלויה, גם כשהמשקולת מאיצה.
7. במשוואה של כל המערכת מכניסים גם את המתיחויות, או מחלקים במסה של גוף אחד בלבד.
8. מבלבלים בין מסה למשקל: "הארגז שוקל $50\,\text{kg}$", ומציבים 50 במקום $mg = 500\,\text{N}$.

16 תשובות לתיבות "בדקו את עצמכם"

- **פרק 1:** mg כלפי מטה, אף שהמהירות ברגע הזה אפס. התאוצה בשיא היא $g = 10\,\text{m/s}^2$ כלפי מטה.
- **פרק 3:** הם שווים. המהירות קבועה, ולכן הכוח השקול אפס (החוק הראשון).
- **פרק 5:** הכוחות שווים בגודלם (החוק השלישי). למכונית תהיה תאוצה גדולה יותר, כי המסה שלה קטנה יותר.
- **פרק 7:** $2\,\text{N}$. זה חיכוך סטטי, והוא שווה לכוח הדחיפה. הערך המרבי, $0.3 \cdot 10 = 3\,\text{N}$, לא מנוצל עד הסוף.
- **פרק 8:** $\mu_k = \tan 37^\circ = 0.75$.
- **פרק 9:** המעלית עולה ומאטה, ולכן התאוצה כלפי מטה: $N = 80(10 - 1.5) = 680\,\text{N}$.
- **פרק 10:** $a = \dfrac{3-1}{3+1} \cdot 10 = 5\,\text{m/s}^2$ ו־$T = \dfrac{2 \cdot 3 \cdot 1}{3+1} \cdot 10 = 15\,\text{N}$.

ומה עכשיו? עברו לקובץ התרגילים של הנושא: 15 שאלות, מהבסיס ועד שאלות אתגר, עם תשובות סופיות בסוף. הנושא הבא בסדרה הוא עבודה ואנרגיה.

17 דף הנוסחאות של הנושא

כוחות וחוקי ניוטון בעמוד אחד

החוק הראשון	$\Sigma\vec{F}=0 \iff \Delta\vec{v}=0$	(מנוחה או מהירות קבועה)
החוק השני	$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$	$\Sigma F_x=ma_x \quad \Sigma F_y=ma_y$
החוק השלישי	$\vec{F}_{A\to B}=-\vec{F}_{B\to A}$	(על שני גופים שונים)
משקל	mg	$g=10\,\mathrm{m/s^2}$
חיכוך	$0\le f_s\le \mu_s N$	$f_k=\mu_k N$
חוק הוק	$F=k\,\Delta x$	בטור: $\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$ במקביל: $k=k_1+k_2$ (מכינה)
מדרון	$mg\sin\theta$ לאורך המדרון	$mg\cos\theta$ בניצב למדרון
	חלק: $a=g\sin\theta$	מחליק במורד: $a=g(\sin\theta-\mu_k\cos\theta)$
	נע במעלה ומאט: $\lvert a\rvert=g(\sin\theta+\mu_k\cos\theta)$	
	סף החלקה: $\tan\theta=\mu_s$	מהירות קבועה במורד: $\tan\theta=\mu_k$
מעלית	$N=m(g+a)$	(a חיובית כלפי מעלה)
מכונת אטווד	$a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g$	$T=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}g$
שולחן ומשקולת	$a=\frac{m_2-\mu_k m_1}{m_1+m_2}g$	
גופים צמודים	$a=\frac{\Sigma F_{ext}}{m_1+m_2}$	כוח המגע: $P=\frac{m_2}{m_1+m_2}F$
מד־תאוצה	$\tan\theta=\frac{a}{g}$	$T=m\sqrt{g^2+a^2}$
התנגדות האוויר	מהירות סופית כש־$D=mg$	אוילר: $v_{n+1}=v_n+a_n\Delta t$

© 2026 אור בן שטרית · אינסוף. כל הזכויות שמורות.
מותר להדפיס ולהפיץ את הקובץ בשלמותו ובחינם לצורכי לימוד. אסור להעתיק ממנו תרגילים או איורים לחומרים אחרים, לשנות אותו או להשתמש בו למטרות מסחריות בלי אישור בכתב.
הקובץ נכתב בידי אינסוף ואינו פרסום רשמי של משרד החינוך או של גוף אחר.