

אינסוף

מתמטיקה

עבודת קיץ

במתמטיקה

למסיימי כיתה ט' • קיץ תשפ"ז – 2027



הכנה ל-5 יחידות

מצוינות

מה מחכה לכם בחוברת?

גאומטריה

פונקציה ריבועית

משוואות ומערכות

טכניקה אלגברית

קדם-אנליזה

טרנספורמציות

משוואות מיוחדות

הסתברות

בוחן מסכם מאתגר

גאומטריה למצטיינים

בעיות קיצון

15 פרקים | 108 תרגילים | תוכנית קיץ ל-9 שבועות | תשובות סופיות בסוף החוברת

שם התלמיד/ה:

כיתה:

בי"ס:



© 2026 אור בן שטרית • אינסוף. כל הזכויות שמורות.

אינסוף תרגילים. חינם.

מותר להדפיס ולהפיץ את החוברת בשלמותה ובחינם לצורכי לימוד. אין להעתיק ממנה תרגילים לחומרים אחרים, לשנות אותה או להשתמש בה למטרות מסחריות ללא אישור בכתב. החוברת נכתבה בידי אינסוף ואינה פרסום רשמי של משרד החינוך או של גוף אחר.

שלום למצטיינות ולמצטיינים של כיתה ט'!

סיימתם שנה מאתגרת – כל הכבוד! בכיתה י' מחכה לכם מתמטיקה ברמה של 5 יחידות, והיא נבנית ישירות על מה שלמדתם השנה. החוברת בנויה משלושה חלקים: **פרקים 1 עד 9** עוברים על כל החומר של כיתה ט' בהקבצה המוגברת, לפי **פריסת ההוראה של משרד החינוך לשנת תשפ"ז**; **פרקים 10 עד 14** הם חלק ההעשרה למצטיינים – משוואות מיוחדות, טרנספורמציות של פונקציות, צעדים ראשונים בקדם-אנליזה, בעיות קיצון וגאומטריה מתקדמת. **פרק 15** הוא בוחן מסכם ברמה מאתגרת. בסוף החוברת מחכות לכם **תשובות סופיות** לכל התרגילים.

איך עובדים עם החוברת?

- פרקים 1 עד 9 – בקצב מהיר.** עברו על כל התרגילים. סעיף שגרתי שכבר ברור לכם – דלגו עליו, והשקיעו בסעיפי ה- **אתגר** ★
- פרקים 10 עד 14 – לאט ולעומק.** כאן נמצא החומר החדש. קראו את ההסבר שבפתח הפרק, ונסו להבין למה כל כלל עובד.
- נימוק מלא בכל סעיף.** כמו במבחנים של 5 יחידות: תשובה בלי נימוק שווה מעט נקודות. כתבו כל שלב.
- בודקים מיד.** השוו לתשובות הסופיות אחרי כל תרגיל. טעיתם? מצאו את הטעות לפני שממשיכים.
- נתקעתם? מצוין.** תרגיל שתוקע אתכם ליום-יומיים הוא התרגיל שממנו לומדים הכי הרבה. אל תמהרו להציץ.

טיפים של מצטיינים

חפשו את הקיצור	פתרו בשתי דרכים
לפני שמחשבים – חפשו סימטריה, הזזה או דמיון. בתרגילים מאתגרים, הדרך הקצרה היא בדרך כלל גם הדרך הבטוחה.	אם פתרתם תרגיל בשתי דרכים שונות – אתם באמת מבינים אותו, וגם תופסים טעויות.
מחברת טעויות	תחום, תחום, תחום
רשמו כל טעות, למה קרתה ומה נכון. לפני מבחן בכיתה י' זה הדף הכי שווה.	בשברים, בשורשים ובבעיות מילוליות – כתבו את התחום לפני שפותרים, ובדקו את הפתרונות בסוף.

סימנים בחוברת: **אתגר** ★ לשאפתנים **אוריינות** שאלה מהחיים **הוכחה** שאלת הוכחה

בהצלחה, ותיהנו מהחופש!

צוות אינסוף

תוכנית הקיץ שלי

תשעה שבועות, שלוש פעמים בשבוע. יוצאים לטיול? אין בעיה – הזיזו שבוע, העיקר להמשיך.

שבוע	מה עושים	סיימתי	כמה אני בטוח/ה?
1	פרק 1 – טכניקה אלגברית + פרק 2 – משוואות ומערכות	☐	○○○
2	פרק 3 – חזקות ושורשים + פרק 4 – פונקציה קווית ומערכת צירים	☐	○○○
3	פרק 5 – הפונקציה הריבועית + פרק 6 – תכונות של פונקציה	☐	○○○
4	פרק 7 – שאלות מילוליות + פרק 8 – גאומטריה (משולשים)	☐	○○○
5	פרק 8 – גאומטריה (המשך) + פרק 9 – הסתברות	☐	○○○
6	פרק 10 – משוואות מיוחדות ופרמטרים	☐	○○○
7	פרק 11 – טרנספורמציות ומשפחות של פונקציות	☐	○○○
8	פרק 12 – קדם-אנליזה + פרק 13 – בעיות קיצון	☐	○○○
9	פרק 14 – גאומטריה למצטיינים + פרק 15 – בוחן מסכם	☐	○○○

מד ההתקדמות

צבעו משבצת בכל פעם שאתם מסיימים פרק:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

סיימתי את כל החוברת בתאריך: _____

ההתחייבות שלי

הימים שבהם אלמד (הקיפו):

☐ א'
 ☐ ב'
 ☐ ג'
 ☐ ד'
 ☐ ה'
 ☐ ו'

השעה הקבועה שלי: _____

המטרה שלי לכיתה י': _____

איך משתמשים במד הביטחון?

בסוף כל שבוע צבעו עיגול אחד, שניים או שלושה: **עיגול אחד** – "עוד לא, אני צריך/ה חזרה"; **שניים** – "כמעט, יש לי עוד שאלות"; **שלושה** – "בטוח/ה, אני יכול/ה להסביר לחבר". לפני הבוחן המסכם (פרק 15) חזרו קודם לנושאים שקיבלו עיגול אחד בלבד.

טיפ של מורים ותיקים

בכיתה י' במסלול 5 יחידות לומדים חקירת פונקציות ונגזרות. פרקים 11, 12 ו-13 הם "קדימון" – מי שמבין כבר עכשיו טרנספורמציות, קצב שינוי ובעיות קיצון, יגיע עם יתרון גדול.

תזכורת קצרה

חוק הפילוג המורחב	$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
נוסחאות הכפל המקוצר	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
פירוק לגורמים – הסדר	(1) הוצאת גורם משותף (2) נוסחאות הכפל המקוצר (3) טרינום: $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ כאשר $m + n = b$ וגם $m \cdot n = c$
פירוק בקיבוץ	— $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$ שימושי גם בטרינום: $x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6$
שבר אלגברי	לפני צמצום – מפרקים לגורמים ורושמים תחום הצבה (מכנה $\neq 0$). צמצמים רק גורמים, אף פעם לא מחוברים!

פשוט את הביטויים.

1

א. $(2x - 3)(x + 4) - 2x^2$ ב. $(x + 7)^2 - (x - 7)^2$
ג. $(4a + 3)(4a - 3) - (4a - 1)^2$ ד. $3(y - 2)^2 - (y + 1)(3y - 5)$

היעזרו בנוסחאות הכפל המקוצר וחשבו בעל-פה.

2

א. $101^2 - 99^2$ ב. $49 \cdot 51$ ג. 998^2 ד. $2027^2 - 2026 \cdot 2028$

3 **אוריינות** לנועה גינה בצורת ריבוע שאורך צלעו x מטרים ($x > 6$). היא שוקלת לשנות את צורת הגינה למלבן.

א. בתוכנית א' מאריכים שתי צלעות נגדיות ב-5 מטרים, ומקצרים את שתי הצלעות האחרות ב-5 מטרים. הראו ששטח הגינה יקטן, ומצאו בכמה מ"ר.

ב. בתוכנית ב' מאריכים שתי צלעות נגדיות ב-6 מטרים, ומקצרים את שתי הצלעות האחרות ב-4 מטרים. רשמו ביטוי פשוט לשטח הגינה החדשה.

ג. עבור אילו ערכים של x השטח בתוכנית ב' גדול משטח הגינה המקורית?

ד. נועה בחרה בתוכנית ב' – והשטח לא השתנה כלל. מה היה אורך צלע הגינה המקורית?

פרקו לגורמים ככל האפשר.

4

א. $6x^2 - 15x$ ב. $49 - y^2$ ג. $x^2 - 11x + 24$ ד. $x^2 + 2x - 35$
ה. $3a^2 - 12$ ו. $2x^2 - 8x - 42$ ז. $x^3 - 10x^2 + 25x$ ח. $9m^2 - 24m + 16$

צמצמו את השברים. בכל סעיף רשמו קודם את תחום ההצבה.

5

א. $\frac{x^2 - 16}{3x + 12}$ ב. $\frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 49}$ ג. $\frac{5a - a^2}{a^2 - 10a + 25}$ ד. $\frac{2x^2 + 6x}{x^2 + x - 6}$

6 פשטו את הביטויים ורשמו תחום הצבה.

א. $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} \cdot \frac{x + 3}{x - 2}$ ב. $\frac{a^2 - 8a + 16}{5a} : \frac{a^2 - 16}{10a^2}$

7 שלושה תלמידים צמצמו שברים. קבעו בכל סעיף אם הצמצום נכון. אם לא – הסבירו מה הטעות.

א. יואב כתב: $\frac{x + 6}{x + 2} = \frac{6}{2} = 3$
 ב. מאיה כתבה: $\frac{x^2 + 9}{x + 3} = x + 3$
 ג. דניאל כתב: $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$ לכל ערך של x

8 **אתגר** נתון הביטוי $E = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$

- א. צמצמו את הביטוי ורשמו את תחום ההצבה שלו.
 ב. חשבו את ערך הביטוי E עבור $x = -1$
 ג. עבור איזה ערך של x ערך הביטוי שווה ל-0? שימו לב לתחום ההצבה.
 ד. האם יש ערך של x שעבורו $E = 1$? נמקו.

מקבץ אתגר – טכניקה אלגברית

9 **אתגר** רשמו בכל קו ביטוי מתאים, כך שיתקבל שוויון נכון.

א. $(3x - \underline{\hspace{1cm}})(3x + \underline{\hspace{1cm}}) = \underline{\hspace{1cm}} - 49y^2$ ב. $(\underline{\hspace{1cm}} + 4y^3)(\underline{\hspace{1cm}} - 4y^3) = 25x^4 - \underline{\hspace{1cm}}$
 ג. $(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2 = 16a^2 - 40ab + \underline{\hspace{1cm}}$ ד. $(x^3 + \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 6x^3 + 9$
 ה. $(\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}) = 64x^4 - 81y^2$ ו. $(2a^2b - \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} + 2a^2b) = \underline{\hspace{1cm}} - 9c^2$

10 **אתגר**

- א. במלבן שאורכי צלעותיו a ו- b , ההיקף הוא 26 ס"מ, והצלע b ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע a . בלי למצוא את a ואת b – מצאו את ערך הביטוי $a^2 - b^2$
 ב. במלבן אחר אורך האלכסון הוא 10 ס"מ, והשטח הוא 48 סמ"ר. בלי למצוא את הצלעות – מצאו את ההיקף של המלבן. (רמז: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, ואת $a^2 + b^2$ נותן משפט פיתגורס).
 ג. במלבן מסעיף ב: מצאו את ההפרש בין שתי הצלעות, ובעזרתו – את אורכי הצלעות.

11 **אתגר** ★ פרקו לגורמים ככל האפשר.

א. $x^4 - 81$ ב. $(2x - 1)^2 - 9$ ג. $x^2 - 6x + 9 - y^2$
 ד. $a^3 - 4a^2 - 9a + 36$ ה. $3x^4 - 48$ ו. $x^2y - 4y - 3x^2 + 12$

12 **אתגר** ★ צמצמו את השברים ורשמו תחום הצבה. (רמז: סדרו את האיברים מחדש ופרקו בקיבוץ – גורם משותף מכל זוג איברים.)

א. $\frac{x^2 - 2x - 5x + 10}{x^2 + 4x - 5x - 20}$ ב. $\frac{x^2 + 3x - 7x - 21}{x^2 - 9}$ ג. $\frac{2x^2 - 6x + 5x - 15}{4x^2 - 25}$
 ד. $\frac{ab - 3a + 2b - 6}{b^2 - 9}$ ה. $\frac{x^2 - 20 + 4x - 5x}{x^2 - 16}$ ו. $\frac{-12 + x^2 + 12x - x}{x^2 - 1}$



משוואות ומערכות

פרק 2

משוואה ריבועית · משוואות עם שברים · מערכות משוואות ממעלה שנייה

תזכורת קצרה

$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	נוסחת השורשים
<p>כאשר $b^2 - 4ac > 0$ – שני פתרונות; כאשר $b^2 - 4ac = 0$ – פתרון אחד; כאשר $b^2 - 4ac < 0$ – אין פתרון.</p>	כמה פתרונות?
<p>פירוק לגורמים: מכפלה שווה לאפס כאשר לפחות אחד הגורמים שווה לאפס (ורק אז). משוואה חסרה: $ax^2 + bx = 0$ או $ax^2 = c$</p>	דרכים מהירות
<p>”מוציאים מינוס”: $3 - x = -(x - 3)$ ו- $16 - x^2 = -(x - 4)(x + 4)$ – כך מגיעים למכנה המשותף הקטן ביותר</p>	מכנים נגדיים
<p>מפרקים מכנים ← רושמים תחום הצבה ← כופלים במכנה המשותף ← פותרים ← בודקים שהפתרונות בתחום ההצבה.</p>	משוואה עם שברים
<p>מבודדים משתנה מתוך המשוואה הפשוטה ומציבים בשנייה. כל פתרון של המערכת הוא זוג סדור.</p>	מערכת עם משוואה ריבועית

13 פתרו את המשוואות. לפני כל סעיף שאלו את עצמכם: איזו דרך היא היעילה ביותר?

א. $x^2 - 9x = 0$ ב. $4x^2 - 100 = 0$ ג. $x^2 + 3x - 40 = 0$ ד. $2x^2 - 7x + 3 = 0$
 ה. $(x - 3)^2 = 49$ ו. $3x^2 + x + 5 = 0$ ז. $(x + 2)(x - 5) = 2x - 4$ ח. $(2x - 1)^2 - (x + 1)^2 = 9$

14 א. קבעו כמה פתרונות יש לכל משוואה, ונמקו בעזרת הביטוי $b^2 - 4ac$

(1) $x^2 - 10x + 25 = 0$ (2) $2x^2 + 3x + 4 = 0$ (3) $x^2 - 3x - 7 = 0$

ב. מצאו את ערך המספר c שעבורו למשוואה $x^2 + 12x + c = 0$ יש פתרון אחד בלבד, ומצאו את הפתרון.

ג. **אתגר** ★ הראו שלכל ערך של k יש למשוואה $x^2 + kx - 1 = 0$ שני פתרונות.

15 פתרו את המשוואות. רשמו תחום הצבה ובדקו את הפתרונות.

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{12}{x} - \frac{12}{x+1} = 1 & \text{ב. } \frac{x}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{8}{x^2-4} \\ \text{ג. } \frac{x^2-9}{x-3} = x^2-3 & \text{ד. } \frac{x+4}{x^2-x} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x} \end{array}$$

16 פתרו את המשוואה: $\frac{x+3}{x-1} + \frac{2}{x+2} = \frac{6x+6}{x^2+x-2}$

מה מיוחד בתשובה? הסבירו במשפט אחד.

17 פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases} & \text{ב. } \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases} \\ \text{ג. } \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = 2x^2 - 3 \end{cases} & \text{ד. } \begin{cases} x - y = 1 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \end{array}$$

18 **אתגר** הישר $y = x + k$ משיק לפרבולה $y = x^2 - 3x + 7$ – כלומר יש להם נקודה משותפת אחת בלבד.

א. רשמו את המשוואה שמתקבלת מהשוואת שני הביטויים, והסבירו מדוע צריך להיות לה פתרון אחד בלבד.

ב. מצאו את k ואת נקודת ההשקה.

מקבץ אתגר – משוואות עם שברים ומערכות

19 **אתגר** פתרו את המשוואות. רשמו תחום הצבה ובדקו את הפתרונות. שימו לב: לא בכל משוואה יש פתרון אחד – באחת אין פתרון כלל, ובאחת יש אינסוף פתרונות.

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{3}{x-2} - \frac{5}{2-x} = 4 & \text{ב. } \frac{x}{x-3} + \frac{3}{3-x} = 1 \\ \text{ג. } \frac{2x}{x-5} + \frac{10}{5-x} = x-3 & \text{ד. } \frac{x+1}{x-4} - \frac{x-1}{4+x} = \frac{20}{16-x^2} \\ \text{ה. } \frac{x+3}{x^2-5x+6} + \frac{1}{2-x} = \frac{2}{3-x} & \text{ו. } \frac{x}{x-2} + \frac{x+6}{4-x^2} = \frac{3}{x+2} \end{array}$$

20 **אתגר** פתרו את מערכות המשוואות. (רמז: במערכות א ו-ד פתחו סוגריים והציבו את הערך של xy ; במערכות ב ו-ג כפלו במכנה המשותף xy).

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} xy = 12 \\ (x+1)(y-1) = 12 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ x + y = 5 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \text{ד.} & \begin{cases} xy = -6 \\ (x+2)(y+2) = -4 \end{cases} \end{array}$$

8

חזקות ושורשים

פרק 3

חוקי חזקות עם מעריך טבעי ואפס · חוקי שורש ריבועי

תזכורת קצרה

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(m \geq n) \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	חוקי חזקות
	$(a \neq 0) \quad a^0 = 1$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	
(עבור $a \geq 0$)	$(\sqrt{a})^2 = a$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	חוקי שורש
		$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	
		$(b > 0)$	
$\frac{a^{5n}}{a^{2n+1}} = a^{3n-1}$	$(a^{n+1})^3 = a^{3n+3}$	$a^{2n+1} \cdot a^{n-3} = a^{3n-2}$	מעריך שהוא ביטוי
אבל $-3^2 = -9$	$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$	$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$	זהירות!
		$(-3)^2 = 9$	

21 חשבו בלי מחשבון.

ג. $5^0 + 0^5 + 1^5$	ב. $\frac{(3^2)^3}{3^4}$	א. $\frac{2^5 \cdot 2^3}{2^6}$
ו. $(-1)^{2027} + (-1)^{2026}$	ה. $(-2)^4 - 2^4$	ד. $\frac{12^3}{4^3 \cdot 3^2}$

22 פשטו את הביטויים.

ג. $(\sqrt{7})^2 + \sqrt{7^2}$	ב. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$	א. $\sqrt{50} - \sqrt{8}$
ו. $(2\sqrt{5})^2$	ה. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$	ד. $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{16 \cdot 9}$

23 קבעו לגבי כל טענה אם היא נכונה, ונמקו.

ג. $3^2 + 4^2 = 7^2$	ב. $2^3 \cdot 2^3 = 4^3$	א. $2^3 + 2^3 = 2^4$
ו. $2^{10} > 1000$	ה. במספר 10^6 יש 7 ספרות	ד. $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$

24 **אוריינות** המרחק מכדור הארץ אל השמש הוא בערך $1.5 \cdot 10^8$ ק"מ, ומהירות האור היא בערך $3 \cdot 10^5$ ק"מ בשנייה.

- א. כמה שניות לוקח לאור השמש להגיע אלינו? כמה דקות ושניות זה?
- ב. **אתגר** ★ אור הירח מגיע אלינו בתוך כ-1.3 שניות. מהו בערך המרחק מכדור הארץ אל הירח בק"מ?

מקבץ אתגר – מעריכים אלגבריים

- 25** **אתגר** ★ רשמו כל ביטוי כחזקה אחת. (n, k, m) ו- x הם מספרים טבעיים, כל המעריכים חיוביים והבסיסים שונים מ-0.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{a^{6x+5}}{a^{4x+2}} & \text{ב.} & \frac{z^{3n+4} \cdot z^{2n-1}}{z^{4n+1}} \\ \text{ג.} & (a^{n+3})^2 \cdot (a^{2n-1})^3 & \text{ד.} & \frac{(b^{3k+1})^2 \cdot (b^{k+4})^3}{(b^{2k+3})^4} \\ \text{ה.} & \frac{(y^{2m+3})^4 \cdot (y^{m-1})^2}{(y^{3m+2})^2 \cdot y^{4m}} & \text{ו.} & (c^{4-x} \cdot c^{3x+2})^3 \end{array}$$

26 **אתגר** ★

א. מצאו את n בכל משוואה:

$$\begin{array}{lll} (1) & 2^{n+3} \cdot 2^{2n} = 2^{18} & (2) & \frac{3^{4n+1}}{3^{n-2}} = 3^{12} \\ (3) & (5^n)^3 \cdot 25 = 5^{17} \end{array}$$

ב. נתון: $\frac{x^{5y-2}}{x^{2y+1}} = (x^y)^2 \cdot x^3$ ($x > 0, x \neq 1, y$ מספר טבעי). מצאו את y

ג. מה אפשר לומר על y בשוויון שבסעיף ב, אם $x = 1$? ואם $x = -1$?

ד. ידוע ש- $a < 0$, ו- n הוא מספר טבעי. קבעו אם הביטוי $\frac{(a^{2n+1})^3}{a^{4n}}$ חיובי או שלילי, ונמקו.



פונקציה קווית ומערכת צירים

שיפוע ומשוואת ישר · נקודות חיתוך · אורך ואמצע של קטע · צורות במערכת צירים

פרק 4

תזכורת קצרה

שיפוע ומשוואת ישר	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y = mx + b$	ישרים מקבילים $\Leftrightarrow$ שיפועים שווים
נקודות חיתוך	עם ציר x – מציבים $y = 0$; עם ציר y – מציבים $x = 0$; בין שני ישרים – משווים את הביטויים.		
אורך קטע	בעזרת משפט פיתגורס:	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	
אמצע קטע	שיעורי האמצע הם הממוצעים של השיעורים:	$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$	

- 27** נתונים הישרים $y = -x + 5$ ו- $y = 2x - 4$

- א. מצאו את נקודת החיתוך של שני הישרים.
- ב. מצאו את נקודת החיתוך של כל אחד מהישרים עם ציר x
- ג. חשבו את שטח המשולש שיוצרים שני הישרים יחד עם ציר x

ד. מצאו את משוואת הישר שעובר דרך נקודת החיתוך של שני הישרים ומקביל לישר $y = \frac{1}{2}x$

28

אוריינות בבריכה העירונית יש שני מסלולי תשלום:

- **מסלול מנוי:** דמי הרשמה של 120 ש"ח ועוד 15 ש"ח לכל כניסה.
- **מסלול רגיל:** 25 ש"ח לכל כניסה.

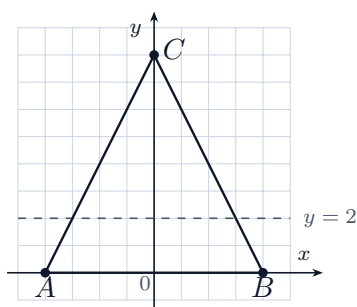
א. רשמו לכל מסלול פונקציה המתארת את התשלום y (בשקלים) עבור x כניסות.

ב. אחרי כמה כניסות התשלום בשני המסלולים שווה?

ג. עידו מתכנן להגיע לבריכה 20 פעמים בקיץ. איזה מסלול משתלם לו יותר, ובכמה שקלים?

ד. מה המשמעות של השיפוע בכל אחת מהפונקציות? ומה המשמעות של נקודת החיתוך עם

ציר y במסלול המנוי?



29

הנקודות $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$ ו- $C(0, 8)$ הן קודקודי המשולש ABC

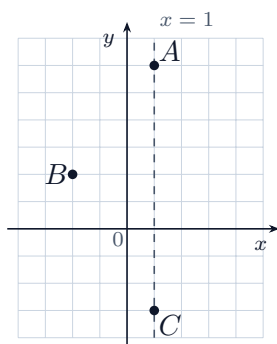
א. הראו בעזרת חישוב אורכים שהמשולש ABC הוא שווה-שוקיים.

ב. מצאו את משוואות הישרים AC ו- BC

ג. הישר $y = 2$ חותך את הצלע AC בנקודה D ואת הצלע BC בנקודה E . מצאו את השיעורים של שתי הנקודות.

ד. הוכיחו שהמרובע $ABED$ הוא טרפז שווה-שוקיים, וחשבו את שטחו.

ה. **אתגר** ★ חשבו את יחס השטחים של המשולשים DEC ו- ABC , והסבירו את התוצאה בעזרת דמיון משולשים.



30

הנקודות $A(1, 6)$, $B(-2, 2)$ ו- $C(1, -3)$ הן שלושה קודקודים של הדלתון $ABCD$, שבו $AB = AD$ ו- $CB = CD$. האלכסון הראשי AC נמצא על הישר $x = 1$

א. היעזרו בתכונות האלכסונים בדלתון, ומצאו את שיעורי הקודקוד D (רמז: האלכסון הראשי מאונך לאלכסון השני וחוצה אותו).

ב. בדקו את התשובה שלכם: חשבו את אורכי ארבע הצלעות של הדלתון.

ג. חשבו את שטח הדלתון.

ד. **אתגר** ★ מצאו נקודה F על הישר AC כך שהמרובע $ABFD$ יהיה מעוין. נמקו.

31

במקבילית $ABCD$ ידועים שלושה קודקודים: $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$, $C(5, 4)$

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D (רמז: ההזזה שמעבירה את B אל A מעבירה גם את C אל D).

ב. חשבו את אורכי הצלעות AB ו- BC ואת אורך האלכסון AC .

ג. איזה מרובע הוא $ABCD$? נמקו בעזרת התוצאות של סעיף ב.

ד. האוצר קבור בנקודת המפגש של האלכסונים. מצאו את שיעוריה, וחשבו את שטח המרובע.

∞

הפונקציה הריבועית

פרק 5

שלוש ההצגות · קודקוד וציר סימטריה · הזזות · חיתוך עם ישר · אישוויונות

תזכורת קצרה

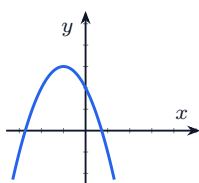
הצגה סטנדרטית	הצגה קודקודית	הצגת מכפלה
$y = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - p)^2 + k$	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$
הנוסחה מה רואים מיד	חיתוך עם ציר y : $(0, c)$ הקודקוד: (p, k)	חיתוך עם ציר x : x_1 ו- x_2

- $a > 0$ – לפונקציה נקודת מינימום (U); $a < 0$ – נקודת מקסימום (∩).
- ציר הסימטריה הוא $x = -\frac{b}{2a}$. הוא עובר באמצע בין שתי נקודות החיתוך עם ציר x , ובאמצע בין כל שתי נקודות של הגרף שיש להן אותו שיעור y .
- הזזות: $f(x) + k$ – הזזה אנכית של k יחידות (למעלה כאשר $k > 0$); $f(x - p)$ – הזזה אופקית של p יחידות (ימינה כאשר $p > 0$).

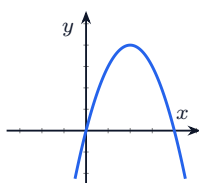
32

לפניכם ארבעה גרפים וארבע פונקציות. התאימו לכל גרף את הפונקציה שלו, ונמקו בעזרת תכונה אחת לפחות (סוג הקיצון, מקום הקודקוד, נקודות החיתוך).

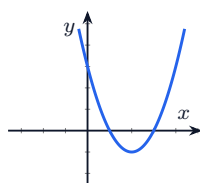
$$(1) y = (x - 2)^2 - 1 \quad (2) y = -(x + 1)^2 + 3 \quad (3) y = x^2 + 2 \quad (4) y = -x^2 + 4x$$



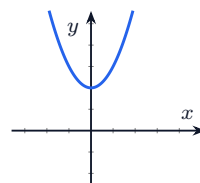
IV



III



II



I

33 מלאו את הטבלה עבור שלוש הפונקציות, ואחר כך סרטטו סקיצה של כל אחת מהן.

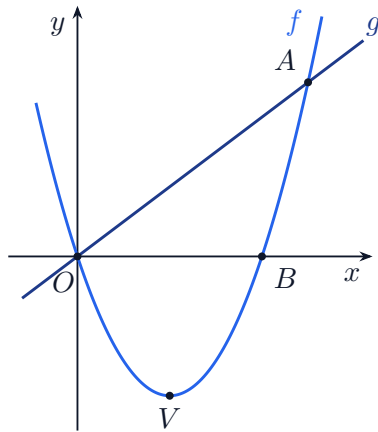
$h(x) = \frac{1}{2}(x-4)(x+2)$	$g(x) = -2(x+1)^2 + 8$	$f(x) = x^2 - 6x + 5$	
			סוג הקיצון והקודקוד
			ציר הסימטריה
			חיתוך עם ציר x
			חיתוך עם ציר y
			תחום עלייה / ירידה
			תחום חיוביות / שליליות

34 נתונה הפונקציה $p(x) = -x^2 + 6x + 7$

- מצאו את משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה.
- ידוע ש- $p(-1) = 0$. בלי לפתור משוואה, מצאו את נקודת החיתוך הנוספת של הגרף עם ציר x
- ידוע ש- $p(1) = 12$. בלי להציב, מצאו את $p(5)$ והסבירו.
- האם יש ערך של x שעבורו $p(x) = 17$? נמקו בעזרת הקודקוד.

- 35** א. את הגרף של $y = x^2$ הזיזו 4 יחידות שמאלה ויחידה אחת למטה. רשמו את הפונקציה שמתקבלת, ומצאו את הקודקוד שלה ואת נקודות החיתוך שלה עם ציר x
- ב. נתונה הפונקציה $f(x) = (x-1)^2 - 9$. כמה נקודות חיתוך עם ציר x יש לגרף של כל אחת מהפונקציות הבאות?
- (1) $f(x)$ (2) $f(x) + 5$ (3) $f(x) + 9$ (4) $f(x) + 12$
- ג. באיזו הזזה אופקית צריך להזיז את הגרף של f כדי שהקודקוד יהיה על ציר y ? רשמו את הפונקציה שמתקבלת.

- 36** כתבו דוגמה לפונקציה ריבועית שמקיימת את התנאים. בסעיפים א-ג יש הרבה תשובות נכונות!
- א. יש לה נקודת מקסימום, והיא חותכת את ציר x בנקודות $(2, 0)$ ו- $(6, 0)$
- ב. הקודקוד שלה הוא $(-1, 3)$ ואין לה נקודות חיתוך עם ציר x
- ג. היא עוברת בראשית הצירים, וציר הסימטריה שלה הוא $x = 4$
- ד. **אתגר** ★ יש לה נקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר x , הנקודה $(5, 0)$, והגרף שלה עובר דרך הנקודה $(0, -25)$. בסעיף זה יש תשובה אחת בלבד – מצאו אותה.



37

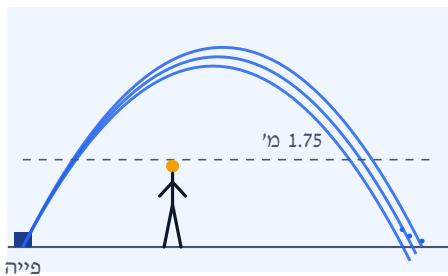
בסרטוט מתוארים הגרפים של הפונקציות $f(x) = x^2 - 4x$ ו- $g(x) = x$. הגרפים נחתכים בנקודות O ו- A . הנקודה V היא קודקוד הפרבולה, והנקודה B היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם החלק החיובי של ציר x . א. מצאו את שיעורי הנקודות A , V ו- B . ב. חשבו את השטחים של המשולשים OAB ו- OVB . ג. לאילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$? ד. **אתגר** ★ דרך הקודקוד V מעבירים ישר המקביל לגרף של g . מצאו את נקודת החיתוך הנוספת של הישר הזה עם הפרבולה.

פתרו את אי-השוויונות. היעזרו בסקיצה של הפרבולה.

38

ג. $x^2 > 9x$
ו. $4x^2 + 1 < 0$

א. $x^2 - x - 12 < 0$
ב. $-x^2 + 2x + 8 \geq 0$
ה. $(x - 3)^2 \leq 0$
ד. $x^2 + 4 > 0$

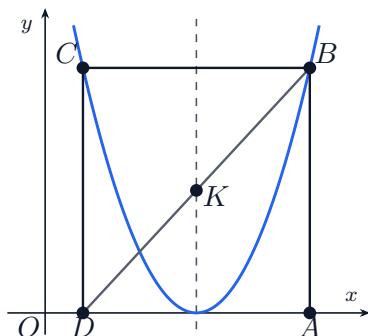


39

אוריינות סילון מים יוצא מפייה שעל הקרקע. הגובה של הסילון (במטרים), במרחק של x מטרים מהפייה, מתואר על ידי הפונקציה $h(x) = -0.25x^2 + 2x$. א. מהו הגובה המקסימלי של הסילון, ובאיזה מרחק מהפייה הוא מתקבל? ב. באיזה מרחק מהפייה פוגע הסילון בקרקע? ג. באילו מרחקים מהפייה גובה הסילון הוא 3 מטרים בדיוק? ד. **אתגר** ★ נער שגובהו 1.75 מטר רוצה לעמוד מתחת לסילון בלי להירטב. באילו מרחקים מהפייה הוא יכול לעמוד?

מקבץ אתגר – פרבולה וגאומטריה

40



אתגר את הגרף של $y = x^2$ הזיזו 4 יחידות ימינה. על ציר x , במרחק 7 יחידות מימין לראשית הצירים, נמצאת הנקודה A . הנקודות B ו- C נמצאות על הפרבולה, והנקודה D נמצאת על ציר x , כך שהקטעים AB ו- CD מאונכים לציר x , והקטע BC מקביל לציר x (ראו סרטוט).

- מהי משוואת הפרבולה שבסרטוט?
- מצאו את שיעורי הקודקודים של המרובע $ABCD$. איזה מרובע הוא? נמקו.
- חשבו את השטח ואת ההיקף של המרובע $ABCD$.
- מצאו את אורך האלכסון BD , ואת משוואת הישר שעליו הוא נמצא.
- K היא נקודה על האלכסון BD שנמצאת גם על ציר הסימטריה של הפרבולה. מצאו את שיעוריה.
- לאן צריך להזיז את הנקודה A על ציר x (מימין לציר הסימטריה) כדי שהמרובע $ABCD$ יהיה ריבוע? מהו אורך הצלע שלו?

∞

תכונות של פונקציה

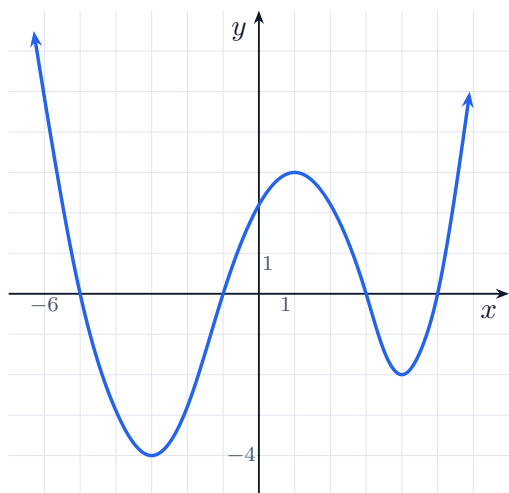
פרק 6

קריאת גרף · נקודות קיצון · תחומי עלייה וחיוביות · הזזות ושיקוף

תזכורת קצרה

- נקודת קיצון** היא זוג סדור (x, y) . ערך המקסימום או המינימום הוא שיעור ה- y שלה. נקודת קיצון **מקומית** היא הגבוהה (או הנמוכה) ביותר בסביבה הקרובה שלה; נקודת קיצון **מוחלטת** – בכל הגרף.
- מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = k$ שווה למספר נקודות החיתוך של הגרף עם הישר האופקי $y = k$.
- $f(x) + k$ – הזזה אנכית – $f(x - p)$ – הזזה אופקית – $-f(x)$ – שיקוף ביחס לציר x (מקסימום הופך למינימום ולהפך)

41



בסרטוט מתואר הגרף של הפונקציה $y = f(x)$. בשני הקצוות הגרף ממשיך כלפי מעלה (החצים). נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר x נמצאות בצמתים של רשת המשבצות.

א. מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם ציר x .

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן. איזו מהן היא נקודת קיצון מוחלטת?

ג. מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה.

ד. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות.

ה. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 2$? ולמשוואה $f(x) = -3$?

ו. **אתגר** ★ מצאו את כל הערכים של k שעבורם למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק שלושה פתרונות.

42

נתונה הפונקציה f מהתרגיל הקודם. מגדירים שלוש פונקציות חדשות:

$$t(x) = -f(x) \qquad h(x) = f(x - 2) \qquad g(x) = f(x) - 3$$

א. מצאו את נקודות הקיצון של g וקבעו את סוגן.

ב. מצאו את נקודות החיתוך של h עם ציר x .

ג. מצאו את נקודות הקיצון של t וקבעו את סוגן.

ד. כמה נקודות חיתוך עם ציר x יש לגרף של g ? נמקו בעזרת הגרף של f .

43

קבעו אם כל טענה נכונה או לא נכונה, ונמקו (מותר להיעזר בדוגמה).

א. בהזזה אנכית של גרף, שיעורי ה- x של נקודות הקיצון אינם משתנים.

ב. בהזזה אנכית של גרף, נקודות החיתוך עם ציר x אינן משתנות.

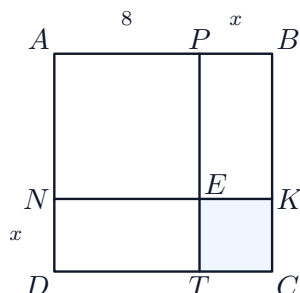
ג. בהזזה אופקית של גרף, הערך המקסימלי של הפונקציה אינו משתנה.

ד. בשיקוף ביחס לציר x , נקודות החיתוך עם ציר x אינן משתנות.

ה. בשיקוף ביחס לציר x , תחומי העלייה של הפונקציה אינם משתנים.

מקבץ אתגר – שטחים וגרפים

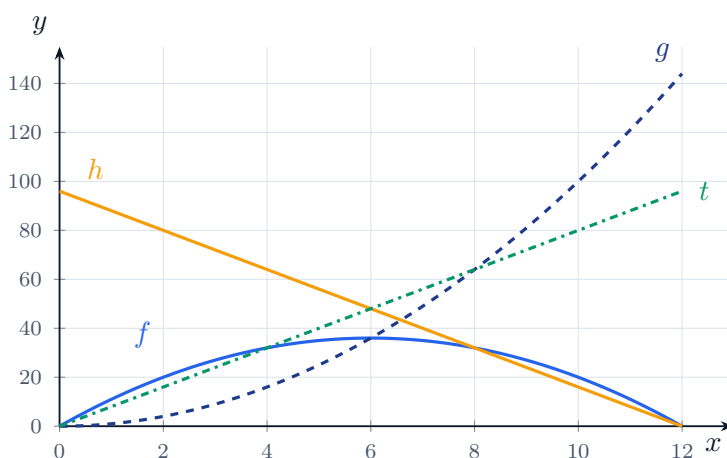
44



אתגר ★ במלבן $ABCD$ העבירו את הקטע PT המקביל ל- BC (על P על AB , על T על DC), ואת הקטע NK המקביל ל- DC (על N על AD , על K על BC). הקטעים נחתכים בנקודה E (ראו סרטוט). נתון: $AP = 8$ ס"מ, $AD = 12$ ס"מ ו- $PB = ND = x$ ס"מ ($0 < x < 12$).

א. הסבירו מדוע המרובע $EKCT$ הוא ריבוע לכל ערך של x , ומדוע שלושת המרובעים האחרים הם מלבנים.

ב. הביעו בעזרת x את השטח של כל אחד מהמרובעים $EKCT$ ו- $NETD$, $PBKE$, $APEN$.



ג. בסרטוט מתוארים ארבעה גרפים: f , g , h ו- t . התאימו לכל גרף את הביטוי המתאים מסעיף ב, ונמקו.

ד. עבור איזה ערך של x שטח המלבן $PBKE$ שווה לשטח המלבן $NETD$? מהו השטח הזה?

ה. עבור אילו ערכים של x שטח הריבוע $EKCT$ גדול משטח המלבן $PBKE$?

ו. עבור איזה ערך של x שטח המלבן $PBKE$ הוא הגדול ביותר? מהו השטח הזה?

∞

שאלות מילוליות

בעיות הנדסיות · תנועה · קנייה ומכירה · אחוזים

פרק 7

שלושה צעדים לכל שאלה מילולית

- מסמנים:** מה לא ידוע? בחרו משתנה ורשמו במילים מה הוא מייצג (x – מהירות הרכב האיטי בקמ"ש").
- בונים משוואה:** תרגמו כל משפט בשאלה לביטוי. בשאלות תנועה כדאי לבנות טבלה: **דרך** = **מהירות** $\times$ **זמן**.
- בודקים בהקשר:** פתרון שנותן מידה (אורך, מהירות, מחיר) שלילית או אפס – נפסל. ענו במילים על מה שנשאלתם.

45 אורכה של בריכה מלבנית גדול ב-6 מטרים מרוחבה, ושטחה 112 מ"ר.

א. מצאו את מידות הבריכה.

ב. סביב הבריכה בנו שביל מרוצף ברוחב אחיד. שטח השביל הוא 104 מ"ר. מה רוחב השביל?

46 שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מאותה נקודה למסלול של 60 ק"מ. מהירותו של רוכב אחד גדולה ב-5 קמ"ש ממהירותו של הרוכב השני, והוא הגיע לסוף המסלול שעה אחת לפניו.

א. מצאו את המהירות של כל אחד מהרוכבים.

ב. באיזו שעה הגיע כל רוכב לסוף המסלול?

ג. **אתגר** כמה ק"מ היו חסרים לרוכב האיטי עד סוף המסלול, ברגע שהרוכב המהיר סיים?

47 בקיץ שעבר מכר דוכן גלידה כדורי גלידה במחיר קבוע, וההכנסה היומית הייתה 1200 ש"ח. השנה העלה בעל הדוכן את המחיר ב-2 ש"ח לכדור, ומכר ביום 20 כדורים פחות – וההכנסה היומית נשארה בדיוק 1200 ש"ח.

מה היה מחיר כדור גלידה בקיץ שעבר, וכמה כדורים נמכרו אז ביום?

48 **אוריינות**

א. מחיר של זוג אופניים עלה ב-20%, ואחרי חודש ירד ב-20%. האם המחיר חזר להיות כמו בהתחלה? אם לא – בכמה אחוזים הוא שונה מהמחיר ההתחלתי?

ב. מחיר של מוצר עלה ב-25%. בכמה אחוזים צריך להוריד את המחיר החדש כדי לחזור למחיר המקורי?

ג. במבצע "קנו 3, שלמו על 2" כל הפריטים באותו מחיר. כמה אחוזי הנחה מקבלים, בממוצע, על כל פריט?

49 משפחת לוי (3 מבוגרים ו-2 ילדים) שילמה בכניסה 470 ש"ח. משפחת כהן (2 מבוגרים ו-3 ילדים) שילמה 430 ש"ח. מה מחיר כרטיס למבוגר, ומה מחיר כרטיס לילד?

משפטים שכדאי לזכור

- משולש שבו שתי זוויות שוות הוא שווה-שוקיים.
- במשולש ישר-זווית: הניצב שמול זווית של 30° שווה למחצית היתר (וגם להפך).
- בדלתון: האלכסון הראשי חוצה את הזוויות, מאונך לאלכסון השני וחוצה אותו.
- במשולשים דומים ביחס k : יחס ההיקפים הוא k ויחס השטחים הוא k^2 .
- ישר המקביל לצלע של משולש יוצר משולש הדומה למשולש המקורי.
- מול צלע גדולה יותר נמצאת זווית גדולה יותר (וגם להפך).
- במשולש ישר-זווית: התיכון ליתר שווה למחצית היתר (וגם להפך).
- שטח מעוין ודלתון: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$
- שטח טרפז: $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

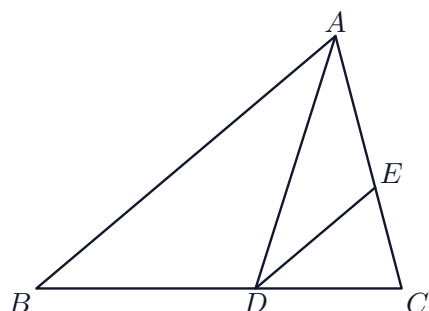
משולשים

50

הוכחה במשולש ABC , הקטע AD חוצה את הזווית $\angle BAC$ (הנקודה D על BC). הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך ש- $DE \parallel AB$.

א. הוכיחו: המשולש ADE הוא שווה-שוקיים.

ב. נתון: $AE = 6$ ס"מ, $EC = 4$ ס"מ. חשבו את אורך הצלע AB (רמז: מצאו קודם את DE , ואחר כך היעזרו בדמיון המשולשים CDE ו- CBA).



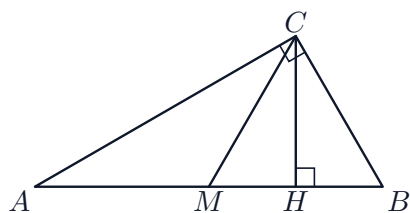
51

א. במשולש ABC אורכי הצלעות הם: $AB = 7$, $BC = 9$, $AC = 12$. סדרו את זוויות המשולש מהקטנה אל הגדולה, ונמקו.

ב. במשולש KLM נתון: $\angle K = 50^\circ$, $\angle L = 65^\circ$. איזו צלע היא הארוכה ביותר במשולש? (ייתכן שיש יותר מאחת). נמקו.

ג. במשולש PQR הזווית R ישרה, $PQ = 12$ ס"מ ו- $QR = 6$ ס"מ. מצאו את הזוויות של המשולש, ונמקו.

52



הוכחה המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$), ונתון $\angle ABC = 60^\circ$. CM הוא התיכון ליתר AB , ו- CH הוא הגובה ליתר.

א. הוכיחו: המשולש CMB הוא שווה-צלעות.

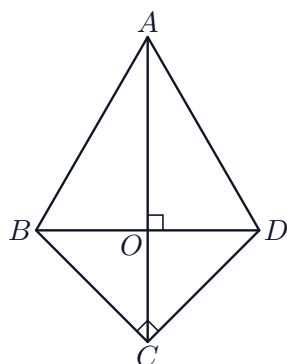
ב. הוכיחו: H היא אמצע הקטע MB

ג. הוכיחו: $AH = 3 \cdot HB$

ד. נתון: $AB = 16$ ס"מ. חשבו את אורכי הקטעים BC ו- CH

דלתון ומשפחת המקביליות

53



הוכחה $ABCD$ הוא דלתון ($AB = AD$, $CB = CD$), שהוא לכסונים שלו נפגשים בנקודה O . נתון:

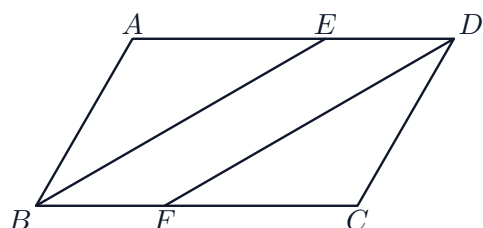
$\angle BAD = 60^\circ$, $\angle BCD = 90^\circ$, $BD = 8$ ס"מ.

א. הוכיחו: המשולש ABD הוא שווה-צלעות.

ב. חשבו את אורכי הקטעים AO ו- CO

ג. חשבו את שטח הדלתון.

54



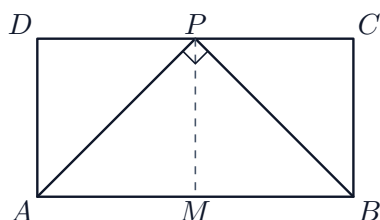
הוכחה $ABCD$ היא מקבילית. BE חוצה את הזווית $\angle ABC$ (הנקודה E על AD), ו- DF חוצה את הזווית $\angle ADC$ (הנקודה F על BC).

א. הוכיחו: המשולש ABE הוא שווה-שוקיים.

ב. הוכיחו: המרובע $BFDE$ הוא מקבילית.

ג. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ. חשבו את ED

55



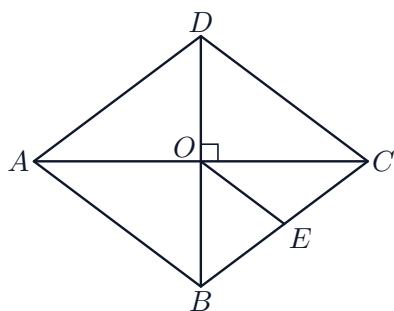
הוכחה $ABCD$ הוא מלבן. הנקודה P היא אמצע הצלע DC , והנקודה M היא אמצע הצלע AB . נתון: $\angle APB = 90^\circ$

א. הוכיחו: $AP = BP$

ב. הוכיחו: $AB = 2 \cdot AD$ (היעזרו בקטע PM)

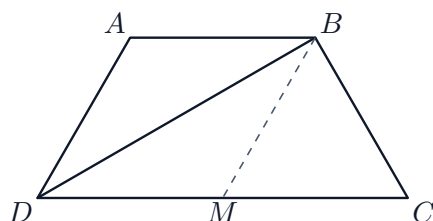
ג. נתון: $AD = 5$ ס"מ. חשבו את שטח המשולש APB ואת שטח המלבן.

56



הוכחה $ABCD$ הוא מעוין שהאלכסונים שלו נפגשים בנקודה O . נתון: $AC = 16$ ס"מ, $BD = 12$ ס"מ. הנקודה E היא אמצע הצלע BC .
א. חשבו את אורך צלע המעוין.
ב. חשבו את שטח המעוין ואת הגובה שלו.
ג. הוכיחו: $OE = \frac{1}{2}AB$, וחשבו את אורך הקטע OE (רמז: היעזרו במשולש BOC).

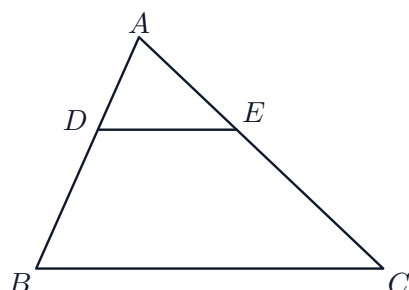
57



הוכחה $ABCD$ הוא טרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel DC$), שבו $AB = AD = BC$ ו- $\angle ADC = 60^\circ$. הנקודה M היא אמצע הבסיס DC .
א. הוכיחו: האלכסון DB חוצה את הזווית $\angle ADC$.
ב. הוכיחו: $\angle DBC = 90^\circ$.
ג. הוכיחו: $DC = 2 \cdot AB$.
ד. הוכיחו: המרובע $ABCM$ הוא מעוין.
ה. נתון: $AB = 8$ ס"מ. חשבו את היקף הטרפז ואת שטחו.

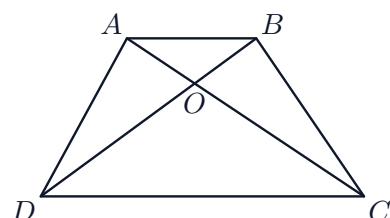
דמיון משולשים וחס שטחים

58



הוכחה במשולש ABC הנקודה D נמצאת על AB והנקודה E נמצאת על AC , כך ש- $DE \parallel BC$. נתון: $AD : DB = 2 : 3$, ושטח המשולש ADE הוא 12 סמ"ר.
א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.
ב. מהו יחס הדמיון בין המשולש ADE למשולש ABC ?
ג. חשבו את שטח המשולש ABC ואת שטח הטרפז $DBCE$.

59



הוכחה $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$) שהאלכסונים שלו נפגשים בנקודה O . נתון: $AB = 6$ ס"מ, $DC = 15$ ס"מ, ושטח המשולש AOB הוא 8 סמ"ר.
א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle COD$.
ב. חשבו את שטח המשולש COD .
ג. **אתגר** ★ חשבו את שטח המשולש AOD ואת שטח הטרפז כולו.

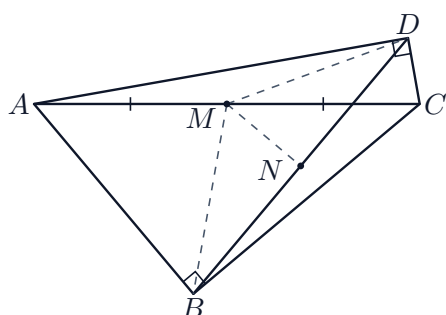
רמז: למשולשים AOB ו- AOD יש אותו גובה – מהקודקוד A אל הישר BD . לכן יחס השטחים שלהם שווה ליחס $OB : OD$.

60 $ABCD$ היא מקבילית שהאלכסונים שלה נפגשים בנקודה O

- הוסיפו נתון אחד שיבטיח ש- $ABCD$ הוא מלבן.
- הוסיפו נתון אחד (אחר) שיבטיח ש- $ABCD$ הוא מעוין.
- מוטי טוען: "אם במקבילית האלכסונים שווים זה לזה וגם מאונכים זה לזה – היא בהכרח ריבוע". האם מוטי צודק? נמקו.

מקבץ אתגר – משפטים במשולש ישר-זווית

61



אתגר ★ הוכחה במרובע $ABCD$ הזוויות $\angle ABC$ ו- $\angle ADC$ הן זוויות ישרות, והזווית $\angle BAD$ חדה. הנקודה M היא אמצע האלכסון AC , והנקודה N היא אמצע האלכסון BD

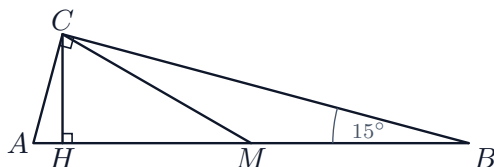
א. הוכיחו: $MB = MD$

ב. הוכיחו: $MN \perp BD$

ג. הוכיחו: $\angle BMD = 2 \cdot \angle BAD$ (רמז: חפשו משולשים שווים-שוקיים, והיעזרו בזווית חיצונית).

ד. נתון: $\angle BAD = 60^\circ$, $AC = 12$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע MN ואת אורך האלכסון BD

62



אתגר ★ הוכחה במשולש ABC הזווית C ישרה ו- $\angle ABC = 15^\circ$. CM הוא התיכון ליתר AB , ו- CH הוא הגובה ליתר.

א. הוכיחו: $\angle AMC = 30^\circ$

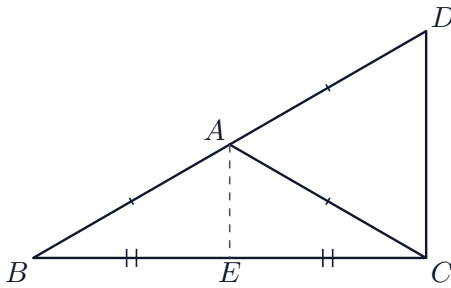
ב. הוכיחו: $CH = \frac{1}{4}AB$ – הגובה ליתר שווה לרבע מהיתר!

ג. נתון: $AB = 20$ ס"מ. חשבו בלי מחשבון את השטח של המשולש ABC

ד. חשבו את אורכי הקטעים AH ו- HB (השאירו שורש בתשובה).

ה. **המשפט ההפוך**. במשולש ישר-זווית אחר, הגובה ליתר שווה לרבע מהיתר. הוכיחו שאחת הזוויות החדות שלו היא 15° (רמז: העבירו גם את התיכון ליתר).

63



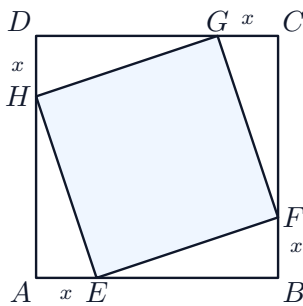
אתגר ★ הוכחה המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$). הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BA (מעבר לנקודה A), כך ש- $AD = AB$.

א. הוכיחו: $\angle BCD = 90^\circ$ – בשתי דרכים: פעם בעזרת המשפט ההפוך למשפט התיכון ליתר, ופעם בעזרת סכום הזוויות במשולש BCD .
ב. נתון גם: $BD = 2 \cdot CD$. הוכיחו: $\angle ABC = 30^\circ$, ומצאו את $\angle BAC$.

ג. E היא אמצע הצלע BC . הוכיחו: $AE \parallel DC$.
ד. נתון: $AB = 6$ ס"מ. חשבו את BC . איזה מרובע הוא $AECD$? חשבו את שטחו.

מקבץ אתגר – הוכחות במשפחת המקביליות

64



אתגר ★ הוכחה $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו 8 ס"מ. הנקודות E, F, G, H נמצאות על הצלעות AB, BC, CD, DA (בהתאמה), כך ש- $AE = BF = CG = DH = x$ ($0 < x < 8$).

א. הוכיחו ש- $\triangle HAE \cong \triangle EBF$, והסבירו מדוע כל ארבעת המשולשים שבפינות הריבוע חופפים.
ב. הוכיחו שהמרובע $EFGH$ הוא ריבוע.
ג. הביעו בעזרת x את השטח של הריבוע $EFGH$ – בשתי דרכים.

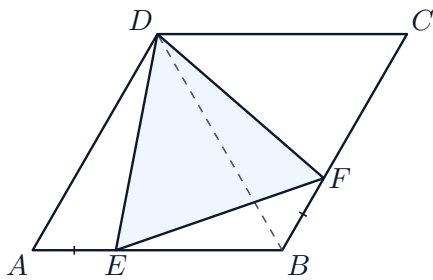
ד. עבור אילו ערכים של x השטח של $EFGH$ הוא 40 סמ"ר?

ה. **אתגר ★** עבור איזה ערך של x השטח של $EFGH$ הוא הקטן ביותר? מהו השטח הזה, ואיזה חלק הוא מהשטח של $ABCD$?

65

אתגר ★

הוכחה



65. הוכחה ★ אתגר. $\angle DAB = 60^\circ$. הוכח: $ABCD$ הוא מעוין שבו $\angle DAB = 60^\circ$. הנקודה E נמצאת על הצלע AB , והנקודה F נמצאת על הצלע BC , כך ש- $AE = BF$.

א. הוכיחו שהמשולשים ABD ו- CBD הם שווי-צלעות.

ב. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle BDF$.

ג. הוכיחו שהמשולש DEF הוא שווה-צלעות (רמז: הראו ש- $\angle EDF = \angle ADB$).

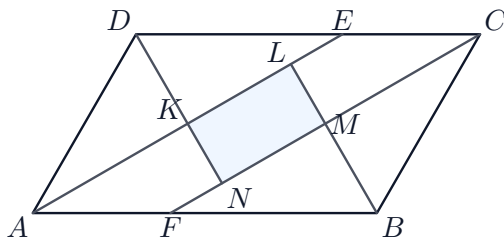
ד. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $AE = 2$ ס"מ. חשבו את DE ואת השטח של המשולש DEF (רמז: העבירו מ- D גובה לצלע AB – איפה הוא פוגש אותה?).

ה. אתגר ★ היכן על הצלע AB צריך לבחור את הנקודה E כדי שהשטח של המשולש DEF יהיה הקטן ביותר? מהו השטח הזה?

66

אתגר ★

הוכחה



66. הוכחה ★ אתגר. $ABCD$ היא מקבילית שבה $AB = 10$ ס"מ ו- $AD = 6$ ס"מ. חוצה הזווית A פוגש את חוצה הזווית D בנקודה K , ואת חוצה הזווית B בנקודה L . חוצה הזווית C פוגש את חוצה הזווית B בנקודה M , ואת חוצה הזווית D בנקודה N . בנוסף, חוצה הזווית A חותך את הצלע DC בנקודה E , וחוצה הזווית C חותך את הצלע AB בנקודה F (ראו סרטוט).

א. הוכיחו ש- $\angle ALB = 90^\circ$, והסבירו מדוע המרובע $KLMN$ הוא מלבן.

ב. הוכיחו שהמשולש ADE הוא שווה-שוקיים, ושהנקודה K היא אמצע הקטע AE .

ג. הוכיחו שהמרובע $AECF$ הוא מקבילית, וחשבו את AF .

ד. הוכיחו ש- $KM = AB - AD$, כלומר ש- $KM = 4$ ס"מ (רמז: הראו ש- M היא אמצע CF , והתבוננו במרובע $AKMF$).

ה. אתגר ★ נתון גם ש- $\angle DAB = 60^\circ$. חשבו את DK ואת DN , ואת האורכים של צלעות המלבן $KLMN$. בדקו שהאלכסון KM אכן שווה ל-4 ס"מ.



הסתברות

פרק 9

מאורע משלים · שכיחות יחסית · ניסוי דו־שלבי · עץ ומודל שטח · חזרה על סטטיסטיקה

תזכורת קצרה

- כאשר כל התוצאות שוות-סיכוי, ההסתברות של מאורע היא מספר התוצאות המתאימות חלקי מספר כל התוצאות.
- מאורע משלים: ההסתברות שמאורע A לא יקרה היא $1 - P(A)$
- בניסוי דו־שלבי: כופלים הסתברויות **לאורך** ענף בדיאגרמת העץ, ומחברים הסתברויות של ענפים **שונים** שמתאימים לאותו מאורע.
- "בלי החזרה" – בשלב השני מספר הפריטים קטן ב-1, ולכן ההסתברויות משתנות.
- **מודל השטח**: ריבוע ששטחו 1 מחולק לפי ההסתברויות של השלב הראשון ושל השלב השני. השטח של כל מלבן הוא ההסתברות של התוצאה שהוא מייצג.
- **שכיחות יחסית** – מספר הפעמים שתוצאה התקבלה, חלקי מספר החזרות על הניסוי. כשחוזרים על ניסוי הרבה פעמים, השכיחות היחסית מתקרבת בדרך כלל להסתברות.
- תזכורת מסטטיסטיקה: **ממוצע** – סכום הנתונים חלקי מספרם; **חציון** – הנתון האמצעי אחרי סידור מהקטן לגדול (כשמספר הנתונים זוגי – הממוצע של שני הנתונים האמצעיים); **שכיח** – הנתון שמופיע הכי הרבה פעמים.

67 מטילים שתי קוביות הוגנות – אחת אדומה ואחת כחולה. (מומלץ לבנות טבלה של כל 36 התוצאות.)

- מה ההסתברות שסכום המספרים שיתקבלו יהיה 7?
- מה ההסתברות שסכום המספרים יהיה 10 לפחות?
- מה ההסתברות שמכפלת המספרים תהיה זוגית?
- מה ההסתברות שבאחת הקוביות לפחות יתקבל 6?

ה. **אתגר** ★ ידוע שסכום המספרים הוא 8. מה ההסתברות שבקובייה האדומה התקבל 3?

68 **אוריינות** ההסתברות שהאוטובוס של נועה יאחר היא 0.2. אם האוטובוס מאחר, ההסתברות שנועה תאחר לקייטנה היא 0.5; אם האוטובוס לא מאחר, ההסתברות שנועה תאחר היא 0.1 בלבד.

- סרטטו דיאגרמת עץ שמתארת את המצב.
- מה ההסתברות שנועה תאחר לקייטנה?
- מה ההסתברות שהאוטובוס לא יאחר ונועה לא תאחר?

69

$\frac{1}{2}$ פלי	$\frac{1}{2}$ עץ	
		$\frac{3}{4}$ כחול
		$\frac{1}{4}$ אדום

מטילים מטבע הוגן, ואחר כך מסובבים גלגל שבו ההסתברות שהחץ יעצור על אדום היא $\frac{1}{4}$, ועל כחול $\frac{3}{4}$. בסרטוט: ריבוע ששטחו 1 מחולק למלבנים. כל מלבן מייצג תוצאה אחת של הניסוי, והשטח שלו שווה להסתברות שלה.

א. איזו תוצאה מייצג המלבן הצבוע? מה ההסתברות שלה?

ב. מה ההסתברות לקבל "עץ" וגם כחול?

ג. מה ההסתברות לקבל "עץ" או אדום (לפחות אחד מהשניים)? (רמז: היעזרו במאורע המשלים.)

ד. רונית ביצעה את הניסוי 200 פעמים, ו-28 פעמים קיבלה "פלי" וגם אדום. מה השכיחות היחסית של התוצאה הזו? האם היא קרובה להסתברות שמצאתם בסעיף א?

70

בשקית 3 סוכריות אדומות ו-2 סוכריות כחולות. מוציאים באקראי סוכרייה אחת, לא מחזירים אותה, ומוציאים סוכרייה נוספת.

א. מה ההסתברות ששתי הסוכריות יהיו אדומות?

ב. מה ההסתברות שהסוכריות יהיו בצבעים שונים?

ג. מה ההסתברות שלפחות אחת מהסוכריות תהיה כחולה?

71

אוריינות בכיתה ט' יש 32 תלמידים: 20 מהם נרשמו לקייטנת ספורט, 12 נרשמו לקייטנת מדע, ו-6 מהם נרשמו לשתי הקייטנות. בוחרים באקראי תלמיד אחד מהכיתה. (היעזרו בטבלה או בדיאגרמה.)

א. מה ההסתברות שהתלמיד נרשם לקייטנה אחת לפחות?

ב. מה ההסתברות שהתלמיד לא נרשם לאף קייטנה?

ג. **אתגר** ידוע שהתלמיד שנבחר נרשם לקייטנת ספורט. מה ההסתברות שהוא נרשם גם לקייטנת מדע?

72

אוריינות בטבלה – מספר הספרים שקראו בחופש הגדול 20 תלמידי הכיתה.

מספר ספרים	0	1	2	3	4
מספר תלמידים	2	5	6	4	3

א. חשבו את הממוצע של מספר הספרים.

ב. מצאו את החציון ואת השכיח.

ג. בוחרים באקראי תלמיד אחד מהעשרים. מה ההסתברות שהוא קרא יותר ספרים מהממוצע?

ד. לכיתה הצטרף תלמיד שקרא בחופש 10 ספרים. מה השתנה יותר – הממוצע או החציון? נמקו.

מה חדש בפרק

משוואה דו-ריבועית	$x^4 + bx^2 + c = 0$ – מציבים $t = x^2$, פותרים משוואה ריבועית ב- t ופוסלים ערכים שליליים של t
הצבה כללית	ביטוי שחוזר על עצמו, כמו $x^2 - 3x$ או $\sqrt{x}$, מסמנים באות חדשה ופותרים בשני שלבים
משוואה עם שורש	מבודדים את השורש ומעלים את שני האגפים בריבוע. העלאה בריבוע עלולה "להוסיף" פתרונות זרים – חובה לבדוק כל פתרון בהצבה
ערך מוחלט	$ A = k$ כאשר $k > 0$: $A = k$ או $A = -k$. אם k הוא ביטוי עם x – בודקים בסוף שהוא אינו שלילי
פרמטר	מספר הפתרונות של משוואה ריבועית נקבע לפי הסימן של $b^2 - 4ac$
שברים – רמת אתגר	מפרקים כל מכנה, "מוציאים מינוס" ממכנים נגדיים, כופלים במכנה המשותף הקטן ביותר – ובודקים שכל פתרון בתחום ההצבה
משוואה עם חזקות	מוציאים גורם משותף: $5^{x+2} - 5^x = 5^x \cdot (25 - 1)$ או מציבים $t = 3^x$, ואז $9^x = t^2$

73 פתרו את המשוואות.

א. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ב. $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$
 ג. $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$ ד. $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$

74 פתרו בעזרת הצבה מתאימה.

א. $(x^2 - 3x)^2 - 14(x^2 - 3x) + 40 = 0$ ב. $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$
 ג. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$ **אתגר** ★

75 פתרו, ובדקו כל פתרון בהצבה.

א. $\sqrt{x+7} = x+1$ ב. $\sqrt{2x+9} = x-3$
 ג. $\sqrt{x^2-9} = 4$ ד. $\sqrt{x} + \sqrt{x-5} = 5$ **אתגר** ★

76 א. פתרו: (1) $|2x-3|=7$ (2) $|x^2-5|=4$ (3) $|x-1|=2x+4$

ב. מצאו את כל ערכי k שעבורם למשוואה $|x-3|=k$ יש פתרון אחד בלבד; יש שני פתרונות; אין פתרון. הסבירו בעזרת המשמעות של ערך מוחלט כמרחק על ציר המספרים.

77 נתונה המשוואה $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ (k הוא פרמטר).

- א. הראו ש- $x=2$ הוא פתרון של המשוואה לכל ערך של k
 ב. פרקו את אגף שמאל לגורמים, ומצאו את הפתרון השני (בעזרת k).

- ג. עבור איזה ערך של k יש למשוואה פתרון אחד בלבד?
 ד. עבור איזה ערך של k שני הפתרונות הם מספרים נגדיים?
 ה. **אתגר** ★ עבור אילו ערכים של k יש למשוואה שני פתרונות שונים, ושניהם חיוביים?

78 נתונים הפרבולה $y = x^2$ והישר $y = mx - 1$

- א. הראו ששיעורי ה- x של נקודות החיתוך מקיימים $x^2 - mx + 1 = 0$
 ב. עבור אילו ערכים של m יש לישר ולפרבולה נקודה משותפת אחת בלבד? מצאו את הנקודות האלה.
 ג. עבור אילו ערכים של m אין לישר ולפרבולה אף נקודה משותפת?

מקבץ אתגר – שברים, מערכות וחזקות

79 **אתגר** ★ פתרו. רשמו תחום הצבה, פרקו כל מכנה ו"הוציאו מינוס" במקום הצורך.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{x}{x^2 - 9} + \frac{1}{3 - x} = \frac{2}{x^2 + 3x} \\ \text{ב.} & \frac{3}{x^2 - x} - \frac{2}{1 - x} = \frac{5}{x} \\ \text{ג.} & \frac{x - 5}{x^2 - 4x + 4} + \frac{8}{4 - x^2} = \frac{2}{x + 2} \\ \text{ד.} & \frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{2}{x^2 - 4x + 3} \end{array}$$

80 **אתגר** ★ פתרו בעזרת הצבה מתאימה.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \frac{x}{x - 1} + \frac{x - 1}{x} = \frac{5}{2} \\ \text{ב.} & \frac{x^2 + 2}{x} + \frac{3x}{x^2 + 2} = 4 \end{array}$$

81 **אתגר** ★ פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6} \\ x + y = 5 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} \frac{8}{x - 1} - \frac{3}{y} = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} x^2 - xy = 6 \\ y^2 - xy = -2 \end{cases} \end{array}$$

רמז: במערכת א סמנו $t = \frac{x}{y}$. במערכת ג פרקו לגורמים: $x(x - y) = 6$ ו- $y(y - x) = -2$, וחלקו משוואה במשוואה.

82 **אתגר** ★ נתונה המשוואה $\frac{x}{x - 2} - \frac{k}{x + 2} = \frac{8}{x^2 - 4}$ (k הוא פרמטר).

- א. כפלו במכנה המשותף, והראו שמתקבלת המשוואה $x^2 + (2 - k)x + 2k - 8 = 0$
 ב. הראו ש- $x = 2$ מקיים את המשוואה מסעיף א לכל ערך של k , ופרקו את אגף שמאל שלה לגורמים.
 ג. האם $x = 2$ הוא פתרון של המשוואה המקורית? נמקו.
 ד. עבור אילו ערכים של k אין למשוואה המקורית אף פתרון? ומהו הפתרון שלה עבור כל ערך אחר של k ?

83 **אתגר** ★ פתרו x הוא מספר טבעי או 0.

ב. $3^{x+2} - 3^x = 216$
 ד. $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

א. $2^{x+3} + 2^{x+1} = 160$
 ג. $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$



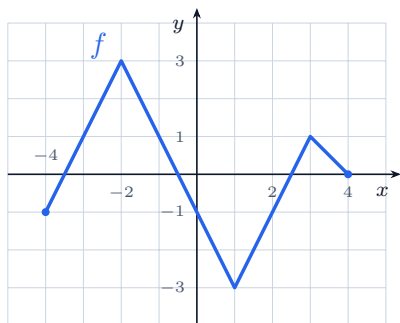
טרנספורמציות ומשפחות של פונקציות

הזזות · שיקופים · מתיחה · ערך מוחלט של פונקציה · משפחות · פונקציית השורש

פרק 11

מה חדש בפרק

הזזה אנכית: k יחידות למעלה ($k > 0$) או למטה ($k < 0$). הנקודה (a, b) עוברת ל- $(a, b + k)$	$y = f(x) + k$
הזזה אופקית: p יחידות ימינה ($p > 0$) או שמאלה ($p < 0$). עוברת ל- $(a + p, b)$	$y = f(x - p)$
שיקוף ביחס לציר x : (a, b) עוברת ל- $(a, -b)$. מקסימום הופך למינימום	$y = -f(x)$
שיקוף ביחס לציר y : (a, b) עוברת ל- $(-a, b)$	$y = f(-x)$
מתיחה אנכית ($c > 1$) או כיווץ ($0 < c < 1$): (a, b) עוברת ל- (a, cb) . נקודות החיתוך עם ציר x לא זזות	$y = c \cdot f(x)$
החלקים של הגרף שמעל ציר x נשארים; החלקים שמתחתיו משתקפים כלפי מעלה	$y = f(x) $



בסרטוט: הגרף של הפונקציה f , המוגדרת בתחום $-4 \leq x \leq 4$. הגרף מורכב מקטעים ישרים המחברים לפי הסדר את הנקודות $(-4, -1)$, $(-2, 3)$, $(0, -3)$, $(2, 1)$ ו- $(4, 0)$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.

ב. מהו הערך הגדול ביותר של f ? מהו הערך הקטן ביותר?

ג. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = k$ עבור: $k = -2$, $k = 0$, $k = 1$, $k = 2$, $k = 3$?

84

ד. העתיקו את הטבלה והשלימו אותה (אל תחפשו נוסחה – היעזרו בטרנספורמציות):

הפונקציה	הנקודה $(-2, 3)$ עוברת ל-	הנקודה $(1, -3)$ עוברת ל-	הערך הגדול ביותר
$f(x) - 2$			
$f(x + 3)$			
$-f(x)$			
$2f(x)$			
$ f(x) $			

ה. **אתגר** ★ מהו תחום ההגדרה של $g(x) = f(x + 3)$? מצאו את נקודות החיתוך של g עם ציר x

85 לכל מספר p מגדירים את הפונקציה $f_p(x) = (x - p)^2 + p$

א. מצאו את הקודקוד של f_p . הראו שהקודקודים של כל הפרבולות במשפחה נמצאים על ישר אחד, ומצאו את משוואתו.

ב. עבור אילו ערכים של p יש לפרבולה שתי נקודות חיתוך עם ציר x ? נקודה אחת? אין נקודות חיתוך? נמקו בעזרת הקודקוד.

ג. אילו פרבולות מהמשפחה עוברות דרך ראשית הצירים? ואילו עוברות דרך הנקודה $(4, 6)$?

ד. **אתגר** ★ הוכיחו שאף פרבולה במשפחה לא עוברת דרך הנקודה $(0, -1)$

86 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 4x$

א. סרטטו סקיצה של $y = f(x)$, ובמערכת צירים נפרדת – סקיצה של $y = |f(x)|$

ב. כמה פתרונות יש למשוואה $|x^2 - 4x| = k$ עבור $k = 0, k = 3, k = 4, k = 5$? ענו בעזרת הסקיצה.

ג. פתרו את המשוואה $|x^2 - 4x| = 3$

ד. **אתגר** ★ סרטטו סקיצה של $y = f(|x|)$. כמה נקודות חיתוך עם ציר x יש לגרף? (רמז: עבור $x \geq 0$ הגרף זהה לגרף של f , והגרף כולו סימטרי ביחס לציר y .)

87 א. את הגרף של $y = x^2$ מזיזים 3 יחידות ימינה, משקפים ביחס לציר x , ובסוף מזיזים 5 יחידות למעלה. רשמו את הפונקציה שמתקבלת.

ב. נועה ביצעה על $y = x^2$ קודם מתיחה אנכית פי 2, ואחר כך הזזה של יחידה אחת למעלה. עומר ביצע קודם הזזה של יחידה אחת למעלה, ואחר כך מתיחה אנכית פי 2. האם הם קיבלו את אותה פונקציה? נמקו.

ג. תארו סדרה של טרנספורמציות שמעבירה את $y = x^2$ אל $g(x) = -2(x + 1)^2 + 8$

ד. מצאו את הקודקוד של g ואת נקודות החיתוך שלה עם ציר x

88 נתונות הפונקציות $f(x) = \sqrt{x}$ ו- $g(x) = \sqrt{x-4} + 1$

א. מהו תחום ההגדרה של g ? באילו טרנספורמציות מתקבל הגרף של g מהגרף של f ?

ב. מהי "נקודת ההתחלה" של הגרף של g ? האם g עולה או יורדת?

ג. פתרו את המשוואה $g(x) = 3$

ד. **אתגר** ★ מצאו את נקודות החיתוך של הגרף של g עם הישר $y = x - 3$ (רמז: סמנו $t = \sqrt{x-4}$).



קדם-אנליזה

פרק 12

תחום הגדרה · קצב שינוי ממוצע · מהמיתר אל המשיק · חקירה מגרף · שורש של פונקציה

מה חדש בפרק

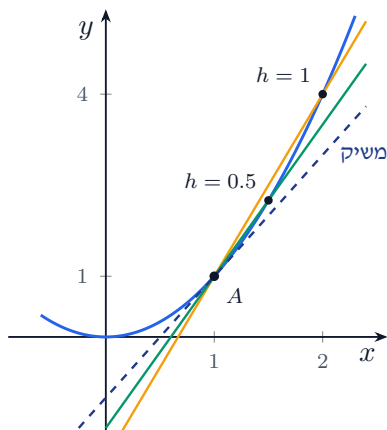
תחום הגדרה	אסור לחלק ב-0, ומתחת לשורש ריבועי מותר רק ביטוי שאינו שלילי
קצב שינוי ממוצע	בקטע $a \leq x \leq b$: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ — זה השיפוע של המיתר, הישר שעובר דרך שתי הנקודות המתאימות בגרף
משיק	כשהקטע הולך ומתקצר, המיתר "מסתובב" ומתקרב לישר שנוגע בגרף בנקודה — המשיק בנקודה זו (במקום אחר הוא עשוי לחתוך את הגרף). השיפוע של המשיק הוא קצב השינוי ברגע מסוים
קיצון מקומי ומוחלט	נקודת קיצון מקומי היא הגבוהה (או הנמוכה) ביותר בסביבה הקרובה שלה; קיצון מוחלט — בכל תחום ההגדרה. גם נקודות קצה של התחום יכולות להיות נקודות קיצון

89 מצאו את תחום ההגדרה של כל פונקציה.

א. $f(x) = \sqrt{x-3}$ ב. $f(x) = \frac{5}{x^2-9}$ ג. $f(x) = \sqrt{8-2x}$

ד. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-4}$ ה. $f(x) = \sqrt{x^2-4x}$ ו. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$

90



נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$ והנקודה $A(1, 1)$ שעל הגרף שלה. לכל $h \neq 0$ מעבירים מיתר מ- A אל הנקודה $B(1+h, f(1+h))$

א. חשבו את השיפוע של המיתר AB עבור $h=1$, $h=0.1$, $h=0.01$

ב. הראו שהשיפוע של המיתר שווה ל- $2+h$. לאיזה מספר הוא מתקרב כאשר h קרוב מאוד ל-0?

ג. הישר שעובר דרך A ושיפועו 2 נקרא **המשיק** לפרבולה בנקודה A . מצאו את משוואתו, והראו שיש לו נקודה משותפת אחת בלבד עם הפרבולה.

ד. **אתגר** ★ חזרו על התהליך בנקודה $(3, 9)$. מה שיפוע המשיק שם? נחשו: מה שיפוע המשיק בנקודה (a, a^2) ?

91 אוריינות אבן נופלת מראש מגדל שגובהו 45 מטרים. הדרך שהאבן עוברת (במטרים) t שניות אחרי שהתחילה ליפול הוא $s(t) = 5t^2$

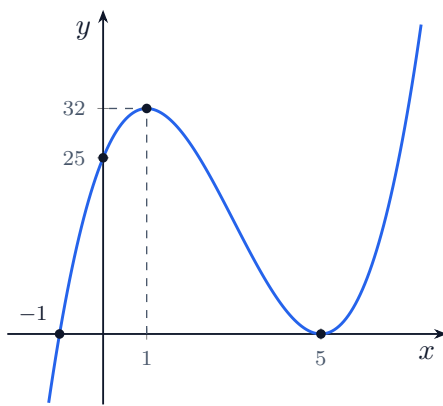
א. מהי המהירות הממוצעת של האבן בשתי השניות הראשונות? (מהירות ממוצעת = הדרך חלקי הזמן)

ב. מהי המהירות הממוצעת בין $t = 2$ ל- $t = 3$?

ג. חשבו את המהירות הממוצעת בין $t = 2$ ל- $t = 2.1$, ובין $t = 2$ ל- $t = 2.01$.

ד. מהי, לדעתכם, המהירות של האבן ברגע $t = 2$?

ה. **אתגר** מתי פוגעת האבן בקרקע, ובאיזו מהירות (בערך)? (רמז: חשבו מהירות ממוצעת בקטע קצר מאוד לפני הפגיעה.)



92 בסרטוט: הגרף של הפונקציה $f(x) = (x+1)(x-5)^2$. ידוע שלפונקציה יש נקודת מקסימום מקומי שבה $x = 1$

א. מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
ב. מצאו את נקודת המקסימום המקומי ואת נקודת המינימום המקומי.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של f , ואת התחום שבו f חיובית וגם יורדת.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = k$ עבור $k = -5, k = 0, k = 10, k = 32, k = 40$?

ה. **אתגר** עבור אילו ערכים של c יש לגרף של $y = f(x) + c$ שלוש נקודות חיתוך עם ציר x ?

ו. **אתגר** מהי נקודת המקסימום המקומי של $g(x) = f(x-2)$? ואיזה סוג קיצון יש לפונקציה $-f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$?

93 נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 8x - 7$, ומגדירים $g(x) = \sqrt{f(x)}$

א. מצאו את נקודות החיתוך של f עם ציר x , ואת הקודקוד של f

ב. מהו תחום ההגדרה של g ?

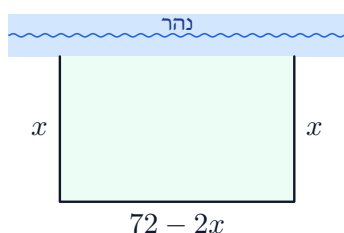
ג. מצאו את נקודות הקיצון של g , כולל בקצות התחום.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 2$? פתרו אותה.

ה. **אתגר** הראו שכל נקודה (x, y) על הגרף של g נמצאת במרחק 3 מהנקודה $(4, 0)$ (היעזרו במשפט פיתגורס). איזו צורה יוצר הגרף?

איך פותרים בעיית קיצון?

- (1) בוחרים משתנה x , ומבטאים בעזרתו את הגודל שרוצים להגדיל או להקטין ככל האפשר.
- (2) רושמים את התחום האפשרי של x (אורכים חיוביים, כמויות שלמות וכו').
- (3) אם התקבלה פונקציה ריבועית – הקיצון שלה בקודקוד, $x = -\frac{b}{2a}$. כאשר $a < 0$ זה מקסימום, וכאשר $a > 0$ – מינימום.
- (4) בודקים שהקודקוד נמצא בתחום, ועונים על השאלה במילים – עם יחידות.



אוריינות חקלאי רוצה לגדר שטח בצורת מלבן, שאחת מצלעותיו היא גדת נהר (שם לא צריך גדר). יש לו 72 מטרים של גדר. נסמן ב- x את אורך כל אחת מהצלעות המאונכות לנהר.

א. הביעו בעזרת x את אורך הצלע המקבילה לנהר ואת השטח של המכלאה.

ב. מהו התחום האפשרי של x ?

ג. מצאו את המידות של המכלאה ששטחה הגדול ביותר, ואת השטח הזה.

ד. **אתגר** החקלאי מחליט לחלק את המכלאה לשתי מכלאות בעזרת גדר נוספת, המקבילה לצלעות המאונכות לנהר (אורך הגדר הכולל עדיין 72 מטרים). מהו השטח הגדול ביותר עכשיו?

95

אוריינות

כשמחיר כרטיס להופעה הוא 80 ש"ח, נמכרים 600 כרטיסים. סקר מראה שכל העלאה של 5 ש"ח במחיר הכרטיס מקטינה את מספר הקונים ב-25. נסמן ב- n את מספר ההעלאות.

א. הביעו בעזרת n את מחיר הכרטיס ואת מספר הכרטיסים שיימכרו.

ב. הראו שההכנסה היא $R(n) = (80 + 5n)(600 - 25n)$, ומצאו את n שעבורו ההכנסה היא הגדולה ביותר.

ג. מהו מחיר הכרטיס שמביא להכנסה הגדולה ביותר? כמה כרטיסים יימכרו בו, ומהי ההכנסה?

ד. **אתגר** באיזה מחיר כרטיס (חוץ מ-80 ש"ח) ההכנסה שווה בדיוק להכנסה במחיר ההתחלתי? נסו לענות גם בלי לפתור משוואה – בעזרת סימטריה.

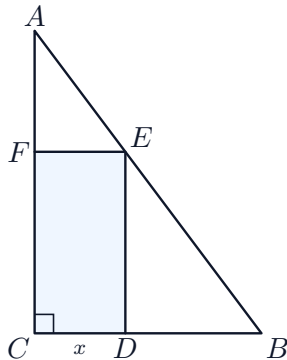
96

הנקודה $P(x, y)$ נמצאת על הישר $y = -x + 4$

א. נסמן ב- d את המרחק של P מראשית הצירים. היעזרו במשפט פיתגורס והראו ש- $d^2 = 2x^2 - 8x + 16$

ב. מצאו את הנקודה P על הישר הקרובה ביותר לראשית הצירים, ואת המרחק הקטן ביותר.

ג. הישר חותך את הצירים בנקודות A ו- B . הראו ש- P היא האמצע של AB , והסבירו בעזרת המשולש AOB (O – ראשית הצירים) למה זה הגיוני.



97

במשולש ABC הזווית C ישרה, ואורכי הניצבים הם $AC = 8$ ו- $BC = 6$. חוסמים במשולש מלבן $CDEF$: הנקודה D על BC , הנקודה F על AC , והנקודה E על היתר AB . נסמן $CD = x$

א. הוכחה הוכיחו: $\triangle BDE \sim \triangle BCA$, והראו

$$DE = 8 - \frac{4}{3}x$$

ב. הביעו בעזרת x את השטח של המלבן.

ג. מצאו את x שעבורו שטח המלבן הוא הגדול ביותר, ואת השטח הזה.

ד. **אתגר** ★ הראו שהשטח המקסימלי של המלבן הוא בדיוק מחצית משטח המשולש.

98 הסכום של שני מספרים הוא 14.

- מהי המכפלה הגדולה ביותר האפשרית של שני המספרים?
- מהו הערך הקטן ביותר האפשרי של סכום הריבועים שלהם?

∞

גאומטריה למצטיינים

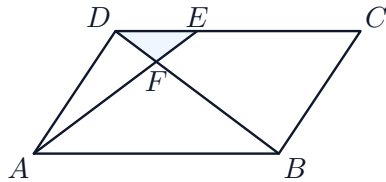
יחסי שטחים · הגובה ליתר · חפיפה בריבוע · חוצי זוויות במקבילית · נכון תמיד?

פרק 14

כלים שכדאי לזכור

- למשולשים עם אותו גובה – יחס השטחים שווה ליחס הבסיסים.
- אלכסון מחלק מקבילית לשני משולשים חופפים – ולכן שווי שטח.
- אחרי שהוכחתם שמשולשים חופפים (צ.ז.צ, צ.ז.צ, צ.ז.צ) – כל הצלעות המתאימות וכל הזוויות המתאימות שוות.
- במשולשים דומים ביחס k – יחס השטחים הוא k^2
- במשולש ישר-זווית, הגובה ליתר יוצר שני משולשים הדומים זה לזה ולמשולש כולו.
- בשאלות "הביעו בעזרת S " – מתחילים מהמשולש ששטחו S , ו"מתפשטים" ממנו החוצה.

99



הוכחה ה- $ABCD$ היא מקבילית. הנקודה E נמצאת על הצלע DC כך ש- $DE : EC = 1 : 2$. הקטע AE חותך את האלכסון BD בנקודה F . שטח המשולש DEF הוא S .

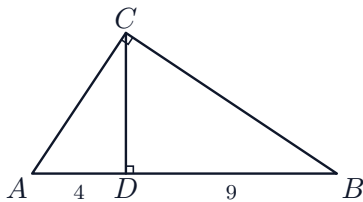
א. הוכיחו: $\triangle DEF \sim \triangle BAF$, ומצאו את יחס הדמיון.

ב. הביעו בעזרת S את השטח של המשולש ABF .

ג. הביעו בעזרת S את השטח של המשולש ADF (רמז: מה היחס $AF : FE$?)

ד. הביעו בעזרת S את השטח של המקבילית ואת השטח של המרובע $EFBC$.

100



הוכחה במשולש ABC הזווית C ישרה, ו- CD הוא הגובה ליתר AB . נתון: $AD = 4$, $DB = 9$.

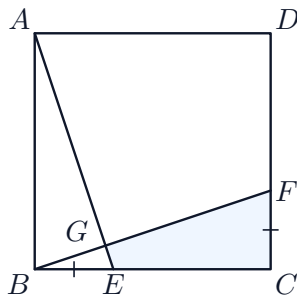
א. הוכיחו: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$.

ב. הראו ש- $CD^2 = AD \cdot DB$, וחשבו את CD .

ג. חשבו את AC , את BC ואת השטח של המשולש ABC .

ד. **אתגר** ★ מהו היחס בין השטחים של המשולשים ACD ו- CBD ? מצאו אותו בשתי דרכים.

101



הוכחה ה- $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה E נמצאת על הצלע BC והנקודה F נמצאת על הצלע CD , כך ש- $BE = CF$. הקטעים AE ו- BF נפגשים בנקודה G .

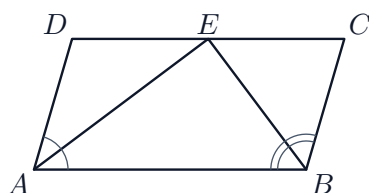
א. הוכיחו: $\triangle ABE \cong \triangle BCF$.

ב. הוכיחו: $AE \perp BF$ (רמז: היעזרו בזוויות של המשולש BGE).

ג. נתון: $AB = 6$, $BE = 2$. חשבו את AE , ואת האורכים של הקטעים AG ו- BG (רמז: AG הוא הגובה ליתר במשולש ABE).

ד. **אתגר** ★ הוכיחו שהשטח של המשולש ABG שווה לשטח של המרובע $GEFC$, וחשבו את השטח הזה.

102



הוכחה ה- $ABCD$ היא מקבילית. חוצי הזוויות A ו- B נפגשים בנקודה E שעל הצלע DC .

א. הוכיחו: $\angle AEB = 90^\circ$.

ב. הוכיחו: $DE = AD$ וגם $CE = BC$, והסיקו ש- $DC = 2AD$.

ג. נתון: $AD = 5$, $AE = 8$. חשבו את ההיקף ואת השטח של המקבילית.

103 קבעו לגבי כל טענה אם היא נכונה תמיד, לפעמים או לעולם לא, ונמקו כל תשובה בהוכחה קצרה או בדוגמה נגדית.

- מربع שהאלכסונים שלו מאונכים זה לזה הוא מעוין.
- מקבילית שהאלכסונים שלה שווים זה לזה היא מלבן.
- דלתון שהאלכסונים שלו חוצים זה את זה הוא מעוין.
- במשולש ישר-זווית, התיכון ליתר ארוך מהגובה ליתר.
- מלבן שהאלכסונים שלו מאונכים זה לזה הוא ריבוע.



בוחן מסכם – מצוינות

5 שאלות · 20 נקודות לכל שאלה · 90 דקות · מותר מחשבון · נימוק מלא בכל סעיף

פרק 15

104 (20 נקודות) פתרו את המשוואה. רשמו תחום הצבה ובדקו את הפתרונות.

$$\frac{2}{x-2} - \frac{x+6}{x^2-4} = \frac{6}{x^2+4x+4}$$

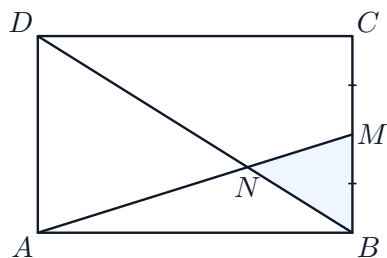
105 (20 נקודות) f היא פונקציה ריבועית. הערך המקסימלי שלה הוא 8, תחום העלייה שלה הוא $x < 6$, והגרף שלה עובר דרך הנקודה $(0, 6)$.

- מצאו את הפונקציה $f(x)$.
- מצאו את נקודות החיתוך של הגרף של f עם ציר x , ואת תחום החיוביות של f .
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+4)$. בלי לחשב את $g(x)$: מצאו את הקודקוד של g ואת נקודות החיתוך שלה עם ציר x . נמקו.
- כמה פתרונות יש למשוואה $|f(x)| = k$ עבור $k = 8$ ועבור $k = 5$? נמקו בעזרת סקיצה.
- עבור אילו ערכים של c אין לגרף של $y = f(x) + c$ אף נקודת חיתוך עם ציר x ?

106 (20 נקודות) **אורינות** סירה א' נמצאת 10 ק"מ צפונית למגדלור, ומפליגה דרומה, ישר אל המגדלור, במהירות של חצי ק"מ בדקה. באותו רגע יוצאת סירה ב' מהמגדלור ומפליגה מזרחה במהירות של 1 ק"מ בדקה.

- הביעו בעזרת t את המרחק של כל סירה מהמגדלור אחרי t דקות ($0 \leq t \leq 20$).
- הראו שריבוע המרחק בין הסירות הוא $d^2 = 1.25t^2 - 10t + 100$.
- מתי המרחק בין הסירות הוא הקטן ביותר? מהו המרחק הזה?
- אחרי כמה דקות המרחק בין הסירות שוב שווה ל-10 ק"מ?
- האם המרחק בין הסירות יהיה אי-פעם 8 ק"מ? נמקו.

107



(20 נקודות) $ABCD$ הוא מלבן. הנקודה M היא האמצע של הצלע BC . הקטע AM חותך את האלכסון BD בנקודה N . שטח המשולש BNM הוא S .
א. הוכיחו: $\triangle BNM \sim \triangle DNA$, ומצאו את יחס הדמיון.

ב. הביעו בעזרת S את השטח של המשולש ABN .
ג. הביעו בעזרת S את השטח של המשולש AND .
ד. הביעו בעזרת S את השטח של המלבן ואת השטח של המרובע $NMCD$.

108

(20 נקודות) בקופסה יש כדור שחור אחד ו- w כדורים לבנים. מוציאים באקראי כדור אחד, לא מחזירים אותו, ומוציאים כדור נוסף.

א. עבור $w = 3$: סרטטו דיאגרמת עץ, וחשבו את ההסתברות ששני הכדורים לבנים.

ב. הראו שבאופן כללי, ההסתברות ששני הכדורים לבנים היא $\frac{w-1}{w+1}$.

ג. כמה כדורים לבנים צריכים להיות בקופסה, כדי שההסתברות ששני הכדורים יהיו לבנים

תהיה $\frac{4}{5}$?

ד. עבור מספר הכדורים שמצאתם בסעיף ג: מה ההסתברות שהכדור השחור ייצא דווקא בהוצאה השנייה?

הציון שלי בבוחן

אחרי שבדקתם את התשובות, רשמו את הניקוד שלכם. איבדתם נקודות בשאלה? חזרו לפרקים שרשומים בעמודה האחרונה.

שאלה	הנושא	ניקוד מרבי	הניקוד שלי	לחזור לפרק
104	משוואה עם שברים	20		פרקים 2 ו-10
105	פרבולה וטרנספורמציות	20		פרקים 5, 6 ו-11
106	בעיית קיצון	20		פרק 13
107	דמיון ויחסי שטחים	20		פרקים 8 ו-14
108	הסתברות	20		פרק 9
	סך הכול	100		

• 90 נקודות ומעלה: מצוין – אתם מוכנים ל-5 יחידות!

• 70 עד 89 נקודות: כמעט – חזרו לנושאים שבהם איבדתם נקודות.

• פחות מ-70 נקודות: חזרו לפרקים שבעמודה האחרונה, ופתרו את הבוחן מחדש בעוד שבוע.

תשובות סופיות

בדקו את עצמכם אחרי כל תרגיל – לא בסוף!

בסעיפי הוכחה רשום "הוכחה" (ובתרגילי האתגר – גם כיוון קצר) או שלא מופיעה תשובה – נסו להציג את ההוכחה המלאה שלכם לחבר או למורה. ביטויים מצומצמים נכונים רק בתחום ההצבה.

1. א. $5x - 12$ ב. $28x$ ג. $8a - 10$ ד. $-10y + 17$
2. א. 400 ב. 2499 ג. 996,004 ד. 1
3. א. השטח החדש $x^2 - 25$ – קטן ב-25 מ"ר ב. $x^2 + 2x - 24$ ג. $x > 12$ ד. 12 מטרים
4. א. $3x(2x - 5)$ ב. $(7 - y)(7 + y)$ ג. $(x - 3)(x - 8)$ ד. $(x + 7)(x - 5)$ ה. $3(a - 2)(a + 2)$
ו. $2(x - 7)(x + 3)$ ז. $x(x - 5)^2$ ח. $(3m - 4)^2$
5. א. $\frac{x-4}{3}$, $x \neq -4$ ב. $\frac{x-2}{x+7}$, $x \neq \pm 7$ ג. $\frac{a}{5-a}$, $a \neq 5$ ד. $\frac{2x}{x-2}$, $x \neq 2, -3$
6. א. $\frac{x+2}{x}$, $x \neq 0, -3, 2$ ב. $\frac{2a(a-4)}{a+4}$, $a \neq 0, \pm 4$
7. א. שגוי – צמצמו מחוברים ולא גורמים; השבר אינו ניתן לצמצום ב. שגוי – $x^2 + 9 \neq (x + 3)^2$; השבר אינו ניתן לצמצום ג. שגוי – השוויון נכון רק עבור $x \neq 2$ (עבור $x = 2$ השבר אינו מוגדר)
8. א. $\frac{x-2}{x+3}$, $x \neq \pm 3$ ב. -1.5 ג. $x = 2$ (הערך 3 אינו בתחום ההצבה) ד. לא – מתקבלת הסתירה $-2 = 3$
9. א. $7y$, $7y$, $9x^2$ ב. $5x^2$, $5x^2$, $16y^6$ ג. $4a$, $5b$, $25b^2$ (גם $(5b - 4a)^2$ נכון) ד. 3, x^6
ה. $(8x^2 + 9y)(8x^2 - 9y)$ ו. $3c$, $3c$, $4a^4b^2$
10. א. $a + b = 13$ ו- $a - b = -5$ לכן $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = -65$ ב. $(a + b)^2 = 100 + 2 \cdot 48 = 196$
 $a + b = 14$; ההיקף 28 ס"מ ג. $(a - b)^2 = 100 - 96 = 4$ ההפרש 2 ס"מ; הצלעות 8 ס"מ ו-6 ס"מ
11. א. $(x^2 + 9)(x - 3)(x + 3)$ ב. $4(x - 2)(x + 1)$ ג. $(x - 3 - y)(x - 3 + y)$ ד. $(a - 4)(a - 3)(a + 3)$
ה. $3(x^2 + 4)(x - 2)(x + 2)$ ו. $(x - 2)(x + 2)(y - 3)$
12. א. $\frac{x-2}{x+4}$, $x \neq 5, -4$ ב. $\frac{x-7}{x-3}$, $x \neq \pm 3$ ג. $\frac{x-3}{2x-5}$, $x \neq \pm 2.5$ ד. $\frac{a+2}{b+3}$, $b \neq \pm 3$ ה. $\frac{x-5}{x-4}$, $x \neq \pm 4$
ו. $\frac{x+12}{x+1}$, $x \neq \pm 1$
13. א. 0, 9 ב. ± 5 ג. -8, 5 ד. $3, \frac{1}{2}$ ה. -4, 10 ו. אין פתרון ז. -1, 6 ח. -1, 3
14. א. (1) פתרון אחד (2) אין פתרון (3) שני פתרונות ב. $c = 36$, $x = -6$ ג. $b^2 - 4ac = k^2 + 4$ שהוא חיובי תמיד
15. א. -4, 3 ב. $x = -7$ (הערך 2 נפסל) ג. $x = -2$ (הערך 3 נפסל) ד. $x = 2.5$
16. מתקבל $x^2 + x - 2 = 0$, כלומר $x = 1$ או $x = -2$ – ושני הערכים מחוץ לתחום ההצבה. אין פתרון.
17. א. $(-1, 0)$, $(4, 5)$ ב. $(3, 4)$, $(4, 3)$ ג. $(2, 5)$, $(-2, 5)$ ד. $(1, 0)$, $(3, 2)$
18. א. $x^2 - 4x + 7 - k = 0$; נקודה משותפת אחת $\Leftrightarrow$ פתרון יחיד ב. $k = 3$; נקודת ההשקה $(2, 5)$
19. א. $x = 4$ ב. אינסוף פתרונות: כל x חוץ מ-3 ג. אין פתרון ($x = 5$ נפסל) ד. $x = -2$ ה. $x = -1$
ו. $x = 0$ ($x = 2$ נפסל)
20. א. $(3, 4)$, $(-4, -3)$ ב. $(2, 3)$, $(3, 2)$ ג. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, $(3, 2)$ ד. $(2, -3)$, $(-3, 2)$
21. א. 4 ב. 9 ג. 2 ד. 3 ה. 0 ו. 0

- 22** א. $3\sqrt{2}$ ב. 9 ג. 14 ד. 18 ה. 6 ו. 20
- 23** א. נכון ב. נכון ג. לא נכון ד. לא נכון (7 $\neq$ 5) ה. נכון ו. נכון ($2^{10} = 1024$)
- 24** א. 500 שניות, כלומר 8 דקות ו-20 שניות ב. כ-390,000 ק"מ
- 25** א. a^{2x+3} ב. z^{n+2} ג. a^{8n+3} ד. b^{k+2} ה. $y^6 -$ לא תלוי ב- m ! ו. c^{6x+18}
- 26** א. (1) $n = 5$ (2) $n = 3$ (3) $n = 5$ ב. $y = 6$ ג. אם $x = 1$ – כל ערך של y מקיים את השוויון $(1 = 1)$; אם $x = -1$ – כל y זוגי (אגף שמאל $(-1)^{3y-3}$, ואגף ימין -1) ד. שלילי: הביטוי שווה ל- a^{2n+3} , והמעריך אי-זוגי
- 27** א. (3, 2) ב. (2, 0), (5, 0) ג. 3 יח"ר ד. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
- 28** א. מנוי: $y = 15x + 120$; רגיל: $y = 25x$ ב. 12 כניסות ג. המנוי: 420 ש"ח לעומת 500 ש"ח – חיסכון של 80 ש"ח ד. השיפוע – מחיר כניסה אחת; החיתוך עם ציר y – דמי ההרשמה
- 29** א. $CA = CB = \sqrt{80}$ (ו-8) AB ב. $AC: y = 2x + 8$; $BC: y = -2x + 8$ ג. $D(-3, 2)$, $E(3, 2)$ ד. $DE \parallel AB$ (שניהם אופקיים), ו- AD, BE אינם מקבילים (שיפועים 2 ו-2-); $AD = BE = \sqrt{5}$ השטח 14 יח"ר ה. $16 : 9 = 32 : 18$ – יחס הדמיון הוא $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{DE}{AB}$, ויחס השטחים הוא $(\frac{3}{4})^2$
- 30** א. $BD \perp AC$, ולכן BD אופקי – על הישר $y = 2$; נקודת המפגש $E(1, 2)$ היא אמצע BD , ולכן $D(4, 2)$ ב. $AB = AD = 5$, $CB = CD = \sqrt{34}$ ג. $\frac{9.6}{2} = 27$ יח"ר ד. $F(1, -2)$: האלכסונים BD ו- AF חוצים זה את זה ומאונכים; כל הצלעות באורך 5
- 31** א. $D(1, 6)$ ב. $AB = BC = \sqrt{20}$, $AC = \sqrt{40}$ ג. ריבוע: צלעות סמוכות שוות, ו- $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ולכן $\angle B = 90^\circ$ ד. (2, 3); השטח 20 יח"ר
- 32** (3) – I (1) – II (4) – III (2) – IV
- 33** f: מינימום (3, -4); ציר $x = 3$; חיתוך (1, 0), (5, 0), (0, 5); עולה $x > 3$, יורדת $x < 3$; חיובית $x < 1$ או $x > 5$, שלילית $1 < x < 5$
g: מקסימום (-1, 8); ציר $x = -1$; חיתוך (-3, 0), (1, 0), (0, 6); עולה $x < -1$, יורדת $x > -1$; חיובית $-3 < x < 1$, שלילית $x < -3$ או $x > 1$
h: מינימום (1, -4.5); ציר $x = 1$; חיתוך (-2, 0), (4, 0), (0, -4); עולה $x > 1$, יורדת $x < 1$; חיובית $x < -2$ או $x > 4$, שלילית $-2 < x < 4$
- 34** א. $x = 3$ ב. (7, 0) ג. $p(5) = 12$ ו- $x = 5$ סימטריים ביחס לציר) ד. לא – הערך המקסימלי הוא $p(3) = 16$
- 35** א. $y = (x + 4)^2 - 1$; קודקוד (-4, -1); חיתוך (-3, 0), (-5, 0) ב. (1) 2 (2) 2 (3) 1 (4) 0 ג. יחידה אחת שמאלה: $y = x^2 - 9$
- 36** א. $y = -(x - 2)(x - 6)$ ב. $y = (x + 1)^2 + 3$ ג. $y = x(x - 8)$ ד. $y = -(x - 5)^2$ – דוגמאות: התשובה היחידה
- 37** א. $A(5, 5)$, $V(2, -4)$, $B(4, 0)$ ב. $S_{\triangle OAB} = 10$, $S_{\triangle OVB} = 8$ ג. $0 < x < 5$ ד. הישר $y = x - 6$ הנקודה (3, -3)
- 38** א. $-3 < x < 4$ ב. $-2 \leq x \leq 4$ ג. $x < 0$ או $x > 9$ ד. כל x ה. $x = 3$ בלבד ו. אין פתרון
- 39** א. 4 מטרים, במרחק 4 מטרים ב. 8 מטרים ג. 2 מטרים ו-6 מטרים ד. $1 < x < 7$ (במטרים)

- 40** א. $y = (x - 4)^2$ ב. $A(7, 0), B(7, 9), C(1, 9), D(1, 0)$ – מלבן: כל הזוויות ישרות ג. שטח 54 יח"ר; היקף 30 יח' ד. $BD = \sqrt{117} \approx 10.82$; $y = 1.5x - 1.5$ ה. $K(4, 4.5)$ ו. $A(6, 0)$; אורך הצלע 4
- 41** א. $(-5, 0), (-1, 0), (3, 0), (5, 0)$ ב. מינימום מוחלט $(-3, -4)$; מקסימום מקומי $(1, 3)$; מינימום מקומי $(4, -2)$ ג. עולה: $-3 < x < 1$ או $x > 4$; יורדת: $x < -3$ או $1 < x < 4$ ד. חיובית: $x < -5$ או $-1 < x < 3$ או $x > 5$; שלילית: $-5 < x < -1$ או $3 < x < 5$ ה. 4 פתרונות; 2 פתרונות ו. $k = 3$ או $k = -2$
- 42** א. מינימום $(-3, -7)$, מקסימום $(1, 0)$, מינימום $(4, -5)$ ב. $(-3, 0), (1, 0), (5, 0), (7, 0)$ ג. מקסימום $(-3, 4)$, מינימום $(1, -3)$, מקסימום $(4, 2)$ ד. 3 (כי $g(x) = 0$ כאשר $f(x) = 3$)
- 43** א. נכון ב. לא נכון ג. נכון ד. נכון ה. לא נכון – העלייה הופכת לירידה
- 44** א. $EK = PB = x$ ו- $KC = ND = x$, וכל הזוויות ישרות – ריבוע. בשאר: זוויות ישרות וצלעות נגדיות שוות – מלבנים ב. $S_{APEN} = 8(12 - x) = 96 - 8x$; $S_{PBKE} = x(12 - x)$; $S_{NETD} = 8x$ ג. $S_{EKCT} = x^2$; $PBKE - f$; $EKCT - g$; $APEN - h$; $NETD - t$ ד. $x = 4$; 32 סמ"ר ה. $6 < x < 12$ ו. $x = 6$; 36 סמ"ר
- 45** א. 8×14 מטרים ב. 2 מטרים
- 46** א. 15 קמ"ש ו-20 קמ"ש ב. המהיר ב-11:00, האיטי ב-12:00 ג. 15 ק"מ
- 47** 10 ש"ח לכדור, ו-120 כדורים ביום
- 48** א. לא – המחיר הסופי נמוך ב-4% מהמקורי ב. 20% ג. $33\frac{1}{3}\%$
- 49** כרטיס למבוגר 110 ש"ח, כרטיס לילד 70 ש"ח
- 50** א. הוכחה ב. $AB = 15$ ס"מ
- 51** א. $\angle C < \angle A < \angle B$ ב. $\angle M = 65^\circ = \angle L$, לכן $KL = KM$ והן הצלעות הארוכות ביותר ג. $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 60^\circ$: הניצב QR שווה למחצית היתר PQ , ולכן הזווית שמולו היא 30° (המשפט ההפוך)
- 52** א-ג. הוכחה ד. $BC = 8$ ס"מ, $CH = 4\sqrt{3} \approx 6.93$ ס"מ
- 53** א. הוכחה ב. $AO = 4\sqrt{3} \approx 6.93$ ס"מ, $CO = 4$ ס"מ ג. $16\sqrt{3} + 16 \approx 43.71$ סמ"ר
- 54** א-ב. הוכחה ג. $ED = 4$ ס"מ
- 55** א-ב. הוכחה ג. $S_{\triangle APB} = 25$ סמ"ר; שטח המלבן 50 סמ"ר
- 56** א. 10 ס"מ ב. השטח 96 סמ"ר; הגובה 9.6 ס"מ ג. $OE = 5$ ס"מ
- 57** א-ד. הוכחה ה. ההיקף 40 ס"מ; השטח $48\sqrt{3} \approx 83.14$ סמ"ר
- 58** א. הוכחה ב. 5 : 2 ג. $S_{\triangle ABC} = 75$ סמ"ר; שטח הטרפז 63 סמ"ר
- 59** א. הוכחה ב. 50 סמ"ר ג. $S_{\triangle AOD} = 20$ סמ"ר; שטח הטרפז 98 סמ"ר
- 60** א. למשל $AC = BD$, או $\angle A = 90^\circ$ ב. למשל $AC \perp BD$ או $AB = BC$ ג. צודק: אלכסונים שווים – מלבן; מאונכים – מעוין; מלבן שהוא גם מעוין הוא ריבוע
- 61** א. הוכחה (כיוון: MB ו- MD הם תיכונים ליתר AC בשני המשולשים ישרי-הזווית, ולכן כל אחד מהם שווה ל- $\frac{1}{2}AC$) ב. הוכחה (כיוון: במשולש שווה-השוקיים MBD התיכון לבסיס הוא גם גובה) ג. הוכחה

(כיוון: $MA = MB$, ולכן $\angle BMC = 2\angle BAC$ כזווית חיצונית; באותו אופן $\angle DMC = 2\angle DAC$)
 ד. $\angle BMD = 120^\circ$, ולכן $\angle MBN = 30^\circ$ ו- $MN = \frac{1}{2}MB = 3$ ס"מ; $BD = 6\sqrt{3} \approx 10.39$ ס"מ

62. א. הוכחה (כיוון: $MC = MB$, ולכן $\angle MCB = 15^\circ$; $\angle AMC$ היא זווית חיצונית למשולש MCB)
 ב. הוכחה (כיוון: במשולש CHM הניצב CH מול זווית של 30° , ולכן $CH = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{4}AB$)
 ג. $CH = 5$ ס"מ; השטח 50 סמ"ר ד. $AH = 10 - 5\sqrt{3} \approx 1.34$ ס"מ, $HB = 10 + 5\sqrt{3} \approx 18.66$ ס"מ
 ה. הוכחה (כיוון: התיכון ליתר שווה למחצית היתר, ולכן הגובה שווה למחצית התיכון; לפי המשפט ההפוך, הזווית בין התיכון לבין היתר היא 30° , והיא זווית חיצונית למשולש שווה-שוקיים שזוויות הבסיס שלו 15°)

63. א. הוכחה (כיוון: A אמצע BD ו- $CA = \frac{1}{2}BD$; או: $\angle ACB = \angle B$ ו- $\angle ACD = \angle D$, ולכן $\angle BCD$ היא מחצית מסכום הזוויות במשולש BCD) ב. הוכחה (כיוון: במשולש BCD הזווית C ישרה, והניצב CD שווה למחצית היתר BD – לפי המשפט ההפוך, $\angle B = 30^\circ$; $\angle BAC = 120^\circ$ ג. הוכחה (כיוון: $AE \perp BC$ וגם $DC \perp BC$) ד. $BC = 6\sqrt{3} \approx 10.39$ ס"מ; $AECD$ טרפז ישר-זווית ($AE = 3$, $EC = 3\sqrt{3}$, $DC = 6$ שטחו $\frac{27\sqrt{3}}{2} \approx 23.38$ סמ"ר

64. א-ב. הוכחה (כיוון ל-ב: מהחפיפה – כל הצלעות שוות; $\angle AEH + \angle BEF = \angle AEH + \angle AHE = 90^\circ$ ולכן $\angle HEF = 90^\circ$) ג. $x^2 + (8-x)^2 = 64 - 4 \cdot \frac{x(8-x)}{2} = 2x^2 - 16x + 64$ ד. $x = 6$ או $x = 2$ ה. $x = 4$; השטח 32 סמ"ר – חצי מהשטח של $ABCD$

65. א-ג. הוכחה (כיוון ל-ג: מהחפיפה $DE = DF$ ו- $\angle ADE = \angle BDF$, ולכן $\angle EDF = \angle ADB = 60^\circ$) ד. $DE = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \approx 5.29$ ס"מ; השטח $7\sqrt{3} \approx 12.12$ סמ"ר ה. כאשר E היא אמצע AB (או $DE \perp AB$) השטח $\frac{27\sqrt{3}}{4} \approx 11.69$ סמ"ר

66. א. הוכחה (כיוון: $\angle LAB + \angle LBA = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 90^\circ$; באותו אופן כל זוויות $KLMN$ ישרות) ב. הוכחה (כיוון: $\angle DEA = \angle EAB = \angle DAE$; DK חוצה את זווית הראש, ולכן הוא גם תיכון) ג. $AF = 4$ ס"מ ($EC = 4$, $BF = BC = 6$, ו- $AF \parallel EC$) ד. הוכחה (כיוון: $AK \parallel FM$ ו- $AK = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}FC = FM$, ולכן $AKMF$ מקבילית ו- $KM = AF$) ה. $DK = 3$ ס"מ, $DN = 5$ ס"מ; $KN = 2$ ס"מ, $KL = 2\sqrt{3} \approx 3.46$ ס"מ; האלכסון: $\sqrt{2^2 + 12} = 4$ ס"מ

67. א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{1}{6}$ ג. $\frac{3}{4}$ ד. $\frac{11}{36}$ ה. $\frac{1}{5}$

68. א. ענפים: אוטובוס מאחר 0.2 / לא מאחר 0.8; ואחר כך נועה מאחרת 0.5 / 0.5 או 0.1 / 0.9 ב. 0.18 ג. 0.72

69. א. "פלי" וגם אדום; $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ ב. $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ ג. $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$ (המשלים: "פלי" וגם כחול) ד. $\frac{28}{200} = 0.14$ – קרובה להסתברות $\frac{1}{8} = 0.125$

70. א. $\frac{3}{10}$ ב. $\frac{3}{5}$ ג. $\frac{7}{10}$

71. א. $\frac{13}{16}$ ב. $\frac{3}{16}$ ג. $\frac{3}{10}$

72. א. $\frac{41}{20} = 2.05$ ספרים ב. חציון 2, שכיח 2 ג. $\frac{7}{20} = 0.35$ ד. הממוצע: $\frac{51}{21} \approx 2.43$ (עלה בכ-0.38); החציון נשאר 2 – הממוצע מושפע מערך קיצוני, והחציון לא

73. א. ± 3 , ± 2 ב. ± 2 ג. $\pm \frac{1}{2}$, ± 2 ד. אין פתרון (שני הערכים של t שליליים)

74. א. 5, 4, -1, -2, 9 ב. 4, 9 ג. 1, $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

- 75** א. $x = 2$ (נפסל) ב. $x = 8$ (0 נפסל) ג. ± 5 ד. $x = 9$
- 76** א. (1) -2 , (2) ± 3 , (3) $x = -1$ (הערך -5 נפסל: אגף ימין שלילי) ב. $k = 0$ – פתרון אחד; $k > 0$ – שניים; $k < 0$ – אין
- 77** א. $4 - 2(k + 2) + 2k = 0$ ב. $(x - 2)(x - k) = 0$, הפתרון השני $x = k$ ג. $k = 2$ ד. $k = -2$ ה. $k > 0$ ו- $k \neq 2$
- 78** א. $m = 2$: הנקודה $(1, 1)$; $m = -2$: הנקודה $(-1, 1)$ ג. $-2 < m < 2$
- 79** א. $x = \frac{6}{5}$ ב. $x = \frac{8}{3}$ ג. $x = -1$ (נפסל) ד. אינסוף פתרונות: כל x חוץ מ- 1 , 2 ו- 3 (אחרי הכפל מתקבל $2x - 4 = 2x - 4$)
- 80** א. $x = 2$, $x = -1$ (מתקבל $t = 2$ או $t = \frac{1}{2}$) ב. $x = 1$, $x = 2$ (עבור $t = 1$ אין פתרון)
- 81** א. $(3, 2)$, $(2, 3)$ ב. $(3, 1)$, $(5, 3)$ ג. $(3, 1)$, $(-3, -1)$
- 82** א. $(x - 2)(x - k + 4) = 0$ ב. לא $x = 2$ מחוץ לתחום ההצבה ד. אין פתרון עבור $k = 6$ (מתקבל רק $x = 2$, שנפסל) ועבור $k = 2$ $x = -2$ (נפסל); לכל k אחר $x = k - 4$
- 83** א. $x = 4$ ב. $x = 3$ ג. $x = 0$, $x = 2$ ד. $x = 1$, $x = 2$
- 84** א. $(-3.5, 0)$, $(-0.5, 0)$, $(2.5, 0)$, $(4, 0)$, $(0, -1)$ ב. הגדול ביותר 3, הקטן ביותר -3 ג. $k = 3$: 1; $k = 2$: 2; $k = 1$: 3; $k = 0$: 4; $k = -2$: 2
- ד. $f(x) - 2$: $(-2, 1)$, $(1, -5)$, מקס' 1; $f(x + 3)$: $(-5, 3)$, $(-2, -3)$, מקס' 3; $-f(x)$: $(-2, -3)$, $(1, 3)$, מקס' 3; $2f(x)$: $(-2, 6)$, $(1, -6)$, מקס' 6; $|f(x)|$: $(-2, 3)$, $(1, 3)$, מקס' 3 ה. $-7 \leq x \leq 1$
- $x = -6.5, -3.5, -0.5, 1$
- 85** א. (p, p) – על הישר $y = x$ ב. $p < 0$: שתיים; $p = 0$: אחת; $p > 0$: אף אחת ג. דרך הראשית: $p = 0$ או $p = -1$; דרך $(4, 6)$: $p = 2$ או $p = 5$ ד. מתקבל $p^2 + p + 1 = 0$ ו- $b^2 - 4ac = -3 < 0$
- 86** א. $x = 0$, ± 4 נקודות: 3 ב. $k = 0$: 2; $k = 3$: 4; $k = 4$: 3; $k = 5$: 2 ג. $x = 1, 3, 2 \pm \sqrt{7}$ ד. 3 נקודות: $x = 0, \pm 4$
- 87** א. $y = -(x - 3)^2 + 5$ ב. לא: נועה קיבלה $2x^2 + 1$, ועומר $2x^2 + 2$ ג. למשל: הזזה של יחידה שמאלה, מתיחה פי 2, שיקוף ביחס לציר x , ואז הזזה של 8 למעלה ד. $(-1, 8)$; $x = 1$, $x = -3$
- 88** א. $x \geq 4$; הזזה של 4 ימינה ו-1 למעלה ב. $(4, 1)$; עולה ג. $x = 8$ ד. $(4, 1)$ ו- $(5, 2)$
- 89** א. $x \geq 3$ ב. $x \neq \pm 3$ ג. $x \leq 4$ ד. $x \geq 0$, $x \neq 4$ ה. $x \leq 0$ או $x \geq 4$ ו. $x < 5$
- 90** א. $2.01, 2.1, 2.5, 3$ ב. $\frac{(1+h)^2 - 1}{h} = 2 + h$; מתקרב ל-2 ג. $y = 2x - 1$; $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0$ ד. $2a$; 6
- 91** א. 10 מ"שנ' ב. 25 מ"שנ' ג. 20.5 מ"שנ'; 20.05 מ"שנ' ד. 20 מ"שנ' ה. אחרי 3 שניות, בערך 30 מ"שנ'
- 92** א. $(-1, 0)$, $(5, 0)$, $(0, 25)$ ב. מקס' $(1, 32)$, מינ' $(5, 0)$ ג. עולה: $x < 1$ או $x > 5$; יורדת: $1 < x < 5$; חיובית ויורדת: $1 < x < 5$ ד. $1, 2, 3, 2, 1$ ה. $-32 < c < 0$ ו. $(3, 32)$; ל- f יש מינימום מקומי $(1, -32)$
- 93** א. $(1, 0)$, $(7, 0)$; קודקוד $(4, 9)$ ב. $1 \leq x \leq 7$ ג. מקס' $(4, 3)$; מינ' $(1, 0)$, $(7, 0)$ ד. שני פתרונות: $x = 4 \pm \sqrt{5}$ ה. $(x - 4)^2 + y^2 = 9$ – חצי מעגל עליון, מרכז $(4, 0)$, רדיוס 3
- 94** א. $72 - 2x$; $S = x(72 - 2x)$ ב. $0 < x < 36$ ג. 18 מ' על 36 מ'; 648 מ"ר ד. 432 מ"ר (כאשר $x = 12$)

- 95** א. $80 + 5n$; ב. $600 - 25n$; ג. 100 ש"ח; 500 כרטיסים; 50,000 ש"ח ד. 120 ש"ח ($n = 8$), סימטרי ל- $n = 0$ ביחס ל- $n = 4$
- 96** ב. $P(2, 2)$; $d = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2.83$ ג. $A(4, 0)$, $B(0, 4)$; במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים AOB התיכון ליתר הוא גם הגובה – המרחק הקצר ביותר
- 97** א. ז. $\frac{DE}{CA} = \frac{BD}{BC}$; ב. $S = 8x - \frac{4}{3}x^2$ ג. $x = 3$; $S = 12$ ד. שטח המשולש 24
- 98** א. 49 ($7 \cdot 7$) ב. 98 ($7^2 + 7^2$)
- 99** א. 1 : 3 ב. 9S ג. 3S ד. 24S ; 11S
- 100** ב. $CD = 6$ ג. $AC = 2\sqrt{13} \approx 7.21$, $BC = 3\sqrt{13} \approx 10.82$ שטח 39 ד. 4 : 9
- 101** א. $AB = BC$, $\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$, $BE = CF$ (צ.ז.צ.) ב. $\angle GBE = \angle BAE$, ובמשולש ABE : $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$ – לכן במשולש BGE : $\angle BGE = 90^\circ$ ג. $AE = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \approx 6.32$ ד. המשולשים החופפים ABE ו- BCF שוי שטח, ולשניהם משותף המשולש BGE ; השטח המבוקש: $6 - 0.6 = 5.4$
- 102** ג. היקף 30; $BE = 6$ שטח המקבילית 48
- 103** א. לפעמים (דוגמה נגדית: דלתון שאינו מעוין) ב. תמיד ג. תמיד ד. לפעמים – במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים הם שווים ה. תמיד
- 104** $x \neq \pm 2$ הפתרון: $x = 4$ (הערך 2 נפסל)
- 105** א. $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 8$ ב. $(-2, 0)$, $(6, 0)$; $-2 < x < 6$ ג. הזזה של 4 שמאלה: קודקוד $(-2, 8)$, חיתוך $x = 2$, $x = -6$ ד. $k = 8$; $k = 5$; 4 ה. $c < -8$
- 106** א. א': $10 - 0.5t$; ב': t ג. אחרי 4 דקות; $\sqrt{80} \approx 8.94$ ק"מ ד. אחרי 8 דקות ה. לא – המרחק הקטן ביותר הוא כ-8.94 ק"מ
- 107** א. 1 : 2 ב. 2S ג. 4S ד. 12S ; 5S
- 108** א. $\frac{1}{2}$ ב. $\frac{w}{w+1} \cdot \frac{w-1}{w}$ ג. $w = 9$ ד. $\frac{1}{10}$

רשימת "אני יודע/ת" לפני 5 יחידות

- סמנו ☒ ליד כל שורה שנכונה לגביכם. שורה שלא סימנתם – זה הנושא הבא שלכם לחזרה.
- | | |
|---|---|
| ☐ לפתור משוואה דו-ריבועית ומשוואה בעזרת הצבה | ☐ להזיז, לשקף ולמתוח גרף של פונקציה כללית |
| ☐ לפתור משוואה עם שורש ולפסול פתרונות זרים | ☐ לסרטט את $ f(x) $ ולספור פתרונות של $ f(x) = k$ |
| ☐ לפתור משוואה עם ערך מוחלט | ☐ לחשב קצב שינוי ממוצע ושיפוע של מיתר |
| ☐ לקבוע מספר פתרונות של משוואה עם פרמטר | ☐ לחקור פונקציה מגרף: קיצון, עלייה וחיוביות |
| ☐ לפתור בעיית קיצון בעזרת קודקוד הפרבולה | ☐ להביע שטחים בעזרת S (דמיון וגבהים משותפים) |

מחברת הטעויות שלי

כל טעות שמצאתם בבדיקה – רשמו כאן בקצרה. לפני תחילת שנת הלימודים קראו את הרשימה פעם אחת: זו החזרה היעילה ביותר.

תרגיל	מה הייתה הטעות?	מה אזכור מעכשיו?

סיימתם את החוברת? כל הכבוד!

עברתם על החומר של כיתה ט' ועל פרקי ההעשרה – ועכשיו אתם מוכנים לכיתה י' ברמת 5 יחידות. בדקו את מד הביטחון שבעמוד 3, וחזרו לנושאים שקיבלו עיגול אחד בלבד. עוד תרגילים, חוברות ופתרונות מחכים לכם באתר אינסוף.