נושא 1 מתוך 8 • מכניקה

קינמטיקה: תנועה בקו ישר ובמישור

קובץ הסבר • רעיונות, נוסחאות, גרפים, שיטות וטריקים

כיתה י״א · 5 יח״ל · מכינה קדם־אקדמית

אינסוף
פיזיקה • מכניקה

מה תמצאו כאן?
הקובץ בונה את הקינמטיקה מהרעיון הפשוט ביותר ועד זריקות במישור. בכל פרק תמצאו קודם אינטואיציה, אחר כך נוסחה ודוגמה קטנה עם מספרים, ולבסוף טיפים. שני עמודי ״מקרים״ מרכזים בתמונה אחת את כל סוגי הגרפים ואת כל סוגי הזריקות שמופיעים בבחינות. אחרי הקובץ הזה מחכה לכם קובץ של 15 תרגילים באותו נושא.

מה כדאי לדעת קודם? משוואות ממעלה ראשונה ושנייה, שיפוע של ישר, משפט פיתגורס, סינוס וקוסינוס במשולש ישר־זווית.

צבעים קבועים בכל האיורים: מקום והעתק — ירוק · מהירות — כחול · תאוצה — אדום · כובד — סגול

1 הרעיון הגדול: שלוש קומות של תנועה

קינמטיקה היא **תיאור** של תנועה: איפה הגוף נמצא, כמה מהר הוא נע ואיך המהירות שלו משתנה. בשלב הזה עוד לא שואלים למה הוא נע כך. על כך נענה בנושא 2, כוחות וחוקי ניוטון.

בגובה העיניים

דמיינו נמלה שהולכת לאורך סרגל ארוך.

- **המקום** x הוא המספר שמתחת לרגליה.
- **המהירות** v אומרת בכמה המספר הזה משתנה בכל שנייה.
- **התאוצה** a אומרת בכמה המהירות משתנה בכל שנייה.

דוגמה קטנה: ברגע $t=0$ הנמלה ליד הסימון $2\,\text{cm}$, ואחרי $3\,\text{s}$ היא ליד הסימון $14\,\text{cm}$ (נניח שעד אז הלכה בקצב קבוע). המקום השתנה ב־$12\,\text{cm}$ בתוך $3\,\text{s}$, ולכן המהירות הממוצעת שלה היא $12 \div 3 = 4\,\text{cm/s}$. אם בשתי השניות הבאות המהירות עולה מ־$4\,\text{cm/s}$ ל־$10\,\text{cm/s}$, התאוצה הממוצעת היא $6 \div 2 = 3\,\text{cm/s}^2$.

את שלושת הגדלים אפשר לסדר כמו שלוש קומות. עולים קומה בעזרת **שיפוע**, ויורדים קומה בעזרת **שטח**. זה כל הסוד של הגרפים בקינמטיקה:



בדקו את עצמכם

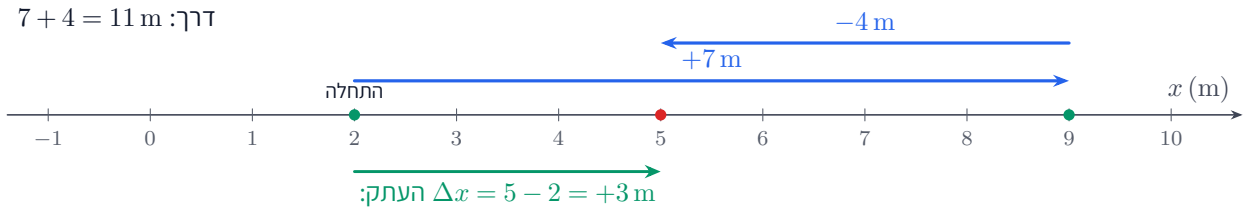
מכונית עברה מהמקום $x=100\,\text{m}$ אל המקום $x=40\,\text{m}$ בתוך $4\,\text{s}$. מה המהירות הממוצעת שלה? שימו לב לסימן. (התשובות לכל תיבות ״בדקו את עצמכם״ נמצאות בסוף הקובץ.)

© אור בן שטרית · אינסוף

2 מקום, העתק ודרך

לפני כל חישוב בוחרים **ציר מקום**: נקודת ראשית וכיוון חיובי. הבחירה חופשית, אבל ברגע שבחרתם, הציר קבוע לכל אורך הבעיה ולכל הגופים שבה.

- **מקום** x — השיעור של הגוף על הציר. הוא יכול להיות שלילי.
- **העתק** $\Delta x = x_2 - x_1$ — המקום הסופי פחות המקום ההתחלתי. הסימן שלו מגלה לאיזה כיוון התקדם הגוף בסך הכול.
- **דרך** — כל המרחק שהגוף עבר בפועל, כמו מד־המרחק של מכונית. הדרך תמיד חיובית, ותמיד גדולה מגודל ההעתק או שווה לו.



שני סוגי "ממוצע" נשמעים דומים, אבל הם שונים:

מהירות ממוצעת מול מהירות נסיעה ממוצעת

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- **מהירות ממוצעת** $\bar{v}$ — העתק חלקי זמן. יש לה סימן, והיא יכולה להיות אפס גם אחרי נסיעה ארוכה (אם חזרתם לנקודת המוצא).
- **מהירות נסיעה ממוצעת** — דרך חלקי זמן. זה מה שמכונה "מהירות ממוצעת" בשיחה רגילה, והיא תמיד חיובית.

המלכודת הקלאסית: ממוצע של מהירויות

נוסעים $120\,\mathrm{km}$ במהירות $60\,\mathrm{km/h}$, וחוזרים באותו כביש במהירות $40\,\mathrm{km/h}$. התשובה אינה $50\,\mathrm{km/h}$! הנסיעה הלוך נמשכת $2\,\mathrm{h}$, והנסיעה חזור $3\,\mathrm{h}$, ולכן מהירות הנסיעה הממוצעת היא $240 \div 5 = 48\,\mathrm{km/h}$. נסעתם יותר זמן במהירות הנמוכה, ולכן הממוצע נוטה אליה.

כלל מהיר למהירות הנסיעה הממוצעת: ב**דרכים שוות** היא $\dfrac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$, וב**זמנים שווים** היא $\dfrac{v_1+v_2}{2}$.

3 תנועה קצובה: מהירות קבועה

בתנועה קצובה הגוף עובר העתקים שווים בזמנים שווים. המהירות קבועה, והמקום משתנה באופן קווי:

תנועה קצובה

$$x(t) = x_0 + v\,t$$

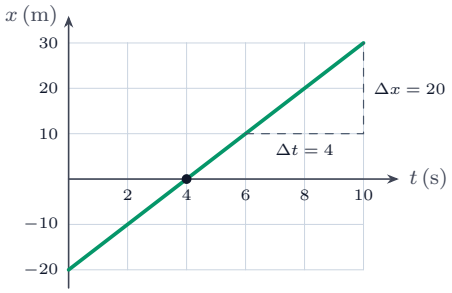
בגרף מקום–זמן זה **קו ישר**: השיפוע הוא v, והחיתוך עם ציר המקום הוא x_0. בגרף מהירות–זמן זה קו אופקי, והשטח שמתחתיו הוא ההעתק $v \cdot \Delta t$.

© אור בן שטרית · אינסוף

דוגמה פתורה

רץ נמצא ברגע $t=0$ במקום $x_0=-20\,\text{m}$ ונע במהירות קבועה $v=5\,\text{m/s}$.

- פונקציית המקום: $x(t)=-20+5t$.
- מתי הוא עובר בראשית? $-20+5t=0$, ולכן $t=4\,\text{s}$.
- איפה הוא אחרי $10\,\text{s}$? $x=-20+50=30\,\text{m}$.



השיפוע: $20\div 4=5\,\text{m/s}$

המרת יחידות בשנייה אחת

מ־km/h ל־m/s מחלקים ב־3.6, ובכיוון ההפוך כופלים ב־3.6. כדאי לזכור את הזוגות הנפוצים:

108	90	72	54	36	18	km/h
30	25	20	15	10	5	m/s

4 תנועה בתאוצה קבועה

כשהמהירות משתנה בקצב קבוע, התאוצה קבועה: $a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$. בגרף מהירות–זמן זה קו ישר שהשיפוע שלו הוא a. ארבע נוסחאות מתארות כל תנועה כזו:

ארבע הנוסחאות של תאוצה קבועה

(1)	$v=v_0+a\,t$	**אין בה העתק** — כשההעתק לא נתון ולא מבוקש
(2)	$x=x_0+v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$	**אין בה מהירות סופית**
(3)	$v^2=v_0^2+2a\,(x-x_0)$	**אין בה זמן** — הנוסחה של הבלימות
(4)	$x-x_0=\frac{1}{2}\,(v_0+v)\,t$	**אין בה תאוצה**

איך בוחרים נוסחה? כלל "הגודל החסר"

בכל בעיה יש חמישה גדלים: v_0, v, a, t ו־Δx. בדרך כלל שלושה נתונים ואחד מבוקש. מצאו את הגודל **החמישי**, זה שלא נתון ולא מבוקש, ובחרו את הנוסחה שהוא לא מופיע בה.

דוגמה פתורה

מכונית נוסעת ב־$20\,\text{m/s}$ ובולמת בתאוצה קבועה עד שהיא נעצרת אחרי $50\,\text{m}$. מה תאוצתה, וכמה זמן נמשכה הבלימה?

- נתונים: $v_0=20\,\text{m/s}$, $v=0$, $\Delta x=50\,\text{m}$. כדי למצוא את a לא צריך את הזמן, ולכן נוסחה (3): $0=20^2+2a\cdot 50$, ומכאן $a=-4\,\text{m/s}^2$.
- עכשיו הזמן, בנוסחה (1): $0=20-4t$, ולכן $t=5\,\text{s}$.
- בדיקה בנוסחה (4): $\Delta x=\frac{1}{2}(20+0)\cdot 5=50\,\text{m}$. מתאים.

© אור בן שטרית · אינסוף

מאיץ או מאט? הסימן לבד לא מספיק

תאוצה חיובית **אינה** אומרת שהגוף מאיץ. הכול תלוי ביחס בין סימן המהירות לסימן התאוצה:

	$a>0$	$a<0$
$v>0$	מאיץ בכיוון החיובי	מאט בכיוון החיובי
$v<0$	מאט בכיוון השלילי	מאיץ בכיוון השלילי

הכלל: הגוף מאיץ כש־v ו־a באותו סימן, ומאט כשהסימנים הפוכים. לכן אין צורך בגודל נפרד להאטה: יש תאוצה אחת עם סימן, והסימן נקבע לפי הציר שבחרתם.

בדקו את עצמכם

גוף נע במהירות $v=-6\,\mathrm{m/s}$, ותאוצתו $a=+2\,\mathrm{m/s^2}$. האם הוא מאיץ או מאט? אחרי כמה זמן הוא ייעצר?

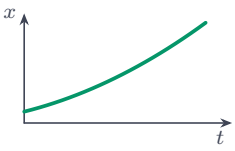
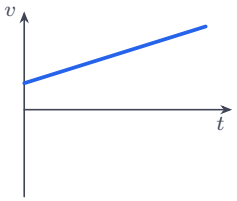
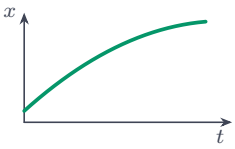
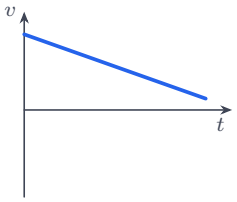
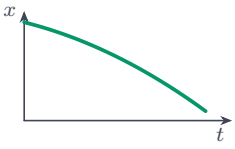
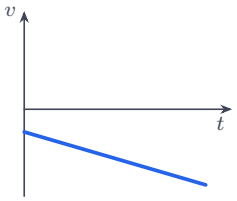
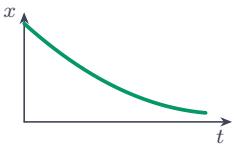
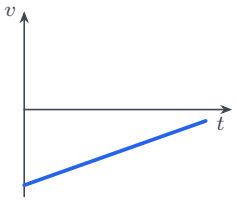
5 מתרגמים גרפים

בבחינות מקבלים את התנועה כמעט תמיד כגרף. שלושה כללים מספיקים כדי לקרוא כל גרף:

שלושת כללי הגרפים

1. **גרף מקום–זמן:** השיפוע הוא המהירות. שיפוע של מיתר נותן מהירות ממוצעת, ושיפוע של משיק נותן מהירות רגעית. פרבולה "מחייכת" ($\cup$) פירושה $a>0$, ופרבולה "עצובה" ($\cap$) פירושה $a<0$.
2. **גרף מהירות–זמן:** השיפוע הוא התאוצה, והשטח (עם סימן) הוא ההעתק. ברגע שבו הגרף חוצה את ציר הזמן, הגוף משנה כיוון.
3. **גרף תאוצה–זמן:** השטח הוא שינוי המהירות Δv.

ארבעת המקרים של תאוצה קבועה

סימנים	גרף מקום–זמן	גרף מהירות–זמן	מה קורה?
$v>0,\ a>0$			נע בכיוון החיובי ומאיץ. השיפוע בגרף המקום הולך וגדל.
$v>0,\ a<0$			נע בכיוון החיובי ומאט. גרף המהירות מתקרב לציר הזמן.
$v<0,\ a<0$			נע בכיוון השלילי ומאיץ. גרף המהירות מתרחק מציר הזמן.
$v<0,\ a>0$			נע בכיוון השלילי ומאט. גרף המהירות מתקרב לציר הזמן.

הטריק של ציר הזמן

בגרף מהירות–זמן אפשר לראות אם הגוף מאיץ או מאט בלי לחשב סימנים: אם הגרף מתרחק מציר הזמן הגוף מאיץ, ואם הוא מתקרב לציר הגוף מאט.

בדקו את עצמכם

בגרף מהירות–זמן של גוף, השטח שמעל ציר הזמן הוא $30\ \mathrm{m}$ והשטח שמתחתיו הוא $12\ \mathrm{m}$. מה ההעתק של הגוף, ומה הדרך שעבר?

© אור בן שטרית · אינסוף

6 גרפים בקינמטיקה – 18 מקרים

כל כרטיס הוא מצב שחוזר בבחינות. ירוק — גרף מקום, כחול — גרף מהירות, אדום — גרף תאוצה.

1 מנוחה



$v = 0$

קו אופקי: המקום לא משתנה

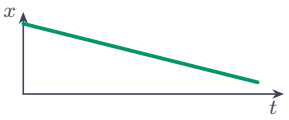
2 תנועה קצובה קדימה



$x = x_0 + vt, \quad v > 0$

השיפוע הוא המהירות

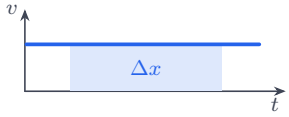
3 תנועה קצובה אחורה



$v < 0$

קו יורד: הגוף נע לכיוון השלילי

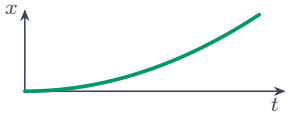
4 מהירות קבועה ושטח



$\Delta x = v \cdot \Delta t$

שטח המלבן הוא ההעתק

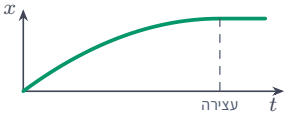
5 מאיץ ממנוחה



$x = \frac{1}{2}at^2$

פרבולה מחייכת שמתחילה בשיפוע אפס

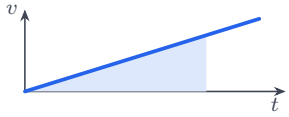
6 בולם עד עצירה



$v \to 0$

המשיק נעשה אופקי ברגע העצירה

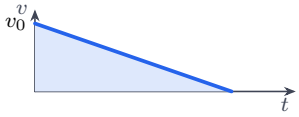
7 מאיץ ממנוחה – שטח



$\Delta x = \frac{1}{2}\,v\,t$

ההעתק הוא שטח המשולש

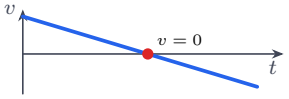
8 בלימה – מרחק עצירה



$\Delta x = \dfrac{v_0^2}{2|a|}$

משולש: חצי בסיס כפול גובה

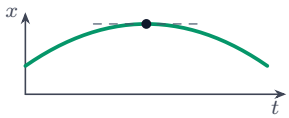
9 נקודת מפנה



$v = 0, \quad a \neq 0$

הגוף נעצר לרגע ומשנה כיוון

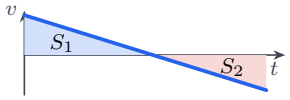
10 שיא בגרף המקום



$v = 0$

משיק אופקי: נקודת מפנה, המקום המרבי

11 שטח מעל ומתחת לציר



$\Delta x = S_1 - S_2$

והדרך היא $S_1 + S_2$

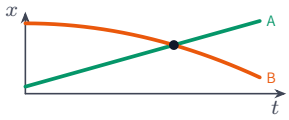
12 האצה, שיוט, בלימה



$\Delta x = S_\triangle + S_\square + S_\triangle$

מחלקים את השטח לצורות פשוטות

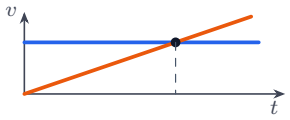
13 שני גופים נפגשים



$x_A(t) = x_B(t)$

נקודת החיתוך היא המפגש

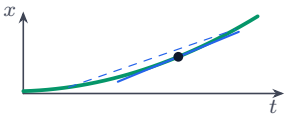
14 מהירויות שוות



$v_A = v_B$

בדרך כלל זה לא מפגש: זה
רגע המרחק המרבי או המזערי

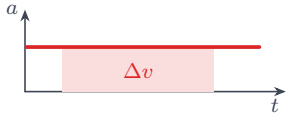
15 מיתר ומשיק



$\bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

מיתר (מקווקו): ממוצעת. משיק: רגעית

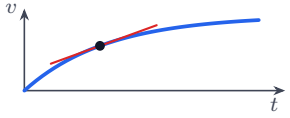
16 תאוצה קבועה



$\Delta v = a \cdot \Delta t$

השטח בגרף תאוצה הוא שינוי מהירות

17 תאוצה משתנה



התאוצה הרגעית היא שיפוע המשיק
השיפוע הולך וקטן: גם התאוצה

18 גרף בלתי אפשרי

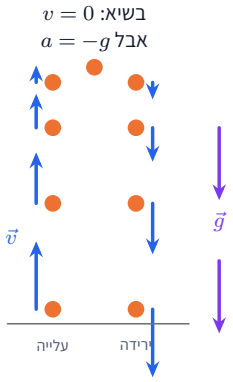


לגוף יש מקום אחד בלבד בכל רגע

© אור בן שטרית · אינסוף

7 נפילה חופשית וזריקה אנכית

כשהתנגדות האוויר זניחה, כל גוף שנע לאורך קו אנכי בהשפעת כוח הכובד בלבד נע ב**תאוצה קבועה** $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$ כלפי מטה, בלי קשר למסה שלו ובלי קשר לכיוון התנועה: בעלייה, בשיא ובירידה. לכן ארבע הנוסחאות של תאוצה קבועה תקפות כאן כמו שהן. נוח לבחור ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה, ואז $a = -g$.



זריקה אנכית (ציר y כלפי מעלה)

$$y = y_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad v = v_0 - gt$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g\,(y - y_0)$$

כשזורקים גוף מהקרקע והוא חוזר לאותו גובה:

- זמן העלייה: $t_{\uparrow} = \dfrac{v_0}{g}$, וזמן הירידה שווה לו.
- הגובה המרבי: $H = \dfrac{v_0^2}{2g}$.
- זמן התנועה כולה: $T = \dfrac{2v_0}{g}$.
- בכל גובה, גודל המהירות בעלייה שווה לגודלה בירידה. רק הכיוון הפוך.

דוגמה פתורה

זורקים כדור אנכית כלפי מעלה במהירות $v_0 = 20\,\mathrm{m/s}$ מגובה הקרקע.

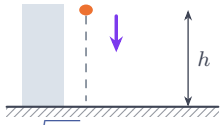
- זמן העלייה: $20 \div 10 = 2\,\mathrm{s}$, והגובה המרבי: $20^2 \div 20 = 20\,\mathrm{m}$.
- הכדור חוזר לקרקע אחרי $4\,\mathrm{s}$, במהירות $20\,\mathrm{m/s}$ כלפי מטה.
- איפה הוא אחרי $3\,\mathrm{s}$? $y = 20 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 15\,\mathrm{m}$, ומהירותו $v = 20 - 30 = -10\,\mathrm{m/s}$. הסימן השלילי אומר שהוא כבר בירידה.

טעות נפוצה

"בשיא הגובה התאוצה היא אפס" — לא נכון! בשיא **המהירות** היא אפס, אבל התאוצה היא g כלפי מטה כל הזמן. אילו התאוצה בשיא הייתה אפס, הכדור היה נשאר תלוי שם באוויר.

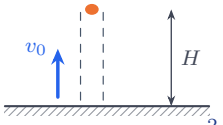
תנועה אנכית – 6 מקרים

1 שחרור ממנוחה מגובה h



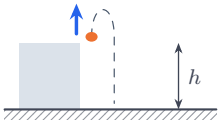
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad v = \sqrt{2gh}$$

2 זריקה למעלה מהקרקע



$$t_{\uparrow} = \frac{v_0}{g} \qquad H = \frac{v_0^2}{2g}$$

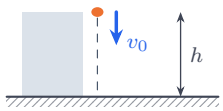
3 זריקה למעלה מגג



$$h + v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 = 0$$

משוואה ריבועית: לוקחים את הפתרון $t > 0$

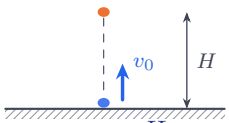
4 זריקה למטה מגג



$$y = h - v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

המהירות ההתחלתית שלילית לפי הציר

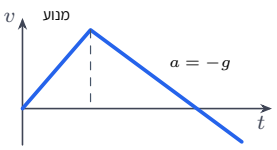
5 אחד נופל, אחד עולה



$$t_{\text{meet}} = \frac{H}{v_0}$$

התאוצה היחסית אפס (אם נפגשים באוויר)

6 מנוע ואחר כך נפילה



מהירות סוף שלב 1 היא
מהירות ההתחלה של שלב 2

© אור בן שטרית · אינסוף

בדקו את עצמכם

זורקים כדור אנכית כלפי מעלה במהירות $15\,\mathrm{m/s}$. מה המהירות שלו בשיא הגובה, ומה התאוצה שלו שם (גודל וכיוון)?

8 בעיות מפגש ומרדף: השיטה

כמעט כל שאלת "שני גופים" נפתרת באותם שישה צעדים:

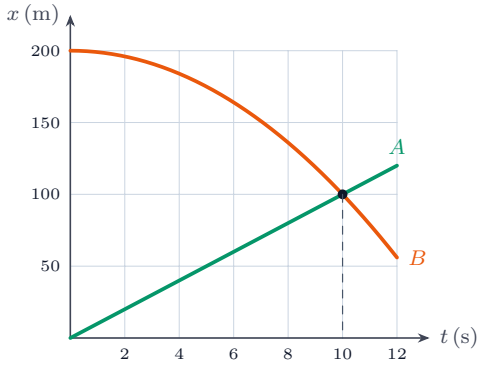
שישה צעדים לשאלת מפגש

1. **ציר אחד** לכל הגופים: ראשית אחת וכיוון חיובי אחד.
2. **שעון אחד:** $t=0$ הוא אותו רגע לכל הגופים. גוף שיוצא באיחור של t_0 — מחליפים אצלו את t ב־$(t-t_0)$, עבור $t \geq t_0$.
3. כותבים $x_A(t)$ ו־$x_B(t)$, והסימנים של v_0 ושל a נקבעים לפי הציר.
4. מפגש: $x_A(t)=x_B(t)$.
5. בודקים כל פתרון: האם $t \geq 0$? האם הגופים עדיין נעים לפי הנוסחה ברגע הזה (למשל, לא נעצרו קודם)?
6. מרחק מרבי או מזערי ביניהם: ברגע שבו $v_A=v_B$.

דוגמה פתורה

גוף A יוצא מהראשית במהירות קבועה $10\,\mathrm{m/s}$ לכיוון גוף B. באותו רגע B, שנמצא $200\,\mathrm{m}$ ממנו, מתחיל לנוע ממנוחה לכיוון A בתאוצה $2\,\mathrm{m/s^2}$.

- ציר: ראשית אצל A, הכיוון החיובי לעבר B.
- $x_A = 10t$, ו־$x_B = 200 - \frac{1}{2}\cdot 2\,t^2 = 200 - t^2$.
- מפגש: $10t = 200 - t^2$, כלומר $t^2 + 10t - 200 = 0$, ולכן $t = 10\,\mathrm{s}$. הפתרון $t=-20\,\mathrm{s}$ נפסל.
- מקום המפגש: $x = 100\,\mathrm{m}$. ברגע הזה $v_A = +10\,\mathrm{m/s}$ ו־$v_B = -20\,\mathrm{m/s}$.

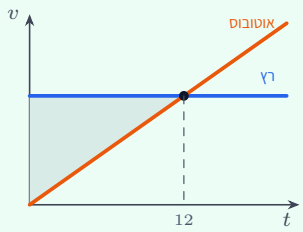


הגוף שכבר נעצר

מכונית ב־$20\,\mathrm{m/s}$ בולמת ב־$4\,\mathrm{m/s^2}$, ולכן $x = 20t - 2t^2$. היא נעצרת כעבור $5\,\mathrm{s}$, לאחר שעברה $50\,\mathrm{m}$. אם מציבים $t=7\,\mathrm{s}$ בנוסחה מקבלים $x=42\,\mathrm{m}$, כאילו המכונית חזרה לאחור. זה לא קרה! מהרגע שבו המכונית נעצרה, הנוסחה כבר לא מתארת אותה: היא עומדת ב־$x=50\,\mathrm{m}$. אם פתרון של מפגש יוצא אחרי רגע העצירה, צריך לפתור מחדש עם המכונית העומדת.

מהירויות שוות: הרגע הקריטי

רץ שנע במהירות קבועה של $6\,\mathrm{m/s}$ נמצא $40\,\mathrm{m}$ מאחורי אוטובוס עומד. באותו רגע האוטובוס יוצא ממנוחה בתאוצה $0.5\,\mathrm{m/s^2}$. כל עוד הרץ מהיר מהאוטובוס, הפער קטן. ברגע שהמהירויות משתוות, אחרי $12\,\mathrm{s}$, הפער מפסיק לקטון ומתחיל לגדול. עד אז עבר הרץ $72\,\mathrm{m}$, והאוטובוס עבר $36\,\mathrm{m}$, כלומר האוטובוס נמצא $76\,\mathrm{m}$ מנקודת ההתחלה של הרץ. הפער המזערי הוא $4\,\mathrm{m}$: הרץ מפספס את האוטובוס.



השטח הירוק: כמה הרץ "סגר" מהפער

9 תנועה יחסית

מהירות היא תמיד ביחס למשהו. המהירות של A **ביחס ל־**B היא

$$v_{A/B} = v_A - v_B$$

(עם סימנים לפי הציר). שתי מכוניות שנוסעות באותו כיוון, ב־$90\,\mathrm{km/h}$ וב־$70\,\mathrm{km/h}$, מתקרבות זו לזו ב־$20\,\mathrm{km/h}$ בלבד (אם המהירה נוסעת מאחור). אם הן נוסעות זו מול זו, הן מתקרבות ב־$160\,\mathrm{km/h}$.

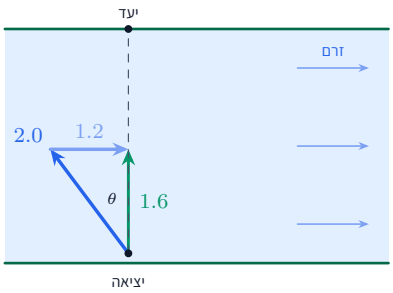
לעמוד על אחד הגופים

בבעיית מפגש אפשר "לעמוד" על גוף B: מנקודת המבט שלו, A נע במהירות $v_A - v_B$ ובתאוצה $a_A - a_B$. כשהתאוצות שוות, התאוצה היחסית היא אפס והתנועה היחסית קצובה. לכן שני כדורים שנעים בנפילה חופשית מתקרבים זה לזה במהירות קבועה. הם נפגשים אחרי $t = \dfrac{d}{v_{\text{rel}}}$, כאשר d הוא המרחק ההתחלתי ביניהם ו־v_{rel} היא המהירות היחסית.

תנועה יחסית במישור: סירה בנהר

מכינה מהירות הסירה ביחס לקרקע היא **סכום וקטורי** של מהירותה ביחס למים ושל מהירות הזרם:

$$\vec{v}_{\text{boat/ground}} = \vec{v}_{\text{boat/water}} + \vec{v}_{\text{water/ground}}$$



כחול: ביחס למים. ירוק: ביחס לקרקע.

דוגמה פתורה

רוחב הנהר $90\,\mathrm{m}$, מהירות הזרם $1.2\,\mathrm{m/s}$, ומהירות הסירה ביחס למים $2.0\,\mathrm{m/s}$.

- **מכוונים ניצב לגדה:** זמן החצייה $90 \div 2 = 45\,\mathrm{s}$, הזרם סוחף את הסירה $1.2 \cdot 45 = 54\,\mathrm{m}$, והמהירות ביחס לקרקע היא $\sqrt{2^2 + 1.2^2} \approx 2.33\,\mathrm{m/s}$.
- **רוצים להגיע לנקודה שממול:** מכוונים במעלה הזרם בזווית θ לניצב, כך ש־$2\sin\theta = 1.2$. מכאן $\theta \approx 37°$. רכיב החצייה הוא $2\cos\theta = 1.6\,\mathrm{m/s}$, וזמן החצייה הוא $90 \div 1.6 \approx 56\,\mathrm{s}$.

המסלול הקצר ביותר אינו המסלול המהיר ביותר!

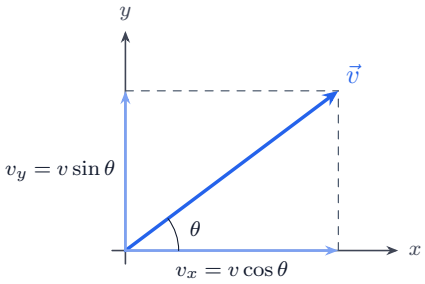
10 וקטורים בקצרה

העתק, מהירות ותאוצה הם **וקטורים**: יש להם גודל ויש להם כיוון. במישור מפרקים כל וקטור לשני **רכיבים** שניצבים זה לזה. אם θ היא הזווית בין הווקטור לבין הכיוון החיובי של ציר x:

$$A_x = A\cos\theta \qquad A_y = A\sin\theta$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad \tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כדי לחבר וקטורים מחברים בנפרד את רכיבי x ואת רכיבי y.



המשולש של הבגרות

$\sin 37° \approx 0.6$ ו־$\cos 37° \approx 0.8$, כמו במשולש ישר־זווית שצלעותיו $3,\ 4,\ 5$. ב־$53°$ הערכים מתחלפים. לדוגמה, מהירות $20\,\mathrm{m/s}$ בזווית $37°$ מעל האופק מתפרקת לרכיבים $v_x = 16\,\mathrm{m/s}$ ו־$v_y = 12\,\mathrm{m/s}$.

© אור בן שטרית · אינסוף

11 זריקות במישור

בגובה העיניים

זריקה במישור היא בעצם **שתי תנועות פשוטות בבת אחת**. בכיוון האופקי הגוף נע בתנועה קצובה, כי אין תאוצה אופקית. בכיוון האנכי הוא נע בדיוק כמו בזריקה אנכית, עם תאוצה g כלפי מטה. מה שמחבר בין שתי התנועות הוא **הזמן**: אותו t בשני הצירים.

ניסוי מחשבתי: מאותו גובה ובאותו רגע, כדור אחד נופל ממנוחה וכדור שני נזרק אופקית. הם יפגעו ברצפה **באותו רגע**, כי בכיוון האנכי שניהם נעים באותו אופן בדיוק.

זריקה במישור (ציר x אופקי, ציר y כלפי מעלה, ראשית בנקודת הזריקה)

בכיוון האופקי: תנועה קצובה

$v_x = v_0 \cos\alpha$ (קבוע)

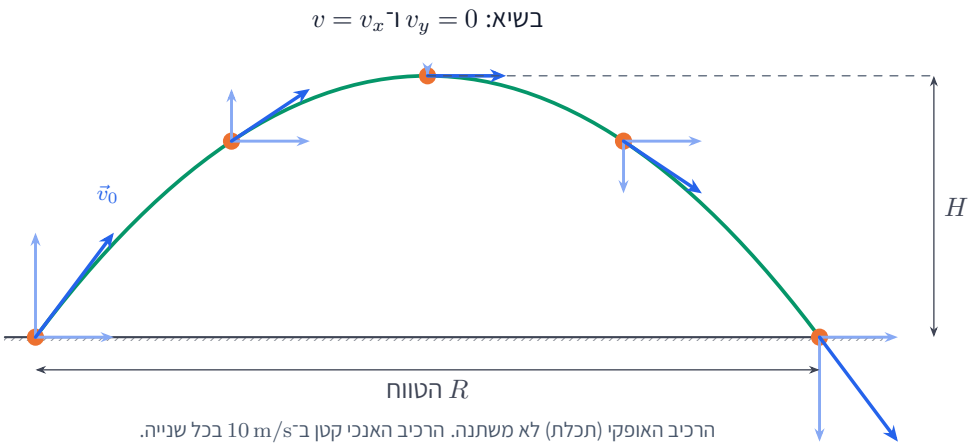
$x = v_0 \cos\alpha \cdot t$

בכיוון האנכי: תאוצה $-g$

$v_y = v_0 \sin\alpha - g\,t$

$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g\,t^2$

גודל המהירות וכיוונה בכל רגע: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ו־$\tan\varphi = \dfrac{v_y}{v_x}$.



הרכיב האופקי (תכלת) לא משתנה. הרכיב האנכי קטן ב־$10\,\mathrm{m/s}$ בכל שנייה.

כשנקודת הנחיתה בגובה נקודת הזריקה

$$T = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \qquad H = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} \qquad R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

- הטווח המרבי מתקבל בזווית $45°$. זוויות משלימות (α ו־$90° - \alpha$) נותנות אותו טווח.
- גודל מהירות הנחיתה שווה ל־v_0, והיא מכוונת בזווית α מתחת לאופק.
- משוואת המסלול היא פרבולה: $y = x\tan\alpha - \dfrac{g\,x^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$.

זריקה אופקית מגובה h

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad d = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad v_{\text{land}} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

זמן הנפילה **לא תלוי** במהירות הזריקה. מהירות הזריקה קובעת רק כמה רחוק הגוף יגיע.

© אור בן שטרית · אינסוף

דוגמה פתורה

כדור נבעט מהקרקע במהירות $25\,\mathrm{m/s}$ בזווית 37° מעל האופק.

- רכיבים: $v_x = 25 \cdot 0.8 = 20\,\mathrm{m/s}$ ו־$v_{0y} = 25 \cdot 0.6 = 15\,\mathrm{m/s}$.
- זמן העלייה $15 \div 10 = 1.5\,\mathrm{s}$, והגובה המרבי $15^2 \div 20 = 11.25\,\mathrm{m}$.
- זמן המעוף $3\,\mathrm{s}$, והטווח $20 \cdot 3 = 60\,\mathrm{m}$.
- אחרי $1\,\mathrm{s}$: $x = 20\,\mathrm{m}$, $y = 15 - 5 = 10\,\mathrm{m}$, $v_y = 5\,\mathrm{m/s}$, וגודל המהירות $\sqrt{20^2 + 5^2} \approx 20.6\,\mathrm{m/s}$.

שיטת עבודה לכל שאלת זריקה

חמישה צעדים

1. ראשית בנקודת הזריקה, ציר x אופקי וציר y כלפי מעלה.
2. מפרקים את v_0 לרכיבים v_{0x} ו־v_{0y}, עם הסימנים לפי הצירים.
3. כותבים ארבע משוואות: $x(t)$, $y(t)$, v_x ו־$v_y(t)$.
4. מתרגמים את מה שכתוב בשאלה לתנאי מתמטי (בטבלה שלמטה).
5. מוצאים קודם את **הזמן**, ורק אחר כך את כל השאר.

מה כתוב בשאלה	מה כותבים
"הגוף פוגע בקרקע"	$y(t) = -h$ בזריקה מהקרקע, 0 בזריקה מגובה h
"בשיא הגובה"	$v_y = 0$, ולכן $t = \dfrac{v_{0y}}{g}$
"פוגע בקיר שנמצא במרחק d"	$x(t) = d$ נותן את t, ואז $y(t)$ נותן את גובה הפגיעה
"עובר מעל גדר בגובה h במרחק d"	בודקים אם $y > h$ ברגע שבו $x = d$
"נכנס אופקית דרך חלון"	החלון נמצא בשיא המסלול: $v_y = 0$ שם
"פוגע בזווית φ מתחת לאופק"	$\tan\varphi = \dfrac{\lvert v_y \rvert}{v_x}$ ברגע הפגיעה
"שני גופים נפגשים באוויר"	$x_1 = x_2$ וגם $y_1 = y_2$ באותו רגע

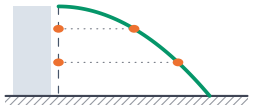
בדקו את עצמכם

1. כדור נזרק אופקית מגובה $45\,\mathrm{m}$. כמה זמן הוא נופל? האם התשובה תלויה במהירות הזריקה?
2. באיזו זווית נוספת אפשר לזרוק כדור, באותה מהירות ועל קרקע מישורית, כדי לקבל אותו טווח שמתקבל בזריקה בזווית 20°?

12 זריקות – 18 מקרים

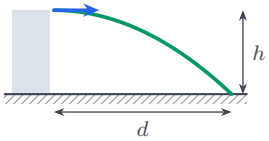
המסלול בירוק, המהירות בכחול, הכובד בסגול. בכל המקרים התנגדות האוויר זניחה.

1 נופל מול נזרק אופקית



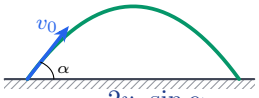
באותו גובה בכל רגע — נוחתים יחד

2 זריקה אופקית מגובה h



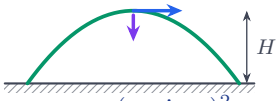
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad d = v_0 t$$

3 זריקה משופעת מהקרקע



$$T = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

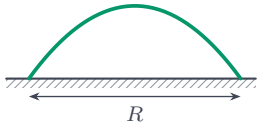
4 שיא הגובה



$$H = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}$$

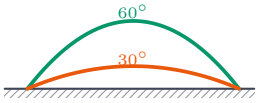
בשיא $v = v_0 \cos\alpha$, לא אפס

5 הטווח



$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

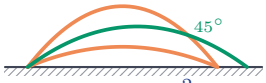
6 זוויות משלימות



$$R(30°) = R(60°)$$

הזריקה הגבוהה נמשכת יותר זמן

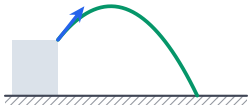
7 טווח מרבי



$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$$

בזווית $45°$, על קרקע מישורית

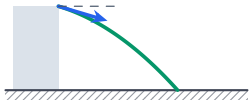
8 זריקה משופעת מגובה



$$h + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 = 0$$

פותרים ובוחרים את $t > 0$

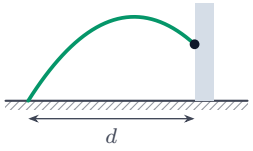
9 זריקה בזווית כלפי מטה



$$v_{0y} = -v_0 \sin\alpha$$

הרכיב האנכי ההתחלתי שלילי

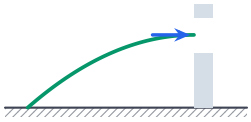
10 פגיעה בקיר



$$t = \frac{d}{v_0 \cos\alpha}$$

מציבים את t ב־$y(t)$: גובה הפגיעה

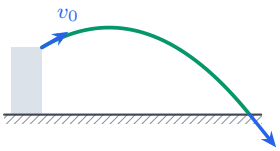
11 נכנס אופקית לחלון



$$v_y = 0$$

החלון נמצא בדיוק בשיא המסלול

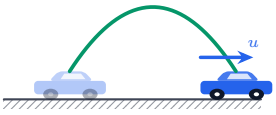
12 גודל מהירות הנחיתה



$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

לא תלוי בזווית הזריקה

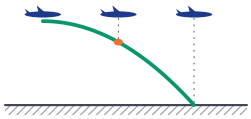
13 זריקה מעגלה נעה



$$v_x = u$$

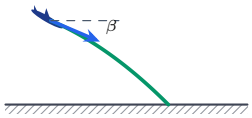
בעיני הנוסע: הכדור עולה ויורד בקו ישר

14 פצצה ממטוס אופקי



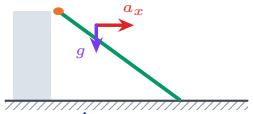
הפצצה נשארת כל הזמן מתחת למטוס

15 מטוס צולל משחרר



$$v_{0x} = v\cos\beta \qquad v_{0y} = -v\sin\beta$$

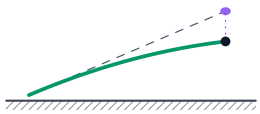
16 שחרור ממנוחה ברוח קבועה



$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{a_x}{g}$$

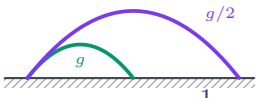
שתי תאוצות קבועות ממנוחה: מסלול ישר

17 מכוונים אל מטרה נופלת



שניהם "נופלים" אותו מרחק — נפגשים אם הטווח מספיק

18 כוכב לכת אחר



$$T,\ H,\ R \propto \frac{1}{g}$$

כובד חלש פי 2: הכול גדל פי 2

© אור בן שטרית · אינסוף

13 עשרה טיפים שחוסכים נקודות

1. **קודם ציר, אחר כך משוואה.** הסימן של כל מהירות ותאוצה נקבע לפי הציר שבחרתם, ולא לפי מילים כמו "מאט" או "חוזר".
2. **יחידות אחידות.** מטרים, שניות, מטר לשנייה. מהירות בקילומטר לשעה מחלקים ב־3.6 לפני שמציבים.
3. **הגודל החסר.** מבין v_0, v, a, t ו־Δx — הגודל שלא נתון ולא מבוקש אומר לכם איזו נוסחה לבחור.
4. **גרף נתון? שטחים ושיפועים.** לפני שכותבים נוסחה, בדקו אם שטח של משולש או של טרפז נותן את התשובה מיד.
5. **שני פתרונות.** זמן שלילי נפסל. שני זמנים חיוביים? לרוב יש לשניהם משמעות: עלייה וירידה, או עקיפה ועקיפה חוזרת.
6. **דיסקרימיננטה שלילית.** אין פתרון ממשי: הגופים לא נפגשים, או שהכדור אף פעם לא מגיע לגובה הזה. גם זו תשובה!
7. **מרחק מרבי או מזערי.** בין שני גופים הוא מתקבל ברגע שהמהירויות שלהם שוות, ולא ברגע המפגש.
8. **זריקה = שני צירים ושעון אחד.** מפרקים את v_0 לרכיבים כבר בשורה הראשונה, וכותבים משוואה נפרדת לכל ציר.
9. **סימטריה.** זמן העלייה שווה לזמן הירידה לאותו גובה, וגודל המהירות באותו גובה זהה. זה חוסך חצי מהחישוב.
10. **בדיקת סבירות.** מכונית לא בולמת ב־$50\,\mathrm{m/s^2}$, וכדור שנבעט לא עף שני קילומטרים. תשובה מוזרה? חפשו טעות סימן או יחידות.

14 טעויות נפוצות

שמונה טעויות שחוזרות בכל מבחן

1. "בשיא הגובה התאוצה היא אפס". **לא:** בשיא המהירות האנכית היא אפס, והתאוצה היא g.
2. "המהירות הממוצעת היא ממוצע של שתי המהירויות". זה נכון רק בתאוצה קבועה (ממוצע של המהירות ההתחלתית והסופית), או כשהגוף נע זמנים שווים בכל אחת משתי המהירויות.
3. "תאוצה שלילית פירושה האטה". **לא:** גוף שנע בכיוון השלילי ותאוצתו שלילית מאיץ.
4. "הדרך שווה להעתק". הדרך שווה לגודל ההעתק, ורק כשהגוף לא משנה כיוון.
5. ממשיכים להציב בנוסחת בלימה גם אחרי שהגוף כבר נעצר.
6. "זריקה אופקית מהירה יותר נופלת לאט יותר". **לא:** זמן הנפילה תלוי רק בגובה.
7. "בשיא של זריקה משופעת המהירות היא אפס". **לא:** היא $v_0\cos\alpha$, אופקית.
8. מציבים באותה משוואה גם $\mathrm{km/h}$ וגם $\mathrm{m/s}$.

15 דף הנוסחאות של הנושא

קינמטיקה בעמוד אחד

מהירות ממוצעת $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ (מהירות נסיעה ממוצעת: דרך חלקי זמן)

תאוצה ממוצעת $\bar{a}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

תנועה קצובה $x=x_0+v\,t$

תאוצה קבועה $v=v_0+at$ $\quad x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

$v^2=v_0^2+2a\,(x-x_0)$ $\quad x-x_0=\frac{1}{2}(v_0+v)\,t$

גרפים שיפוע $x(t)$ הוא v · שיפוע $v(t)$ הוא a

שטח מתחת ל־$v(t)$ הוא Δx · שטח מתחת ל־$a(t)$ הוא Δv

זריקה אנכית (y למעלה) $y=y_0+v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ $\quad t_{\uparrow}=\dfrac{v_0}{g}$ $\quad H=\dfrac{v_0^2}{2g}$

מהירות יחסית $v_{A/B}=v_A-v_B$

רכיבים $v_x=v\cos\theta$ $\quad v_y=v\sin\theta$ $\quad v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$

זריקה במישור $x=v_0\cos\alpha\,t$ $\quad y=v_0\sin\alpha\,t-\frac{1}{2}gt^2$ $\quad v_y=v_0\sin\alpha-gt$

קרקע מישורית $T=\dfrac{2v_0\sin\alpha}{g}$ $\quad H=\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$ $\quad R=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$

זריקה אופקית מגובה h $\quad t=\sqrt{2h/g}$ $\quad d=v_0t$ $\quad v=\sqrt{v_0^2+2gh}$

בבגרות משתמשים ב־$g=10\,\mathrm{m/s^2}$.

16 תשובות לתיבות "בדקו את עצמכם"

- **פרק 1:** $\bar{v}=\dfrac{40-100}{4}=-15\,\mathrm{m/s}$. הסימן השלילי אומר שהמכונית נעה בכיוון השלילי של הציר.
- **פרק 4:** הגוף **מאט**, כי הסימנים של v ושל a הפוכים. הוא נעצר כש־$-6+2t=0$, כלומר אחרי $3\,\mathrm{s}$.
- **פרק 5:** ההעתק הוא $30-12=18\,\mathrm{m}$, והדרך היא $30+12=42\,\mathrm{m}$.
- **פרק 7:** בשיא $v=0$, והתאוצה היא $10\,\mathrm{m/s^2}$ כלפי מטה.
- **פרק 11:** (1) $t=\sqrt{2\cdot 45/10}=3\,\mathrm{s}$, וזמן הנפילה לא תלוי במהירות הזריקה. (2) בזווית $70°$, כי $\sin 40°=\sin 140°$.

ומה עכשיו? עברו לקובץ התרגילים של הנושא: 15 שאלות, מהבסיס ועד שאלות אתגר, עם תשובות סופיות בסוף. הנושא הבא בסדרה הוא כוחות וחוקי ניוטון.

© 2026 אור בן שטרית · אינסוף. כל הזכויות שמורות.
מותר להדפיס ולהפיץ את הקובץ בשלמותו ובחינם לצורכי לימוד. אסור להעתיק ממנו תרגילים או איורים לחומרים אחרים, לשנות אותו או להשתמש בו למטרות מסחריות בלי אישור בכתב.
הקובץ נכתב בידי אינסוף ואינו פרסום רשמי של משרד החינוך או של גוף אחר.