

אינסוף
מתמטיקה

עבודת קיץ

במתמטיקה

למסיימי כיתה ח' • קיץ תשפ"ז – 2027



עולים לכיתה ט'

הקבצה א' ומצוינות

מה מחכה לכם בחוברת?

- מכרזות ואישינונות
- הפונקציה הקווית
- פונקציות
- משוואות ושאלות מילוליות
- אחוזים
- יחס וקנה מידה
- משפט פיתגורס
- מעגל, גליל וחרוט
- זוויות וטרנספורמציות
- חפיפה ושווה־שוקיים
- דמיון משולשים
- סטטיסטיקה והסתברות
- לוגיקה ופיבונאצ'י
- שאלות משולבות
- בוחן מסכם

15 פרקים | 163 תרגילים ובוחן מסכם | תוכנית קיץ ל־8 שבועות | תשובות סופיות ודף נוסחאות

שם התלמיד/ה:

כיתה:

ביו"ס:

© 2026 אור בן שטרית • אינסוף. כל הזכויות שמורות.

אינסוף תרגילים. חינם.

מותר להדפיס ולהפיץ את החוברת בשלמותה ובחינם לצורכי לימוד. אין להעתיק ממנה תרגילים לחומרים אחרים, לשנות אותה או להשתמש בה למטרות מסחריות ללא

אישור בכתב.

החוברת נכתבה בידי אינסוף ואינה פרסום רשמי של משרד החינוך או של גוף אחר.

שלום לבוגרות ולבוגרי כיתה ח'!

סיימתם שנה מיוחדת. בשנת תשפ"ז למדה כיתה ח' לפי תוכנית לימודים חדשה: יחס ואחוזים, פונקציות והפונקציה הקווית, מערכות משוואות ואי-שוויונות, משפט פיתגורס במישור ובמרחב, מעגל, גליל וחרוט, חפיפת משולשים, משולש שווה-שוקיים, דמיון משולשים, סטטיסטיקה והסתברות. בכיתה ט' הנושאים האלה הופכים לכלי עבודה: הפונקציה הקווית פותחת את הדרך לפונקציה הריבועית, והחפיפה והדמיון הם הבסיס לכל ההוכחות בגאומטריה. החוברת הזו נועדה לשמור על הכושר המתמטי שלכם בחופש, כדי שתגיעו לכיתה ט' **חדים, בטוחים ומוכנים**.

החוברת בנויה לפי **פריסת ההוראה של משרד החינוך לכיתה ח', לשנת תשפ"ז**, והיא מיועדת לתלמידי **הקבצה א'** ולכיתות **מצוינות**. פרקים 1 עד 13 נפתחים בתזכורת קצרה, ממשיכים בתרגילים **מהקל אל הקשה** ומסתיימים במקבץ אתגר. לפני הבוחן יש פרק של **שאלות משולבות**, שבהן כל שאלה מחברת כמה נושאים. תרגילים שמסומנים בתגית **מצוינות** מיועדים בעיקר לכיתות המצוינות, אבל כל מי שרוצה מוזמן לנסות. בסוף החוברת יש בוחן מסכם, **תשובות סופיות** לכל התרגילים ו**דף נוסחאות**.

איך עובדים עם החוברת?

- 1 **פותחים במחברת, עם כל השלבים.** המורים בודקים את הדרך, לא רק את התשובה. כתבו כל שלב, ובגאומטריה – כל נימוק.
- 2 **קודם תזכורת, אחר כך תרגול.** קראו את התזכורת שבפתח הפרק, כסו אותה ונסו לשחזר אותה בעל פה.
- 3 **סרטוט עוזר לחשוב.** בגאומטריה – סרטוט גדול עם כל הנתונים. בפונקציות – סקיצה של הגרף.
- 4 **בודקים מיד.** אחרי כל תרגיל השוו את התשובה שלכם לתשובות שבסוף החוברת. טעיתם? מצאו את הטעות לפני שממשיכים – זה החלק החשוב ביותר בלמידה.
- 5 **נתקעתם? סמנו את התרגיל, המשיכו הלאה וחזרו אליו אחרי יום-יומיים.** תרגילי האתגר נועדו לאתגר – לא לייאש.

טיפים ללמידה נכונה – מה באמת עובד

מסבירים בקול

אם אתם מצליחים להסביר פתרון לחבר במילים שלכם – סימן שהבנתם אותו באמת.

שליפה מהזיכרון

נסו לפתור לפני שאתם מציצים בתזכורת או בתשובה. המאמץ להיזכר מקבע את החומר בזיכרון.

הוכחה בשתי עמודות

בכל שורה של הוכחה כתבו טענה ולצדה נימוק: נתון, משפט או מסקנה מסעיף קודם.

מחברת טעויות

לכל טעות רשמו: במה טעיתי, למה, ומה הדרך הנכונה. בסוף החוברת יש טבלה מוכנה לזה.

שינה ומנוחה

הזיכרון מתקבע בזמן השינה. שנת לילה טובה לפני יום למידה שווה יותר מעוד שעת תרגול בעייפות.

מערבבים נושאים

פעם בשבוע פתרו תרגיל אחד מפרק קודם. כך לומדים לזהות איזה כלי מתאים לכל שאלה.

סימנים בחוברת:

אתגר ★ תרגיל קשה במיוחד

הוכחה שאלת הוכחה

חשיבה שאלה מושגית – מנמקים, לא רק מחשבים

אוריינות שאלה מהחיים

מצוינות תרגיל ברמת כיתות מצוינות

בהצלחה ותיהנו מהחופש!
צוות אינסוף

מחשבון וסימון π

בחוברת מותר להשתמש במחשבון רגיל. בשאלות על מעגל, גליל וחרוט אפשר להשאיר את התשובה עם π (למשל 36π) או להשתמש בקירוב $\pi \approx 3.14$. בתשובות שבסוף החוברת מופיעות שתי הצורות.

תוכנית הקיץ שלי

שמונה שבועות, שלוש פעמים בשבוע, כ-45 דקות בכל פעם. יוצאים לטיול? אין בעיה – הזיזו שבוע, העיקר להמשיך.

שבוע	מה עושים	סיימתי	כמה אני בטוח/ה?
1	פרק 1 – יחס, פרופורציה וקנה מידה + פרק 2 – אחוזים	☐	○○○
2	פרק 3 – משוואות ושאלות מילוליות + פרק 4 – פונקציות	☐	○○○
3	פרק 5 – הפונקציה הקווית + פרק 6 – מערכות משוואות ואי-שוויונות	☐	○○○
4	פרק 7 – משפט פיתגורס + פרק 8 – מעגל, גליל וחרוט	☐	○○○
5	פרק 9 – זוויות, משולשים וטרנספורמציות + פרק 10 – חפיפת משולשים ושווה-שוקיים	☐	○○○
6	פרק 11 – דמיון משולשים + פרק 12 – סטטיסטיקה והסתברות	☐	○○○
7	פרק 13 – לוגיקה ופיבונאצ'י + פרק 14 – שאלות משולבות	☐	○○○
8	פרק 15 – בוחן מסכם וחזרה על מחברת הטעויות	☐	○○○

מד ההתקדמות

צבעו משבצת לכל פרק שסיימתם:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

סיימתי את כל החוברת בתאריך:

ההתחייבות שלי

הימים שבהם אלמד:

☐ א
 ☐ ב
 ☐ ג
 ☐ ד
 ☐ ה
 ☐ ו

השעה הקבועה שלי:

המטרה שלי לכיתה ט':

איך משתמשים בעמודה "כמה אני בטוח/ה?"

בסוף כל שבוע צבעו עיגול אחד, שניים או שלושה: **עיגול אחד** – "עוד לא, אני צריך/ה חזרה"; **שניים** – "כמעט, יש לי עוד שאלות"; **שלושה** – "בטוח/ה, אני יכול/ה להסביר לחבר". בשבוע האחרון חזרו קודם לנושאים שקיבלו עיגול אחד בלבד.

טיפ

בתי ספר רבים פותחים את כיתה ט' במבחן על החומר של כיתה ח'. פרק 15 בנוי כמו מבחן כזה: פתרו אותו בתנאי מבחן – 90 דקות, מחשבון רגיל ודף הנוסחאות שבסוף החוברת, ובלי להציץ בתשובות.



יחס, פרופורציה וקנה מידה

יחס · חלוקה ביחס נתון · פרופורציה · יחס ישר · קנה מידה

פרק 1

תזכורת קצרה

יחס	$a : b$ — פי כמה a גדול (או קטן) מ־ b . כופלים או מחלקים את שני האיברים באותו מספר — היחס לא משתנה. מוסיפים לשניהם אותו מספר — היחס משתנה (חוץ מיחס 1 : 1).
חלוקה ביחס	מחלקים כמות ביחס 5 : 3: יש $3 + 5 = 8$ חלקים שווים. חלק אחד = הכמות חלקי 8. כדאי לסמן חלק אחד ב־ k : $5k$ ו־ $3k$.
שרשרת יחסים	$a : b = 3 : 4$ ו־ $b : c = 6 : 5$ משווים את b (הכפולה המשותפת הקטנה ביותר של 4 ו־6 היא 12) ומקבלים $a : b : c = 9 : 12 : 10$.
פרופורציה	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$. יחס ישר: היחס בין שני גדלים קבוע (מחיר ליחידה, מהירות).
קנה מידה	$1 : n$ — אורך בסרטוט : אורך במציאות. אורך במציאות $= n \cdot$ אורך בסרטוט. שטחים משתנים פי n^2 .

1 בשלוש כיתות ח' לומדים יחד 93 תלמידים. היחס בין מספר התלמידים בח'1 למספר התלמידים בח'2 הוא 3 : 4, והיחס בין מספר התלמידים בח'2 למספר התלמידים בח'3 הוא 5 : 6.

א. מצאו את היחס בין מספרי התלמידים בשלוש הכיתות, במספרים שלמים קטנים ככל האפשר.

ב. כמה תלמידים לומדים בכל כיתה?

ג. חשיבה שלושה תלמידים עברו מח'2 לח'1. מה היחס החדש בין מספר התלמידים בח'1 למספר התלמידים בח'2?

2 אוריינות בכד יש 2.4 ליטר מיץ: תרכיז ומים ביחס 5 : 1.

א. כמה תרכיז וכמה מים יש בכד?

ב. כמה מים צריך להוסיף לכד כדי שהיחס בין התרכיז למים יהיה 1 : 7?

ג. במקום להוסיף מים, נועה רוצה לקבל יחס של 1 : 4 על ידי הוספת תרכיז. כמה תרכיז עליה להוסיף?

ד. חשיבה דני טוען: "אם נוסיף לכד כמויות שוות של תרכיז ושל מים, היחס לא ישתנה." האם הוא צודק? נמקו בעזרת דוגמה.

3 קנה המידה של מפת טיולים הוא 1 : 25,000.

א. המרחק בין שני מעיינות במפה הוא 7.2 ס"מ. מה המרחק ביניהם במציאות, בק"מ?

ב. חשיבה שטחו של אגם במציאות הוא 2 קמ"ר. מה שטחו במפה, בסמ"ר?

ג. מסלול באורך 4.5 ק"מ מסומן במפה אחרת בקטע של 9 ס"מ. מה קנה המידה של המפה האחרת?

4 נתון: $a : b = 2 : 3$ ו־ $b : c = 4 : 5$, כאשר a, b, c מספרים חיוביים.

א. מצאו את היחס $a : c$.

ב. נתון גם: $a + b + c = 70$. מצאו את a , את b ואת c .

ג. חשבו את ערך הביטוי $\frac{3a + c}{2b - a}$.

5 אוריינות מכונת דפוס א' מדפיסה 300 דפים ב־4 דקות, ומכונת דפוס ב' מדפיסה 450 דפים ב־5 דקות. כל מכונה עובדת בקצב קבוע.

א. איזו מכונה מהירה יותר? נמקו.

ב. כמה זמן ייקח לשתי המכונות, כשהן עובדות יחד, להדפיס 2,640 דפים?

ג. מכונה א' התחילה לעבוד לבד, ואחרי 6 דקות הצטרפה אליה מכונה ב'. כמה זמן נמשכה בסך הכול ההדפסה של 3,090 הדפים?

6 היחס בין אורכי הצלעות של מלבן הוא 5 : 3, והיקפו 64 ס"מ.

- מצאו את שטח המלבן.
- מגדילים כל צלע של המלבן פי 1.5. מה היחס בין שטח המלבן החדש לשטח המלבן המקורי?
- במלבן אחר היחס בין הצלעות הוא 5 : 3, ושטחו 135 סמ"ר. מצאו את היקפו.

7 **אוריינות** בחנות בדים, מחיר הבד נמצא ביחס ישר לאורכו. 3.5 מטרים של בד כותנה עולים 154 ש, ו-2.4 מטרים של בד פשתן עולים 96 ש.

- מה המחיר של מטר אחד מכל סוג?
- רינה קנתה 6 מטרים בסך הכול משני הסוגים, ושילמה 247 ש. כמה מטרים קנתה מכל סוג?
- חשיבה** האם הגרף של מחיר בד הכותנה כפונקציה של האורך עובר בראשית הצירים? נמקו.

8 **אוריינות** דגם של מטוס בנוי בקנה מידה 72 : 1. אורך הדגם 52 ס"מ.

- מה אורך המטוס האמיתי, במטרים?
- שטח של כנף אחת בדגם הוא 120 סמ"ר. מה שטח הכנף במטוס האמיתי, במ"ר?
- ילד בנה דגם נוסף של אותו מטוס, בקנה מידה 48 : 1. מה היחס בין אורך הדגם הראשון לאורך הדגם השני?

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ מקבץ אתגר

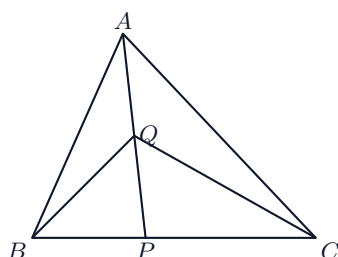
9 **אתגר** בכיתה ח' היחס בין מספר הבנים למספר הבנות היה 4 : 5. בתחילת השנה הצטרפו לכיתה 4 בנים ו-4 בנות, ועכשיו היחס הוא 5 : 6.

- כמה תלמידים היו בכיתה לפני ההצטרפות?
- חשיבה** הסבירו מדוע, כשמצטרפים לכיתה עוד ועוד בנים ובנות במספרים שווים, היחס בין הבנים לבנות מתקרב ל-1 : 1.

10 **אתגר** אבא חילק סכום כסף בין שלושת ילדיו ביחס 5 : 3 : 2. אילו היה מחלק את אותו סכום ביחס 5 : 4 : 3, הילד השלישי היה מקבל 600 ש פחות.

- מה היה הסכום שחולק?
- מי מהילדים היה מרוויח מהחלוקה השנייה, ובכמה?

11 **אתגר** ★ **מצוינות**



הנקודה P נמצאת על הצלע BC של המשולש ABC, כך ש- $BP : PC = 2 : 3$. הנקודה Q היא אמצע הקטע AP.

א. חשיבה הסבירו מדוע $S_{ABP} : S_{APC} = 2 : 3$. (רמז: לשני המשולשים יש אותו גובה.)

- מה היחס בין שטח המשולש BQP לשטח המשולש ABC?
- מה היחס בין שטח המשולש ABQ לשטח המשולש AQC?

12 **אתגר** ★ בתערובת א' היחס בין משקל האגוזים למשקל השקדים הוא 2 : 3, ובתערובת ב' הוא 4 : 1. כמה ק"ג מכל תערובת צריך לערבב כדי לקבל 10 ק"ג של תערובת שבה היחס בין האגוזים לשקדים הוא 1 : 1?



אחוזים

פרק 2

הגדלה והקטנה באחוזים · שינויים רצופים · מציאת הכמות המקורית · משוואות עם אחוזים

תזכורת קצרה

הגדלה ב-% p : כופלים ב- $(1 + \frac{p}{100})$. הקטנה ב-% p : כופלים ב- $(1 - \frac{p}{100})$. למשל: עלייה של 15% – כפל ב-1.15, הנחה של 20% – כפל ב-0.8.	הגדלה והקטנה
100 · $\frac{\text{הכמות המקורית} - \text{הכמות החדשה}}{\text{הכמות המקורית}}$ – תמיד ביחס לכמות המקורית.	שינוי באחוזים
כופלים את המכפילים זה בזה: עלייה של 10% ואחריה ירידה של 10% – $1.1 \cdot 0.9 = 0.99$, כלומר ירידה של 1%.	שינויים רצופים
אחרי הנחה של 15% המחיר הוא 357 ש"ח: $0.85x = 357 \Rightarrow x = 420$.	הכמות המקורית

- 13 א.** מחיר של מעיל עלה ב-25%, ואחר כך ירד ב-20%. הראו שהמחיר הסופי שווה למחיר המקורי.
ב. מחיר של חולצה ירד ב-20%, ואחר כך עלה ב-20%. בכמה אחוזים השתנה המחיר בסך הכול?
ג. מחיר של מוצר עלה ב-40%. בכמה אחוזים צריך להוריד את המחיר החדש כדי לחזור למחיר המקורי?
ד. חשיבה האם השינוי הכולל תלוי בסדר השינויים? נמקו.
- 14 אוריכות** אחרי הנחה של 15% שילם יואב 357 ש"ח על אוזניות.
א. מה היה מחיר האוזניות לפני ההנחה?
ב. בחנות אחרת מחיר האוזניות לפני ההנחה גבוה ב-10%, וההנחה היא 20%. באיזו חנות זול יותר, ובכמה?
- 15** בשנה שעברה היו בחוג הרובוטיקה 160 תלמידים. השנה מספר הבנים בחוג גדל ב-15%, ומספר הבנות קטן ב-10%. בסך הכול יש השנה בחוג 169 תלמידים.
א. כמה בנים וכמה בנות היו בחוג בשנה שעברה?
ב. בכמה אחוזים גדל מספר התלמידים בחוג?
- 16 אוריכות** סכום כסף הופקד בתוכנית חיסכון שבה הסכום גדל ב-5% בכל שנה (לעומת השנה שלפניה). אחרי שנתיים היה בתוכנית 4,410 ש"ח.
א. מה היה הסכום שהופקד?
ב. אחרי כמה שנים, יעבור הסכום את 5,000 ש"ח?
ג. חשיבה רוני טוענת: "אחרי 10 שנים הסכום יגדל בדיוק ב-50%". האם היא צודקת? נמקו.
- 17** אורכו של מלבן 25 ס"מ ורוחבו 16 ס"מ. מקצרים את האורך ב-% x ומאריכים את הרוחב ב-25%, ומתקבל ריבוע.
א. מצאו את x .
ב. בכמה אחוזים השתנה השטח?
ג. חשיבה בכמה אחוזים השתנה ההיקף? מה אפשר ללמוד מכך על הקשר בין שינוי בשטח לשינוי בהיקף?
- 18 אוריכות** מחירו של משחק מחשב, כולל מע"מ בשיעור 18%, הוא 236 ש"ח.
א. מה מחיר המשחק לפני מע"מ?
ב. בסוף העונה ניתנה הנחה של 25% על המחיר הכולל מע"מ. מה המחיר אחרי ההנחה?
ג. חשיבה דנה טוענת: "אם קודם מורידים 25% מהמחיר שלפני המע"מ, ורק אחר כך מוסיפים מע"מ, מקבלים מחיר אחר." האם היא צודקת? נמקו.

- 19 חשיבה** בבית ספר, אחוז התלמידים שהשתתפו בבחירות למועצת התלמידים עלה מ-40% בשנה שעברה ל-50% השנה. יוסי אמר: "ההשתתפות עלתה ב-10%". דנה אמרה: "ההשתתפות עלתה ב-25%".
- א. הסבירו איך חישוב כל אחד מהם.
- ב. מספר התלמידים בבית הספר לא השתנה, והוא 640. כמה תלמידים השתתפו בכל שנה? בכמה אחוזים גדל מספר המשתתפים?

★ מקבץ אתגר

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

- 20 אתגר** מחיר של מוצר עלה ב- $p\%$, ואחר כך ירד ב- $p\%$. המחיר הסופי נמוך ב-9% מהמחיר המקורי. מצאו את p . (רמז: נסו ערכים שלמים של p , למשל 10, 20, 30).
- 21 אתגר** אורינות בכלי יש 400 גרם תמיסה שבה 15% מלח. כמה מים יש להוסיף כדי שאחוז המלח בתמיסה יהיה 12%?
- ב. במקום להוסיף מים, כמה מלח יש להוסיף כדי שאחוז המלח בתמיסה יהיה 20%?
- 22 אתגר** מצוינות מספר התושבים בעיר גדל ב-20% בעשור הראשון וב-25% בעשור השני. בעשור השלישי מספר התושבים קטן, ובסוף שלושת העשורים היה מספר התושבים גבוה ב-35% ממספרם בהתחלה.
- א. בכמה אחוזים קטן מספר התושבים בעשור השלישי?
- ב. אילו מספר התושבים היה גדל באותו אחוז בכל אחד משני העשורים הראשונים, ובסופם היה מגיע לאותו מספר תושבים שהיה בפועל בסוף העשור השני, מה היה האחוז? (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית)
- 23 אתגר** מחיר של מוצר עלה ב- $x\%$, ואחר כך ירד ב-20%. המחיר הסופי גבוה ב-4% מהמחיר המקורי. מצאו את x .

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



משוואות ושאלות מילוליות

פרק 3

משוואות ממעלה ראשונה • מכנים מספרים • משוואות מיוחדות • תנועה • שאלות מילוליות

תזכורת קצרה

פתרון משוואה

פותחים סוגריים, כופלים את שני האגפים במכנה המשותף, מכנסים איברים דומים ומבודדים את x . בסוף – בודקים בהצבה.

מינוס לפני שבר

$$-\frac{2x-1}{6} - \text{המינוס חל על כל המונה: אחרי הכפל ב-6 מקבלים } -(2x-1) = -2x+1$$

משוואות מיוחדות

מתקבל שוויון לא נכון (כמו $0=8$) – אין פתרון. מתקבל שוויון שתמיד נכון (כמו $0=0$) – כל מספר הוא פתרון.

תנועה

דרך = מהירות • זמן. נסיעה זה לקראת זה – המהירויות מתחברות. הזמן בשעות: 15 דקות $\frac{1}{4}$ = שעה.

שאלה מילולית

מסמנים נעלם (ורושמים מה הוא מייצג), מביעים את שאר הגדלים בעזרתו, בונים משוואה, פותרים ובודקים שהתשובה הגיונית.

24 פתרו את המשוואות.

א. $3(2x-5) - 2(x-4) = 5x-9$ ב. $\frac{x+3}{4} - \frac{2x-1}{6} = 1$ ג. $0.4(x-5) - 0.25(2x+4) = -1.5$

ד. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{4} = \frac{x}{6} + 1$ ה. $\frac{3x-1}{5} - \frac{x+2}{2} = \frac{x-4}{10}$ ו. $2(3x-4) - (x+2) = 5(x-2)$

חשיבה בסעיף ה ובסעיף ו קרה משהו מיוחד. מה?

25 חשיבה נתונה המשוואה $a(x-2) = 3x+b$, כאשר a ו- b מספרים.

א. פתרו את המשוואה עבור $a=5, b=2$.

ב. עבור $b=6$, מצאו את a אם ידוע שהפתרון של המשוואה הוא $x=4$.

ג. מצאו ערכים של a ושל b שעבורם כל מספר הוא פתרון של המשוואה.

ד. עבור $a=3$, מצאו ערך של b שעבורו למשוואה אין פתרון. כמה ערכים כאלה יש?

26 שתי מכוניות יצאו באותה שעה משתי ערים שהמרחק ביניהן 360 ק"מ, ונסעו זו לקראת זו. מהירותה של מכונית אחת גדולה ב-20 קמ"ש ממהירותה של השנייה. המכוניות נפגשו אחרי שתיים ורבע.

א. מצאו את המהירות של כל מכונית.

ב. באיזה מרחק מהעיר שממנה יצאה המכונית האיטית נפגשו המכוניות?

ג. חשיבה אחרי כמה זמן מרגע היציאה היה המרחק בין המכוניות 60 ק"מ? (המכוניות ממשיכות לנסוע גם אחרי הפגישה.) יש שתי תשובות.

27 בקופת צדקה יש 52 מטבעות: מטבעות של 2 ש, של 5 ש ושל 10 ש. מספר המטבעות של 5 ש גדול פי 3 ממספר המטבעות של 10 ש, ובסך הכול יש בקופה 206 ש. כמה מטבעות מכל סוג יש בקופה?

28 אוריינות מחיר כרטיס להופעה הוא 80 ש למבוגר ו-50 ש לבן נוער. להופעה נמכרו 420 כרטיסים, וההכנסה הייתה 27,600 ש.

א. כמה כרטיסים מכל סוג נמכרו?

ב. בהופעה הבאה הוזל מחיר הכרטיס למבוגר ב-10%, ומחיר הכרטיס לבן נוער הוזל ב-20%. מספר הכרטיסים שנמכרו מכל סוג גדל ב-25%. האם ההכנסה גדלה? בכמה אחוזים השתנתה?

29 ביום הראשון קראה רוגית שלוש מהעמודים בספר. ביום השני קראה רבע מהעמודים שנותרו ועוד 20 עמודים, וביום השלישי סיימה את 70 העמודים שנותרו. כמה עמודים יש בספר?

30 גיל האם כיום גדול פי 3 מגיל בתה. לפני 5 שנים היה גיל האם גדול פי 4 מגיל הבת.

- א. מה הגילים של האם ושל הבת כיום?
 ב. בעוד כמה שנים יהיה גיל האם גדול פי 2 מגיל הבת?
 ג. חשיבה האם ייתכן שבעתיד גיל האם יהיה גדול פי 1.5 מגיל הבת? אם כן – מתי?

31 **אוריינות** אוטובוס יצא מתל אביב לאילת בשעה 8:00, ונסע במהירות קבועה של 70 קמ"ש. בשעה 9:30 יצאה מכונית מאותו מקום, באותו מסלול, ונסעה במהירות קבועה של 105 קמ"ש.

- א. באיזו שעה השיגה המכונית את האוטובוס? באיזה מרחק מתל אביב?
 ב. אורך הדרך לאילת הוא 350 ק"מ. כמה דקות חיכתה המכונית באילת עד שהגיע האוטובוס?

32 דנה צובעת קיר לבד ב-6 שעות, ויוסי צובע את אותו קיר לבד ב-3 שעות.

- א. איזה חלק מהקיר צובע כל אחד מהם בשעה אחת?
 ב. בכמה זמן יצבעו את הקיר אם יעבדו יחד?
 ג. דנה התחילה לצבוע לבד, ואחרי שעה הצטרף אליה יוסי. כמה זמן עבדו יחד עד שסיימו?

33 פתרו את המשוואות.

א. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{1}{12}$
 ב. $2[x - 3(x-1)] - 4 = 5 - (3x-2)$
 ג. חשיבה מצאו את a , אם ידוע שהפתרון של המשוואה $3(x-a) = 2x+4$ הוא $x = -1$.

34 **אוריינות** לטיול שנתי הוזמנו אוטובוסים. אם בכל אוטובוס יישבו 45 תלמידים, יישארו 15 תלמידים בלי מקום. אם בכל אוטובוס יישבו 50 תלמידים, יישארו 35 מקומות פנויים.

- א. כמה אוטובוסים הוזמנו, וכמה תלמידים יוצאים לטיול?
 ב. חשיבה המורה רוצה שבכל האוטובוסים יישב אותו מספר תלמידים. האם זה אפשרי עם האוטובוסים שהוזמנו? נמקו.

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ מקבץ אתגר

35 **אתגר ★** בשעון מחוגים, המחוג הגדול אז 6° בכל דקה, והמחוג הקטן אז 0.5° בכל דקה.

- א. בשעה 3:00 בדיוק, מה הזווית בין המחוגים?
 ב. כמה דקות אחרי 3:00 יתלכדו המחוגים לראשונה? (רשמו את התשובה כשבר)
 ג. חשיבה כמה דקות אחרי 3:00 תהיה הזווית בין המחוגים, לראשונה, 180° ?

36 **אתגר ★** **אוריינות** רכבת באורך 240 מטרים עוברת על גשר באורך 360 מטרים. מהרגע שהקטר נכנס לגשר ועד שהקרון האחרון יוצא ממנו עוברות 30 שניות. הרכבת נוסעת במהירות קבועה.

- א. מה מהירות הרכבת, במטרים לשנייה ובקמ"ש?
 ב. כמה זמן לוקח לרכבת לחלוף על פני עמוד חשמל?
 ג. רכבת אחרת, באורך 160 מטרים, נוסעת במהירות 54 קמ"ש על מסילה מקבילה, בכיוון הנגדי. כמה זמן נמשך המעבר של הרכבות זו על פני זו?

37 **אתגר ★** **מצוינות** סבא הוריש את כספו לנכדיו כך: הנכד הראשון קיבל 1,000 ₪ ועוד עשירית ממה שנשאר. הנכד השני קיבל 2,000 ₪ ועוד עשירית ממה שנשאר אחר כך, הנכד השלישי קיבל 3,000 ₪ ועוד עשירית ממה שנשאר, וכן הלאה. בסוף התברר שכל הנכדים קיבלו סכומים שווים, ולא נשאר כסף.

- א. סמנו ב- S את הסכום כולו, והביעו בעזרת S את מה שקיבלו הנכד הראשון והנכד השני.
 ב. מצאו את S , את מספר הנכדים ואת הסכום שקיבל כל נכד.



פונקציות

פרק 4

מהי פונקציה? ייצוגים: מילולי, טבלה, גרף, אלגברי · תחום · עלייה וירידה · קצב שינוי

תזכורת קצרה

פונקציה

התאמה שבה לכל ערך של x (מהתחום) מתאים **ערך אחד בלבד** של y . בגרף: כל קו אנכי חותך את הגרף בנקודה אחת לכל היותר.

תחום

הערכים שמותר להציב במקום x . בהקשר מעשי – רק ערכים הגיוניים (למשל אורך חיובי).

סימון

$f(3)$ – הערך של הפונקציה כאשר $x = 3$. הנקודה $(3, f(3))$ נמצאת על הגרף.

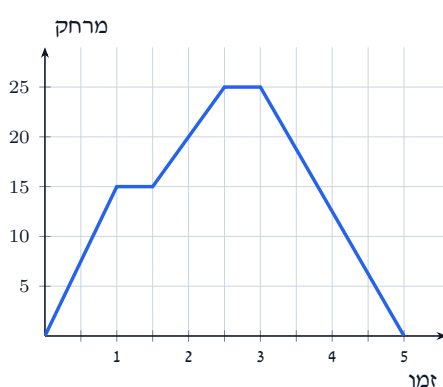
עלייה וירידה

הפונקציה **עולה** בתחום שבו y גדל כש- x גדל, **יורדת** כש- y קטן, וקבועה כש- y לא משתנה.

קצב שינוי

השינוי ב- y לכל יחידה של x . קצב אחיד – הגרף הוא קו ישר. קצב לא אחיד – הגרף מתעקם.

38 אוריינות



הגרף מתאר את המרחק של רוכב אופניים מביתו (ב"מ) כפונקציה של הזמן (בשעות) מרגע היציאה.

א. כמה זמן נמשך הטיול?

ב. באילו פרקי זמן הגרף עולה, באילו הוא יורד ובאילו הוא קבוע? מה המשמעות של כל אחד מהם?

ג. מה הייתה מהירות הרוכב בכל אחד מקטעי הרכיבה?

ד. מתי היה הרוכב במרחק 20 ק"מ מביתו? (שתי תשובות)

ה. כמה ק"מ רכב בסך הכול?

39 חשיבה

קבעו לגבי כל התאמה אם היא פונקציה. נמקו.

א. לכל תלמיד בכיתה מתאימים את תאריך הלידה שלו.

ב. לכל תאריך בשנה מתאימים את התלמידים בכיתה שנולדו בו.

ג. לכל מספר חיובי מתאימים את המספרים שהריבוע שלהם שווה לו.

ד. ההתאמה שבטבלה:

4	3	2	1	x
5	5	5	5	y

ה. לכל מספר x מתאימים את $y = x^2 - 4$.

40 אוריינות

בחנות לשכירת אופניים משלמים 20 ₪ על השעה הראשונה ו-12 ₪ על כל שעה נוספת. שעה שהתחילה נחשבת כשעה שלמה (למשל, על שעה וחצי משלמים כמו על שתיים).

א. כמה משלמים על 3.5 שעות? ועל 4 שעות?

ב. האם המחיר הוא פונקציה של זמן השכירות? האם הזמן הוא פונקציה של המחיר? נמקו.

ג. סרטטו את גרף המחיר כפונקציה של הזמן, עבור זמני שכירות של עד 5 שעות.

ד. למשך כמה זמן לכל היותר אפשר לשכור אופניים ב-70 ₪?

41 חשיבה

ממלאים אמבט במים. בטבלה רשום גובה המים באמבט (בס"מ) בכל שתי דקות:

10	8	6	4	2	0	זמן (דקות)
20	20	18	14	8	0	גובה (ס"מ)

א. האם קצב העלייה של גובה המים אחיד? חשבו את השינוי בגובה בכל שתי דקות.

ב. בהנחה שבין שתי מדידות הקצב קבוע, מתי היה גובה המים 11 ס"מ?

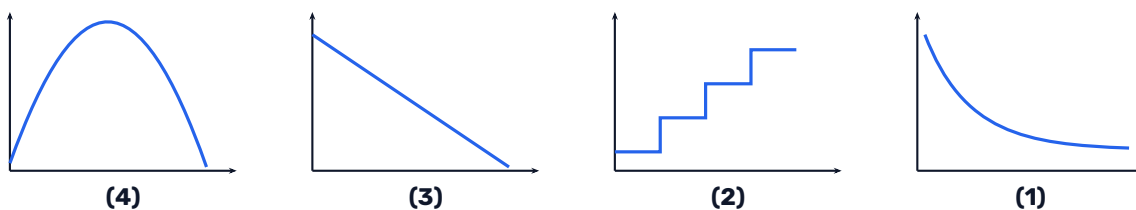
ג. תארו במילים את צורת הגרף, והציעו הסבר אפשרי לכך שהגובה מפסיק לעלות.

42 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 4x$.

- א. חשבו את $f(3)$, את $f(-2)$ ואת $f(0)$.
 ב. בנו טבלת ערכים עבור $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$, וסרטטו את הגרף.
 ג. מצאו את כל ערכי x שעבורם $f(x) = 0$, ואת כל ערכי x שעבורם $f(x) = -3$. (היעזרו בטבלה ובגרף מסעיף ב.).
 ד. באיזה תחום הפונקציה עולה ובאיזה תחום היא יורדת? מהו הערך הקטן ביותר שלה?

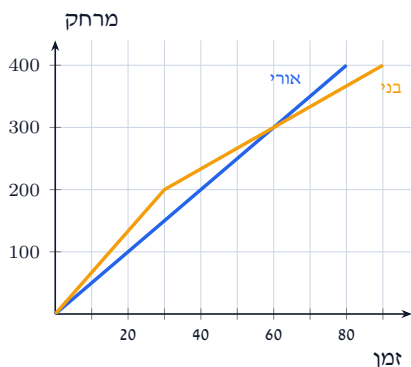
43 **אוריינות** התאימו לכל תיאור את הגרף המתאים לו. נמקו.

- א. גובה המים בכוס שמתרוקנת בקצב קבוע, כפונקציה שלג. הטמפרטורה של כוס קפה חם שמתקרר בחדר, כפונקציה של הזמן.
 ב. גובה כדור שנזרק כלפי מעלה, כפונקציה של הזמן.
 ג. הסכום בקופת חיסכון שמפקידים בה 50 ₪ בתחילת כל חודש, כפונקציה של הזמן.
 ד. הסכום בקופת חיסכון שמפקידים בה 50 ₪ בתחילת כל חודש, כפונקציה של הזמן.



44

- שני רצים, אורי ובני, יצאו יחד למרוץ של 400 מטרים. בגרף מתואר המרחק של כל רץ מקו הזינוק (במטרים) כפונקציה של הזמן (בשניות).
 א. מי ניצח במרוץ, ובכמה שניות הקדים את חברו?
 ב. מה הייתה המהירות של אורי? מה היו המהירויות של בני בשני חלקי המרוץ?
 ג. אחרי כמה שניות עקף אורי את בני? באיזה מרחק מקו הזינוק?
 ד. מה היה ההפרש הגדול ביותר בין הרצים לפני העקיפה?



45 היקפו של מלבן 20 ס"מ. נסמן ב- x את אורך צלע אחת שלו, וב- $S(x)$ את שטחו.

- א. הביעו את אורך הצלע השנייה בעזרת x , והראו ש- $S(x) = x(10 - x)$.
 ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה בהקשר של השאלה?
 ג. בנו טבלת ערכים עבור $x = 1, 2, \dots, 9$. באיזה תחום הפונקציה עולה, ובאיזה תחום היא יורדת?
 ד. מהו השטח הגדול ביותר האפשרי? איזה מלבן מתקבל?
 ה. **חשיבה** האם יש מלבן כזה ששטחו 30 סמ"ר? ששטחו 26 סמ"ר? נמקו בעזרת הטבלה.

5	4	3	2	1	x
31	21	13	7	3	y

46 **חשיבה** נתונה פונקציה בטבלה:

- א. האם זו פונקציה קווית? נמקו בעזרת קצב השינוי.
 ב. מצאו את החוקיות בהפרשים, והשלימו את הערך של y עבור $x = 6$ ועבור $x = 0$.
 ג. **אתגר** בדקו שהביטוי $y = x^2 + x + 1$ מתאים לכל הערכים בטבלה.

47 **אתגר** ★ הפונקציה g מתאימה לכל מספר x את המספר הגדול מבין שני המספרים x ו- $(6-x)$. למשל, $g(1) = 5$ כי 5 גדול מ-1.

- א. חשבו את $g(3)$, $g(7)$ ו- $g(-2)$.
- ב. סרטטו את הגרף של g (היעזרו בטבלת ערכים).
- ג. מהו הערך הקטן ביותר של g ? באיזה תחום g יורדת ובאיזה תחום היא עולה?
- ד. פתרו את המשוואות $g(x) = 5$ ו- $g(x) = 2$.

48 **אתגר** ★ **מצוינות** הפונקציה h מתאימה לכל מספר טבעי n את מספר המחלקים שלו. למשל, $h(6) = 4$ כי למספר 6 יש ארבעה מחלקים: 1, 2, 3, 6.

- א. חשבו את $h(1)$, $h(7)$, $h(12)$ ו- $h(16)$.
- ב. **חשיבה** האם h עולה? נמקו.
- ג. מצאו את כל המספרים n שעבורם $h(n) = 2$. איך קוראים למספרים האלה?
- ד. מצאו מספר טבעי n קטן מ-50 שעבורו $h(n) = 3$. מה מיוחד במספרים כאלה?

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.

תזכורת קצרה

משוואת ישר	$y = mx + b$: השיפוע $-b$ שיעור ה־ y של נקודת החיתוך עם ציר ה־ y , $(0, b)$.
שיפוע	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$: $m > 0$ – הישר עולה, $m < 0$ – יורד, $m = 0$ – ישר אופקי $y = k$. ישר אנכי: $x = k$.
ישר דרך נקודה	ידועים שיפוע m ונקודה (x_1, y_1) : מציבים את שיעורי הנקודה ב־ $y = mx + b$ ומוצאים את b .
מקבילים	לישרים מקבילים יש אותו שיפוע.
נקודות חיתוך	עם ציר ה־ x – מציבים $y = 0$. עם ציר ה־ y – מציבים $x = 0$. בין שני ישרים – משווים בין הביטויים.
שטחים	משולש שאחת מצלעותיו על ציר: הבסיס על הציר, והגובה הוא המרחק של הקודקוד השלישי מהציר.

49 מצאו את משוואת הישר:

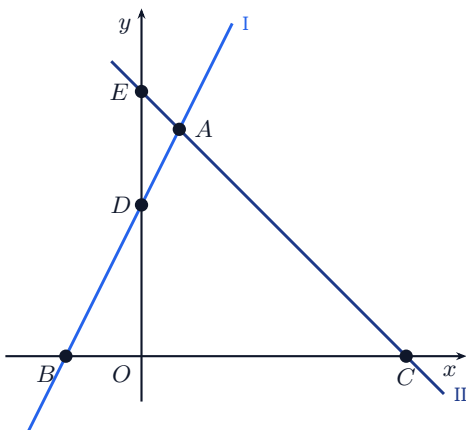
- העובר דרך הנקודות $(2, -1)$ ו־ $(6, 7)$.
- ששיפועו $-\frac{3}{4}$ ועובר דרך הנקודה $(8, 1)$.
- המקביל לישר $2y + 6x = 5$ ועובר דרך הנקודה $(-1, 4)$.
- חשיבה העובר דרך ראשית הצירים ודרך נקודת החיתוך של הישר $y = 2x - 5$ עם ציר ה־ x .

50 נתונות הנקודות $A(-2, 7)$, $B(1, 1)$ ו־ $C(4, -5)$.

- הראו שהנקודות A , B ו־ C נמצאות על ישר אחד, ומצאו את משוואת הישר.
- מצאו את k , אם ידוע שהנקודה $D(k, 2k)$ נמצאת על הישר.
- מצאו את שיעורי הנקודה שבה הישר חותך את ציר ה־ x .

51

בסרטוט מתוארים הגרפים של הפונקציות $f(x) = 2x + 4$ ו־ $g(x) = -x + 7$. הגרף של f חותך את ציר ה־ x בנקודה B ואת ציר ה־ y בנקודה D . הגרף של g חותך את ציר ה־ x בנקודה C ואת ציר ה־ y בנקודה E .



- קבעו איזה גרף מתאים לכל פונקציה. נמקו.
- מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D ו־ E .
- חשבו את שטח המשולש ABC ואת שטח המשולש ADE .
- חשבו את שטח המרובע $ODAC$ (ראשית הצירים).
- אתגר ★ ישר העובר דרך A מחלק את המשולש ABC לשני משולשים שווי שטח. מצאו את משוואתו.

52 אורינות

חברת מוניות א' גובה 12 ש"ח בתחילת הנסיעה ועוד 4 ש"ח לכל ק"מ. חברת מוניות ב' גובה 6 ש"ח לכל ק"מ, בלי תשלום התחלתי. חברת מוניות ג' גובה מחיר קבוע של 60 ש"ח לכל נסיעה של עד 15 ק"מ.

- רשמו לכל חברה ביטוי למחיר של נסיעה של x ק"מ (עבור $0 < x \leq 15$).
- סרטטו את שלושת הגרפים באותה מערכת צירים.
- מה המשמעות של נקודת החיתוך של הגרפים של חברה א' ושל חברה ב'?
- לאילו מרחקי נסיעה כל חברה היא הזולה ביותר?

53 במיכל א' יש 600 ליטר מים, והוא מתרוקן בקצב קבוע של 30 ליטר לדקה. באותו זמן מתמלא מיכל ב', שיש בו 60 ליטר, בקצב קבוע של 15 ליטר לדקה.

- א. רשמו ביטוי לכמות המים בכל מיכל כעבור t דקות.
 ב. כעבור כמה דקות תהיה בשני המיכלים אותה כמות מים? מהי הכמות?
 ג. כעבור כמה דקות תהיה כמות המים במיכל א' גדולה פי 2 מכמות המים במיכל ב'?
 ד. **חשיבה** מהי כמות המים בשני המיכלים יחד כעבור t דקות? האם היא עולה או יורדת, ובאיזה קצב?

54 נתונות הנקודות $A(1, 1)$, $B(5, 2)$ ו- $C(6, 6)$.

- א. מצאו את משוואות הישרים AB ו- BC .
 ב. מצאו את משוואת הישר העובר דרך C ומקביל ל- AB , ואת משוואת הישר העובר דרך A ומקביל ל- BC .
 ג. מצאו את נקודת החיתוך D של שני הישרים מסעיף ב. איזה מרובע הוא $ABCD$? (רמז: חשבו גם את אורכי הצלעות).

55 **אוריינות** מחממים מים בקומקום, וטמפרטורת המים עולה בקצב קבוע. אחרי 2 דקות הטמפרטורה הייתה 34° , ואחרי 5 דקות 70° –

- א. רשמו את הטמפרטורה T כפונקציה של הזמן t (בדקות).
 ב. מה הייתה הטמפרטורה בהתחלה? מה המשמעות של השיפוע?
 ג. כעבור כמה זמן ירתחו המים (100°)?
 ד. **חשיבה** האם הנוסחה מתאימה גם ל- $t = 12$? נמקו.

56 נתונים הישרים $y = (k - 2)x + 5$ ו- $y = 3x - k$, כאשר k מספר.

- א. עבור איזה ערך של k הישרים מקבילים?
 ב. עבור איזה ערך של k הישרים נחתכים על ציר ה- y ? מהי נקודת החיתוך?
 ג. עבור $k = 4$, מצאו את נקודת החיתוך של הישרים.

57 **אוריינות** במונית "קו ישר" המחיר תלוי במרחק הנסיעה. בטבלה רשומים מחירים של כמה נסיעות:

10	7	3	מרחק (ק"מ)
55	43	27	מחיר (ש"ח)

- א. הראו שהמחיר הוא פונקציה קווית של המרחק, ומצאו את הנוסחה שלה.
 ב. מה המשמעות של השיפוע ושל נקודת החיתוך עם ציר ה- y ?
 ג. לאיזה מרחק לכל היותר אפשר לנסוע ב-100 ש"ח?

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ מקבץ אתגר

58 **אתגר** ★ הישר $y = mx + 6$ חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . שטח המשולש AOB (O – ראשית הצירים) הוא 24.

- א. הביעו את שיעור ה- x של הנקודה A בעזרת m .
 ב. מצאו את שני הערכים האפשריים של m .

59 **אתגר** ★ **מצוינות** הישרים $y = 2x + 1$ ו- $y = -x + 7$ והישר האופקי $y = k$ יוצרים משולש.

- א. מצאו את נקודת החיתוך של שני הישרים הראשונים.
 ב. עבור $k = 1$, מצאו את קודקודי המשולש וחשבו את שטחו.
 ג. **חשיבה** מצאו ערך נוסף של k שעבורו שטח המשולש שווה לשטח שמצאתם בסעיף ב. (רמז: הישר האופקי יכול לעבור גם מעל לנקודת החיתוך).

60 ★ אתגר מצינות הישרים $y = x + 2$, $y = -2x + 8$ ו- $y = 0.5x - 1$ יוצרים משולש.

א. מצאו את שלושת הקודקודים של המשולש.

ב. חשבו את שטח המשולש. (רמז: חסמו את המשולש במלבן שצלעותיו מקבילות לצירים, והחסירו את שטחי המשולשים ישרי-הזווית שנוצרים).

61 ★ אתגר מצינות נתונה משפחת הישרים $y = mx - 2m + 3$, כאשר m מספר כלשהו.

א. רשמו את משוואות הישרים עבור $m = 0$, $m = 1$ ו- $m = -2$.

ב. הראו שכל הישרים במשפחה עוברים דרך הנקודה $(2, 3)$.

ג. איזה ישר במשפחה עובר דרך ראשית הצירים? איזה ישר מקביל לישר $y = -x$?

ד. חשיבה האם יש ישר במשפחה שהוא ישר אנכי? נמקו.

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



מערכות משוואות ואי־שוויונות

מערכת של שתי משוואות · פתרון גרפי ואלגברי · אי־שוויונות · "וגם" ו"או" · שאלות מילוליות

פרק 6

תזכורת קצרה

מערכת משוואות

דרכי פתרון

מקרים מיוחדים

אי־שוויון

"וגם", "או"

הפתרון הוא זוג (x, y) שמקיים את שתי המשוואות. בגרף – נקודת החיתוך של שני הישרים.

שוויון ביטויים ($y = \dots$ ו- $y = \dots$), הצבה, או השוואת מקדמים (כופלים משוואה במספר ומחברים או מחסרים).

ישרים מקבילים ושונים – אין פתרון. אותו ישר – אינסוף פתרונות.

פותרים כמו משוואה, אבל כשכופלים או מחלקים במספר שלילי – הופכים את סימן אי־השוויון.

"וגם" – המספרים שמקיימים את שני התנאים (החלק המשותף). "או" – המספרים שמקיימים לפחות אחד מהתנאים.

62 פתרו את מערכות המשוואות.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & \begin{cases} y = 3x - 7 \\ y = -2x + 8 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x - 2y = 12 \end{cases} \\ \text{ג.} & \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y-2}{3} = 2 \\ 3x - 2(y-x) = 10 \end{cases} \\ \text{ד.} & \begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ y = \frac{2x-5}{3} \end{cases} \end{array}$$

חשיבה מה מיוחד במערכת שבסעיף ד? מה המשמעות הגרפית?

63 **אוריית** בחנות ספרים, 3 ספרים ו־2 מחברות עולים 141 ש"ח, ו־2 ספרים ו־5 מחברות עולים 116 ש"ח. לכל הספרים אותו מחיר,

ולכל המחברות אותו מחיר.

א. מה המחיר של ספר ומה המחיר של מחברת?

ב. דנה קנתה בחנות ספרים ומחברות ושילמה 226 ש"ח. מספר המחברות שקנתה גדול ב־5 ממספר הספרים. כמה ספרים

קנתה?

64 היקפו של מלבן 34 ס"מ. אם מאריכים את אורך המלבן ב־3 ס"מ ומקצרים את רוחבו ב־2 ס"מ, השטח לא משתנה. מצאו

את אורכי הצלעות של המלבן. (רמז: השוו את שטח הרצועה שנוספה לשטח הרצועה שהורדה.)

65 פתרו את אי־השוויונות, ותארו את הפתרון על ציר המספרים.

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & 5 - 2(x - 3) > 3x - 4 \\ \text{ב.} & \frac{x-1}{3} - \frac{2x+1}{4} \geq -1 \\ \text{ג.} & -3 \leq 2x + 5 < 9 \\ \text{ד.} & 3(x+2) - 2 > 3x + 1 \end{array}$$

66 **אוריית** לטיול שנתי צריך להסיע 100 איש. יש להזמין בסך הכול 15 כלי רכב: מוניות של 4 מקומות ומיניבוסים של 12 מקומות.

א. מהו המספר הקטן ביותר של מיניבוסים שצריך להזמין כדי שלכולם יהיה מקום?

ב. מיניבוס עולה 450 ש"ח ומונית עולה 180 ש"ח, והתקציב הוא 4,600 ש"ח. מהו המספר הגדול ביותר של מיניבוסים שאפשר

להזמין?

ג. אילו אפשרויות מקיימות את שני התנאים?

67 נתונות הפונקציות $f(x) = 2x - 3$ ו־ $g(x) = -x + 6$.

א. מצאו את נקודת החיתוך של הגרפים.

ב. עבור אילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?

ג. עבור אילו ערכי x שתי הפונקציות חיוביות?

ד. עבור אילו ערכי x לפחות אחת מהפונקציות שלילית?

68 בשתי כיתות לומדים יחד 62 תלמידים. 25% מתלמידי כיתה א' ו-20% מתלמידי כיתה ב' נבחרו לנבחרת המתמטיקה – בסך הכול 14 תלמידים. כמה תלמידים לומדים בכל כיתה?

69 א. הפתרון של מערכת המשוואות $\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 2x - by = 7 \end{cases}$ הוא $(2, -1)$. מצאו את a ואת b .

ב. חשיבה עבור איזה ערך של a אין פתרון למערכת $\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$? נמקו בעזרת השיפועים.

70 אוריינות חברת סלולר מציעה שתי חבילות. חבילה א': 20 ש"ח לחודש, ועוד 0.4 ש"ח לכל דקת שיחה. חבילה ב': 50 ש"ח לחודש, הכוללים 100 דקות שיחה, ועוד 0.2 ש"ח לכל דקה מעבר ל-100.

א. כמה עולה כל חבילה ב-60 דקות שיחה? ב-150 דקות?

ב. לאילו מספרי דקות בחודש חבילה א' זולה יותר? (בדקו בנפרד עד 100 דקות ומעל 100 דקות).

ג. דנה מדברת בערך 90 דקות בחודש. איזו חבילה כדאית לה?

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ מקבץ אתגר

71 אתגר ★ מצוינות פתרו.

א. $2x - 1 > 5$ וגם $3 - x \geq -4$

ב. $2x - 1 > 5$ או $3 - x \geq -4$

ג. $4x + 3 < -1$ וגם $2 - x < 0$

ד. מצאו את כל המספרים השלמים x המקיימים $3 < 2x + 1 \leq 15$, וגם x אינו מתחלק ב-3.

72 אתגר ★ נתונים שלושה מספרים. הסכום של הראשון והשני הוא 23, הסכום של השני והשלישי הוא 30, והסכום של הראשון והשלישי הוא 37. מצאו את שלושת המספרים. (רמז: מה הסכום של כל שלושת המספרים?)

73 אתגר ★ סכום הספרות של מספר דו-ספרתי הוא 11. אם מחליפים את סדר הספרות, מתקבל מספר הגדול ב-27 מהמספר המקורי.

א. סמנו ב- a את ספרת העשרות וב- b את ספרת האחדות, והראו שהמספר הוא $10a + b$.

ב. מצאו את המספר.

ג. חשיבה הראו שההפרש בין מספר דו-ספרתי למספר שמתקבל מהחלפת הספרות תמיד מתחלק ב-9.

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



משפט פיתגורס

פרק 7

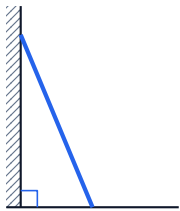
משפט פיתגורס והמשפט ההפוך · מרחק בין נקודות · גובה ושטח · פיתגורס במרחב: תיבה

תזכורת קצרה

במשולש ישר-זווית: $a^2 + b^2 = c^2$, כאשר c – היתר (מול הזווית הישרה).
אם במשולש מתקיים $a^2 + b^2 = c^2$ – המשולש ישר-זווית, והזווית הישרה מול c .
משלימים למשולש ישר-זווית: הניצבים הם ההפרש בין שיעורי ה- x וההפרש בין שיעורי ה- y .
במשולש ישר-זווית: $S = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$, כאשר h – הגובה ליתר.
אלכסון התיבה: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$. אלכסון ריבוע שצלעו a : $a\sqrt{2}$.

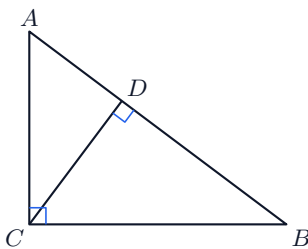
משפט פיתגורס
המשפט ההפוך
מרחק בין נקודות
שטח וגובה
תיבה

74 אוריינות



- סולם באורך 6.5 מטרים נשען על קיר אנכי. רגל הסולם נמצאת במרחק 2.5 מטרים מהקיר.
א. לאיזה גובה על הקיר מגיע ראש הסולם?
ב. ראש הסולם החליק 0.8 מטר למטה. בכמה מטרים התרחקה רגל הסולם מהקיר?

75



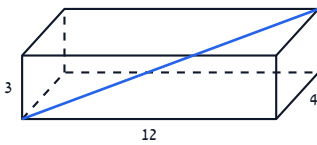
- במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) אורכי הניצבים הם $AC = 15$ ס"מ ו- $BC = 20$ ס"מ. CD הוא הגובה ליתר.
א. חשבו את אורך היתר AB .
ב. חשבו את אורך הגובה CD . (רמז: חשבו את שטח המשולש בשתי דרכים).
ג. חשבו את אורכי הקטעים AD ו- DB .

76

- במשולש שווה-שוקיים אורך השוק 17 ס"מ, והגובה לבסיס 15 ס"מ.
א. חשבו את אורך הבסיס ואת שטח המשולש.
ב. חשבו את אורך הגובה לשוק. (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית)

77

- נתונות הנקודות $A(-2, 1)$, $B(4, 9)$ ו- $C(10, 1)$.
א. חשבו את אורכי הצלעות של המשולש ABC . איזה סוג משולש הוא?
ב. חשבו את שטח המשולש.
ג. חשבו את אורך הגובה מהקודקוד A לצלע BC .



78

מידות תיבה הן 12 ס"מ, 4 ס"מ ו-3 ס"מ.

א. חשבו את אורך האלכסון של הבסיס (המלבן שמידותיו 12×4).

ב. חשבו את אורך האלכסון של התיבה.

ג. **מצוינות** נמלה הולכת על פני התיבה מקודקוד לקודקוד הנגדי לו. מצאו את אורך המסלול הקצר ביותר שלה. (רמז: "פרש" שתי פאות סמוכות למישור אחד. בדקו כמה אפשרויות).

79 חשיבה

א. האם משולש שאורכי צלעותיו 2.8, 4.5 ו-5.3 הוא ישר-זווית? נמקו.

ב. האם משולש שאורכי צלעותיו 6, 7 ו-9 הוא ישר-זווית? נמקו.

ג. מצאו את x החיובי שעבורו משולש שאורכי צלעותיו x , $x+7$ ו- $x+8$ הוא ישר-זווית. (רמז: נסו מספרים שלמים קטנים).

80 אוריינות

מסך טלוויזיה מלבני, שהיחס בין רוחבו לגובהו הוא 9 : 16, מוגדר כ"מסך 65 אינץ'" — 65 אינץ' הוא אורך האלכסון שלו. אינץ' אחד הוא 2.54 ס"מ. מצאו את הרוחב ואת הגובה של המסך, בס"מ, בדיוק של ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

81 אוריינות

לפי התקן, רמפה לכיסא גלגלים יכולה לעלות לכל היותר 1 ס"מ לכל 12 ס"מ של מרחק אופקי. בכניסה לבניין יש מדרגה בגובה 60 ס"מ.

א. מה המרחק האופקי הקטן ביותר שהרמפה צריכה לתפוס?

ב. מה אורך הרמפה עצמה (המשטח המשופע)? (בדיוק של ס"מ אחד)

82

א. חשבו את הגובה ואת השטח של משולש שווה-צלעות שאורך צלעו 10 ס"מ. (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית)

ב. משושה משוכלל בנוי משישה משולשים שווה-צלעות. חשבו את שטחו של משושה משוכלל שאורך צלעו 10 ס"מ.

ג. אורכי האלכסונים של מעוין הם 12 ס"מ ו-16 ס"מ. חשבו את אורך הצלע, את ההיקף, את השטח ואת הגובה של המעוין.

83 אוריינות

בשכונה שבה כל הרחובות מקבילים או ניצבים זה לזה, הולכת נועה מביתה לבית הספר: 600 מטרים מזרחה ואחר כך 800 מטרים צפונה.

א. מה המרחק "האווירי" (בקו ישר) בין הבית לבית הספר?

ב. בכמה אחוזים ארוך המסלול ברחובות מהמרחק האווירי?

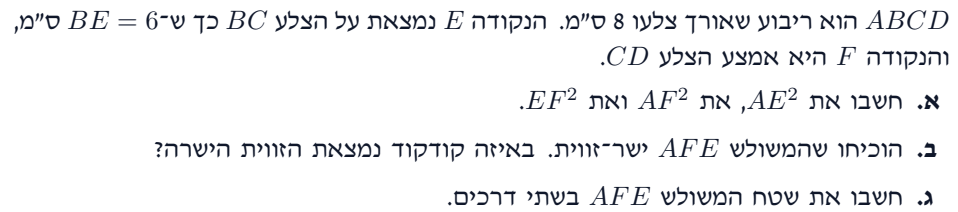
ג. בדרך יש גינה מלבנית שמידותיה 600 מטרים (ממערב למזרח) על 450 מטרים (מדרום לצפון). הבית של נועה נמצא בפינה הדרום-מערבית של הגינה. נועה חוצה את הגינה באלכסון עד הפינה הנגדית, ומשם ממשיכה צפונה עד בית הספר. כמה מטרים היא חוסכת לעומת ההליכה ברחובות?

84

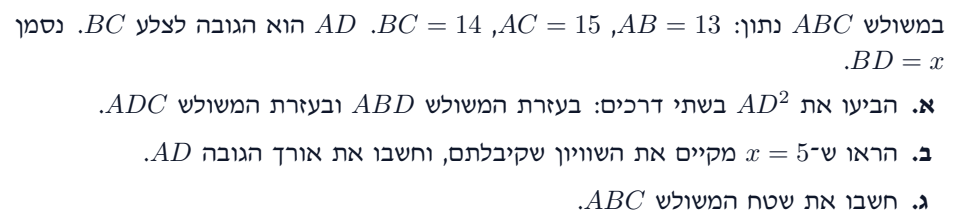
א. אורך המקצוע של קובייה הוא a . הביעו בעזרת a את אורך האלכסון של פאה ואת אורך האלכסון של הקובייה.

ב. אורך האלכסון של קובייה הוא 12 ס"מ. מצאו את אורך המקצוע ואת נפח הקובייה. (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית; אל תעגלו בשלבי הביניים)

85



86



87

ב. חשבו את נפח התיבה ואת שטח הפנים שלה.

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.

8

מעגל, גליל וחרוט

היקף מעגל ושטח עיגול · גזרה · גליל: מעטפת, שטח פנים ונפח · חרוט: חתך צירי ונפח

פרק 8

תזכורת קצרה

מעגל	היקף: $P = 2\pi r$. שטח עיגול: $S = \pi r^2$. $\pi \approx 3.14$
גזרה	גזרה עם זווית מרכזית α : שטח $\frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$, אורך הקשת $\frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r$.
גליל	מעטפת: $2\pi rh$ (מלבן שאורכו היקף הבסיס). שטח פנים: $2\pi r^2 + 2\pi rh$. נפח: $V = \pi r^2 h$.
חרוט	נפח: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. קו יוצר ℓ : $\ell^2 = r^2 + h^2$. מעטפת: $\pi r \ell$. החתך הצירי – משולש שווה-שוקיים.
יחידות	1 ליטר = 1,000 סמ"ק. 1 מ"ק = 1,000,000 סמ"ק = 1,000 ליטר.

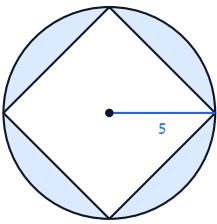
88

קודקודי ריבוע נמצאים על מעגל שרדיוסו 5 ס"מ.

א. מהו אורך האלכסון של הריבוע? מהו אורך צלעו?

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. חשבו את השטח שבין המעגל לריבוע (השטח הצבוע).



89

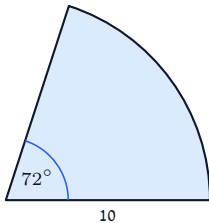
נתונה גזרה של עיגול שרדיוסו 10 ס"מ, והזווית המרכזית שלה 72° .

א. חשבו את שטח הגזרה ואת ההיקף שלה (שני רדיוסים וקשת).

ב. מקפלים את הגזרה לחרוט: מחברים את שני הרדיוסים זה לזה, והקשת הופכת להיקף הבסיס.

מה רדיוס הבסיס של החרוט?

ג. חשבו את הגובה של החרוט שנוצר, ואת נפחו.



90

אורינות פחית שתייה גלילית: קוטר הבסיס 6.6 ס"מ והגובה 12 ס"מ.

א. חשבו את נפח הפחית. האם נכנס בה חצי ליטר?

ב. כמה סמ"ר נייר דרושים לתווית שמכסה את כל המעטפת?

ג. יצרן רוצה פחית חדשה בעלת אותו נפח, שגובהה 10 ס"מ. מה צריך להיות רדיוס הבסיס שלה? (בדיוק של ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית)

91

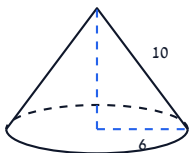
החתך הצירי של חרוט הוא משולש שווה-שוקיים שבסיסו 12 ס"מ ושוקו 10 ס"מ.

א. מה רדיוס הבסיס של החרוט, ומה הגובה שלו?

ב. חשבו את נפח החרוט.

ג. חשבו את שטח המעטפת ואת שטח הפנים של החרוט.

ד. חשיבה יוסי שם לב שקיבל "96" גם בנפח וגם בשטח הפנים. האם הנפח שווה לשטח? נמקו.



92

אורינות ממלאים מיכל מים בצורת גליל, שרדיוסו בסיסו 0.5 מטר וגובהו 1.2 מטרים, בעזרת דלי בצורת חרוט (שפתחו כלפי מעלה). רדיוס פתח הדלי 15 ס"מ, ועומקו 30 ס"מ.

א. חשבו את נפח המיכל, בסמ"ק ובליטרים.

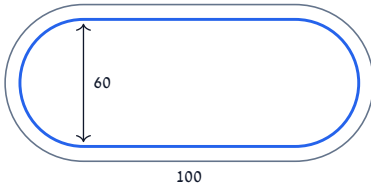
ב. חשבו את נפח הדלי.

ג. כמה פעמים לפחות צריך למלא את הדלי כדי למלא את המיכל?

93 חשיבה מגדילים את רדיוס הבסיס של גליל ב-10% ומקטינים את גובהו ב-10%.

- בכמה אחוזים משתנה נפח הגליל?
- בכמה אחוזים משתנה שטח המעטפת?

94 אוריינות



מסלול ריצה בנוי משני קטעים ישרים באורך 100 מטרים כל אחד, ומשני חצאי מעגל בקוטר 60 מטרים.

- מה אורך המסלול (ההיקף הפנימי)?
- רץ במסלול חיצוני נמצא במרחק 1.2 מטרים מהמסלול הפנימי (קוטר חצאי המעגל שלו גדול ב-2.4 מטרים). בכמה מטרים יותר רץ בהקפה אחת?
- חשיבה** בתחרויות, נקודת הזינוק של הרץ החיצוני נמצאת לפני נקודת הזינוק של הרץ הפנימי. הסבירו מדוע, ומה צריך להיות ההפרש.

95 פורשים את המעטפת של גליל ומקבלים מלבן שמידותיו 10×31.4 ס"מ, כאשר 31.4 ס"מ הוא היקף הבסיס. (השתמשו ב- $\pi \approx 3.14$)

- מה רדיוס הבסיס של הגליל?
- חשבו את נפח הגליל ואת שטח הפנים שלו.
- חשיבה** אם מגלגלים את אותו מלבן לגליל "צר וגבוה" – שהיקף בסיסו 10 ס"מ וגובהו 31.4 ס"מ – האם הנפח יהיה זהה? נמקו בחישוב.

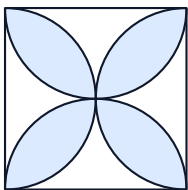
96 אוריינות פיצה עגולה גדולה בקוטר 30 ס"מ עולה 60 ₪. שתי פיצות קטנות בקוטר 20 ס"מ עולות יחד 50 ₪.

- באיזו הצעה מקבלים יותר פיצה?
- באיזו הצעה המחיר של סמ"ר פיצה נמוך יותר?
- חשיבה** יוסי אמר: "קוטר הפיצה הגדולה גדול רק פי 1.5, אז שטחה גדול רק פי 1.5". מה הטעות שלו?

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ **מקבץ אתגר**

97 אתגר



על כל צלע של ריבוע שאורך צלעו 4 ס"מ בונים חצי עיגול כלפי פנים הריבוע. חצאי העיגולים נחתכים ויוצרים "פרח" בעל ארבעה עלים.

- חשיבה** הראו ששטח של עלה אחד שווה לפי 2 מההפרש בין שטח של רבע עיגול שרדיוסו 2 ס"מ לבין שטח של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שאורך ניצביו 2 ס"מ.
- חשבו את שטח הפרח כולו.
- חשבו את שטח החלק של הריבוע שמחוץ לפרח.

98 אתגר גליל שרדיוס בסיסו 3 ס"מ וגובהו 8 ס"מ מלא מים עד שפתו. מכניסים לתוכו לאט חרוט מתכת שבסיסו זהה לבסיס הגליל וגובהו 8 ס"מ, עם הקודקוד כלפי מטה, עד שבסיס החרוט מגיע לפתח הגליל.

- איזה חלק מהמים נשפך? כמה סמ"ק נשפכו?
- מוציאים את החרוט. לאיזה גובה מגיעים המים שנשארו בגליל?

99 אתגר חבל מתוח מסביב לכדור הארץ, צמוד לקו המשווה (נניח שזה מעגל שרדיוסו 6,370 ק"מ). מאריכים את החבל במטר אחד בלבד, ומרימים אותו באופן שווה מכל הצדדים.

- באיזה גובה יהיה החבל מעל הקרקע? (רמז: סמנו ב"ז את רדיוס כדור הארץ במטרים, וחשבו את ההפרש בין הרדיוסים).
- האם התשובה הייתה משתנה אילו היה החבל מסביב לכדור טניס? נמקו.

100 **אתגר** ★ מקפלים חצי עיגול שרדיוסו 12 ס"מ לחרוט: מחברים את שני חצאי הקוטר זה לזה.

א. מה רדיוס הבסיס של החרוט? מה אורך הקו היוצר שלו?

ב. חשבו את גובה החרוט ואת נפחו.

ג. **חשיבה** הראו שהחתך הצירי של החרוט הוא משולש שווה-צלעות.

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



זוויות, משולשים וטרנספורמציות

זוויות בין ישרים מקבילים · זווית חיצונית · אישוויון המשולש · תיכון · הזזה, שיקוף וסיבוב

פרק 9

תזכורת קצרה

ישרים מקבילים

משולש

צלעות המשולש

תיכון

טרנספורמציות

זוויות מתאימות שוות, זוויות מתחלפות שוות, זוויות חד-צדדיות משלימות ל- 180° . ולהפך: זוויות מתחלפות שוות – הישרים מקבילים.

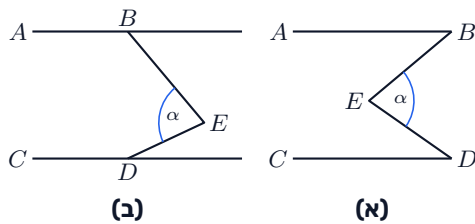
סכום הזוויות 180° . זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

סכום האורכים של כל שתי צלעות גדול מאורך הצלע השלישית. (מספיק לבדוק: סכום שתי הקצרות גדול מהארוכה.)

קטע מקודקוד לאמצע הצלע שמולו. התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווים שטח.

הזזה, שיקוף וסיבוב שומרים על אורכים ועל זוויות – הצורה שמתקבלת חופפת למקורית. שיקוף ביחס לציר

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$; ביחס לציר y : $(x, y) \rightarrow (-x, y)$; סיבוב של 180° סביב ראשית הצירים: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$.



בכל סרטוט נתון: $AB \parallel CD$. חשבו את הזווית α . נמקו כל שלב.

א. $\angle ABE = 40^\circ$, $\angle CDE = 35^\circ$.

ב. $\angle ABE = 130^\circ$, $\angle CDE = 155^\circ$.

(רמז: העבירו דרך E ישר המקביל ל- AB .)

101

במשולש ABC הזווית החיצונית ליד הקודקוד C שווה ל- $(3x + 10)^\circ$. נתון: $\angle A = (x + 25)^\circ$, $\angle B = (x + 15)^\circ$.

א. מצאו את x ואת זוויות המשולש.

ב. חשיבה האם המשולש חד-זווית, ישר-זווית או קהה-זווית? נמקו.

102

חשיבה אורכי הצלעות של משולש הם x , $2x + 1$ ו-10 (בס"מ).

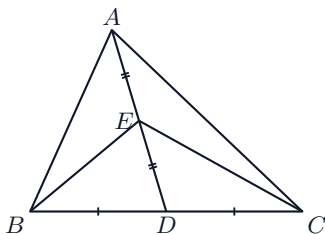
א. לאילו ערכים של x קיים משולש כזה?

ב. אם x מספר שלם, כמה משולשים שונים כאלה יש?

ג. האם יש ערך שלם של x שעבורו המשולש שווה-שוקיים? ואם x אינו חייב להיות שלם?

103

104



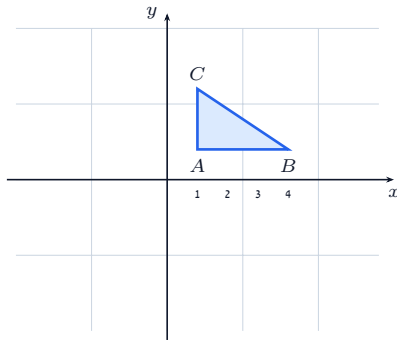
במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון, והנקודה E היא אמצע הקטע AD . שטח המשולש ABC הוא 48 סמ"ר.

א. חשבו את שטח המשולש ABD . נמקו.

ב. חשבו את שטח המשולש BED ואת שטח המשולש ABE .

ג. חשבו את שטח המשולש BEC .

105



- קודקודי המשולש ABC הם $A(1, 1)$, $B(4, 1)$ ו- $C(1, 3)$.
- שקפו את המשולש ביחס לציר ה- y . רשמו את שיעורי הקודקודים של המשולש שמתקבל.
 - סובבו את המשולש ABC ב- 180° סביב ראשית הצירים. רשמו את שיעורי הקודקודים.
 - איזו טרנספורמציה אחת מעבירה את המשולש מסעיף א למשולש מסעיף ב?
 - מזיזים את המשולש ABC כך שהקודקוד A עובר לנקודה $(3, -2)$. לאן עוברים B ו- C ?
 - חשיבה האם כל המשולשים שקיבלתם חופפים ל- ABC ? נמקו.

106 היחס בין זוויות משולש הוא $2 : 3 : 7$.

- חשבו את זוויות המשולש.
- חשבו את שלוש הזוויות החיצוניות (אחת ליד כל קודקוד), ואת סכומן.
- חשיבה הוכיחו שבכל משולש סכום שלוש הזוויות החיצוניות (אחת ליד כל קודקוד) הוא 360° .

107

קודקודי המשולש ABC הם $A(0, 6)$, $B(-4, 0)$ ו- $C(8, 0)$. הנקודה M היא אמצע הצלע BC .

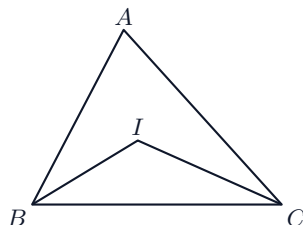
- מצאו את שיעורי M , וחשבו את שטח המשולש ABC ואת שטח המשולש ABM .
- חשבו את אורך התיכון AM .
- מצוינות הנקודה G נמצאת על התיכון AM , כך ש- $AG : GM = 2 : 1$. מצאו את שיעורי G , וחשבו את שטח המשולש GBC .

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ מקבץ אתגר

108

אתגר ★ הוכחה



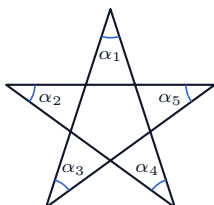
במשולש ABC חוצי הזוויות B ו- C נפגשים בנקודה I .

- נתון: $\angle A = 70^\circ$. חשבו את $\angle BIC$.
- הוכיחו שבכל משולש $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.
- חשיבה האם ייתכן ש- $\angle BIC = 80^\circ$? נמקו.

109

אתגר ★

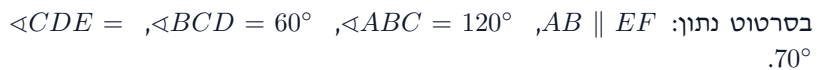
בסרטוט מתואר כוכב בעל חמישה קודקודים. הוכיחו שסכום חמש הזוויות בקודקודי הכוכב $(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5)$ הוא 180° .
(רמז: מצאו משולש שאחת מזוויותיו היא α_1 , ושתי הזוויות האחרות שלו הן זוויות חיצוניות של משולשים אחרים בסרטוט.)



110

אתגר ★ מצוינות

- הנקודה $P(3, 1)$ שוקפה ביחס לציר ה- x , והנקודה שהתקבלה שוקפה ביחס לציר ה- y . לאן הגיעה P ?
- הראו שעבור כל נקודה (x, y) , שני השיקופים האלה, זה אחר זה, שקולים לסיבוב של 180° סביב ראשית הצירים.
- חשיבה משולש שוקף ביחס לישר $x = 2$, ואחר כך ביחס לישר $x = 5$. מצאו טרנספורמציה אחת שמעבירה את המשולש המקורי ישירות למיקום הסופי. (רמז: בדקו מה קורה לכמה נקודות.)



ב. **חשיבה** בדקו ש- $\angle ABC + \angle CDE = \angle BCD + \angle DEF$. האם זה מקרי?
נמקו.

במיילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



חפיפת משולשים ומשולש שווה-שוקיים

משפטי החפיפה · הוכחה בשתי עמודות · משולש שווה-שוקיים · משפטים הפוכים

פרק 10

תזכורת קצרה

משפטי החפיפה

מסקנות מחפיפה

שווה-שוקיים

משפטים הפוכים

הוכחה

צ.צ.צ. – שלוש צלעות שוות. **צ.ז.צ.** – שתי צלעות והזווית שביניהן. **ז.צ.ז.** – צלע ושתי הזוויות שלידה.

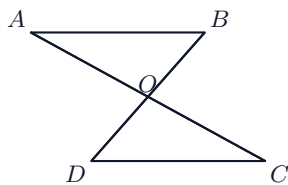
במשולשים חופפים – צלעות מתאימות שוות וזוויות מתאימות שוות. רושמים את החפיפה לפי סדר הקודקודים המתאימים.

שתי צלעות שוות (השוקיים). זוויות הבסיס שוות. חוצה זווית הראש הוא גם התיכון לבסיס וגם הגובה לבסיס.

משולש ששתי זוויות בו שוות – שווה-שוקיים. משולש שבו התיכון הוא גם גובה, או שבו חוצה הזווית הוא גם גובה – שווה-שוקיים.

בכל שורה: טענה ונימוק (נתון / משפט / מסקנה). זוויות קודקודיות שוות; צלע משותפת שווה לעצמה.

112 הוכחה



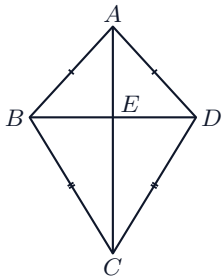
הקטעים AC ו- BD נחתכים בנקודה O , והנקודה O היא אמצע של כל אחד מהם.

א. הוכיחו: $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

ב. הוכיחו: $AB \parallel CD$.

ג. הוכיחו: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

113 הוכחה



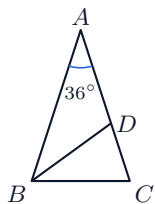
במרובע $ABCD$ נתון: $AB = AD$, $CB = CD$. האלכסונים AC ו- BD נחתכים בנקודה E .

א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

ב. הוכיחו: AC חוצה את הזווית BAD .

ג. הוכיחו: $\triangle ABE \cong \triangle ADE$, והסיקו ש- $AC \perp BD$ ו- $BE = ED$.

114



במשולש ABC נתון: $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$. BD חוצה את הזווית B (הנקודה D על הצלע AC).

א. חשבו את כל הזוויות בסרטוט.

ב. הוכיחו שהמשולשים ABD ו- BCD שווה-שוקיים.

ג. נתון: $BC = 5$ ס"מ. מה אורך הקטע AD ? נמקו.

115

במשולש ABC נתון: $AB = AC$. הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC , מעבר ל- C , כך ש- $CD = CA$. נתון: $\angle ADC = 25^\circ$.

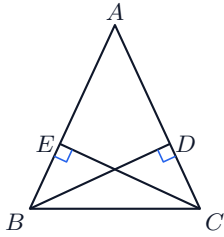
א. סרטטו את המשולש וסמנו את הנתונים.

ב. חשבו את הזוויות של המשולש ABC .

ג. חשבו את הזווית BAD .

116

הוכחה חשיבה



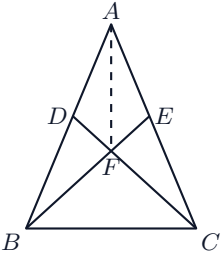
116 BD ו- CE הם גבהים במשולש ABC (הנקודה D על AC והנקודה E על AB). נתון: $BD = CE$.

א. רשמו את שטח המשולש ABC בשתי דרכים.

ב. הוכיחו שהמשולש ABC שווה-שוקיים.

117

הוכחה



117 במשולש ABC נתון: $AB = AC$. הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC בהתאמה, כך ש- $AD = AE$. הקטעים BE ו- CD נחתכים בנקודה F .

א. הוכיחו: $DB = EC$.

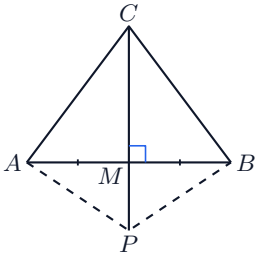
ב. הוכיחו: $\triangle DBC \cong \triangle ECB$.

ג. הוכיחו: המשולש FBC שווה-שוקיים.

ד. הוכיחו: AF חוצה את הזווית BAC .

118

הוכחה



118 הקטע CM מאונך לקטע AB , והנקודה M היא אמצע AB .

א. הוכיחו: $CA = CB$.

ב. הנקודה P נמצאת על המשך הקטע CM (מעבר ל- M). הוכיחו שגם $PA = PB$.

ג. חשיבה מה אפשר לומר על כל נקודה שנמצאת על הישר CM ?

119

119 במשולש ABC נתון: $AB = AC$. BD הוא הגובה לשוק AC , ונתון: $\angle DBC = 20^\circ$.

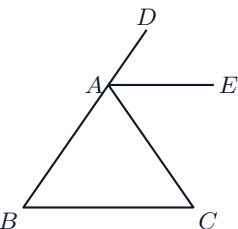
א. חשבו את זווית המשולש ABC .

ב. חשבו את $\angle ABD$.

ג. חשיבה הוכיחו שבכל משולש שווה-שוקיים, הזווית בין הגובה לשוק לבין הבסיס שווה למחצית זווית הראש.

120

הוכחה



120 במשולש ABC הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BA (מעבר ל- A). AE חוצה את הזווית החיצונית $\angle DAC$, ו- $AE \parallel BC$.

א. הוכיחו: $\angle DAE = \angle ABC$ ו- $\angle EAC = \angle ACB$.

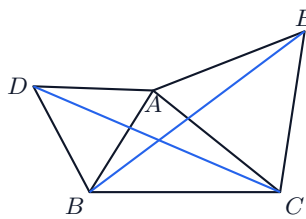
ב. הוכיחו: המשולש ABC שווה-שוקיים.

ג. חשיבה נסחו את המשפט ההפוך, והוכיחו אותו.

121

אתגר ★

הוכחה



על הצלעות AB ו- AC של המשולש ABC בונים כלפי חוץ שני משולשים שווה-צלעות: ABD ו- ACE .

א. הראו: $\angle DAC = \angle BAE$.

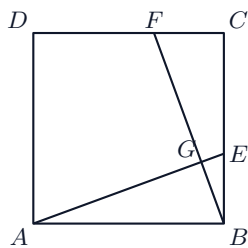
ב. הוכיחו: $\triangle DAC \cong \triangle BAE$.

ג. הסיקו: $DC = BE$.

122

אתגר ★

הוכחה



$ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה E נמצאת על הצלע BC והנקודה F – על הצלע CD , כך ש- $BE = CF$. הקטעים AE ו- BF נחתכים בנקודה G .

א. הוכיחו: $\triangle ABE \cong \triangle BCF$.

ב. הוכיחו: $AE = BF$.

ג. מצוינות הוכיחו: $AE \perp BF$. (רמז: הראו ש- $\angle GBE + \angle GEB = 90^\circ$).

123

אתגר ★

מצוינות

במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) הנקודה P נמצאת על הבסיס BC . מהנקודה P מורידים אנכים לשוקיים: $PM \perp AB$ ו- $PN \perp AC$. BH הוא הגובה לשוק AC .

א. סרטטו את המשולש ואת הקטעים.

ב. חלקו את המשולש ABC לשני משולשים בעזרת הקטע AP , ורשמו את שטח המשולש ABC בשתי דרכים.

ג. הוכיחו: $PM + PN = BH$, כלומר הסכום אינו תלוי במיקום של P על הבסיס.

124

אתגר ★

הוכחה

P היא נקודה על חוצה הזווית $\angle BAC$. מהנקודה P מורידים אנכים לשוקי הזווית: $PM \perp AB$ ו- $PN \perp AC$.

א. סרטטו, והוכיחו: $\triangle AMP \cong \triangle ANP$. (רמז: מה גודל הזווית השלישית בכל משולש?)

ב. הסיקו: $PM = PN$ – כל נקודה על חוצה זווית נמצאת במרחקים שווים משוקי הזווית.

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



דמיון משולשים

פרק 11

משולשים דומים · משפט הדמיון I.I. · יחס הדמיון · יחס ההיקפים ויחס השטחים · דמיון מלבנים

תזכורת קצרה

דמיון

I.I.

מצבים נפוצים

יחסים

רישום

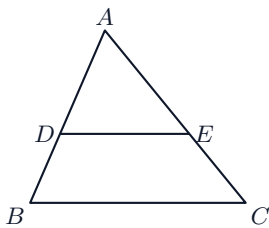
משולשים דומים – הזוויות המתאימות שוות, והצלעות המתאימות באותו יחס k (יחס הדמיון).

אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר – המשולשים דומים.

ישר המקביל לצלע במשולש יוצר משולש קטן הדומה לגדול. שני ישרים מקבילים ושני ישרים הנחתכים בנקודה שביניהם יוצרים "פרפר" של משולשים דומים.

יחס ההיקפים $= k$, יחס הגבהים המתאימים $= k$, יחס השטחים $= k^2$ (מצוינות).

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ – לפי סדר הקודקודים המתאימים: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$



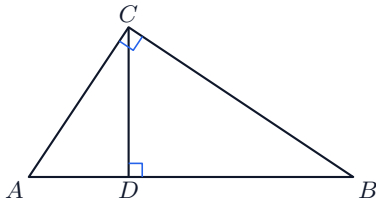
125 במשולש ABC הנקודה D נמצאת על הצלע AB והנקודה E על הצלע AC , כך ש- $DE \parallel BC$. נתון: $AD = 6$ ס"מ, $DB = 4$ ס"מ, $DE = 9$ ס"מ.

א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

ב. חשבו את אורך הצלע BC .

ג. מה היחס בין היקף המשולש ADE להיקף המשולש ABC ? **מצוינות** ומה היחס בין שטחיהם?

ד. **מצוינות** נתון: שטח המשולש ABC הוא 100 סמ"ר. חשבו את שטח המשולש ADE ואת שטח הטרפז $DECB$.



126 במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) הוא הגובה CD ליתר. נתון: $AD = 4$ ס"מ, $DB = 9$ ס"מ.

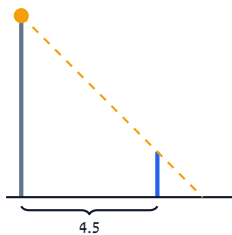
א. הוכיחו: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$.

ב. חשבו את אורך הגובה CD .

ג. חשבו את אורכי הניצבים AC ו- BC .

ד. **חשיבה** הוכיחו שבכל משולש ישר-זווית שבו CD הוא הגובה ליתר מתקיים $CD^2 = AD \cdot DB$.

127 אוריינות

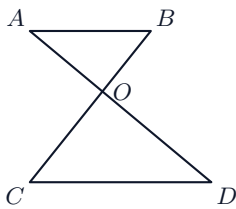


גובהו של עמוד תאורה 6 מטרים. ילד שגובהו 1.5 מטרים עומד במרחק 4.5 מטרים מהעמוד.

א. מצאו את אורך הצל של הילד.

ב. הילד מתרחק מהעמוד, ומרחקו מהעמוד הוא d מטרים. הביעו את אורך הצל בעזרת d .

ג. **חשיבה** הילד מתרחק מהעמוד במהירות של מטר אחד בשנייה. האם הצל מתארך באותו קצב? באיזה קצב הוא מתארך?



נתון: $AB \parallel CD$. הקטעים AD ו- BC נחתכים בנקודה O . נתון: $AO = 6$, $OD = 9$, $OC = 10.5$, $AB = 8$.

א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle DOC$. מהו יחס הדמיון?

ב. חשבו את אורכי הקטעים OB ו- CD .

ג. **מצוינות** מה היחס בין שטח המשולש AOB לשטח המשולש DOC ?

128

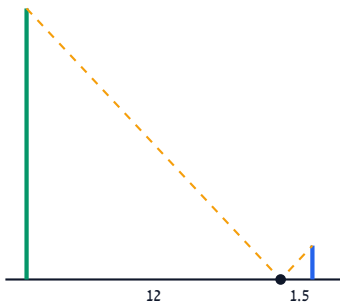
129 **אוריינות חשיבה** בדף נייר בגודל A4 מתקיים: אם מקפלים אותו לחצי (כך שהצלע הארוכה מתחלקת לשני חצאים), מתקבל מלבן קטן שדומה למלבן המקורי.

א. סמנו את צלעות הדף ב- a וב- b ($a > b$). מהם אורכי הצלעות של המלבן המקופל?

ב. רשמו פרופורציה המתארת את הדמיון, והראו ש- $a^2 = 2b^2$.

ג. מצאו את היחס $a : b$ (בדיוק של שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית), ובדקו אותו על דף A4 שמידותיו 21×29.7 ס"מ.

ד. פי כמה גדול שטח הדף משטח המלבן המקופל? מה יחס הדמיון בין שני המלבנים?

130 **אוריינות**

כדי למדוד את גובהו של עץ, הניח דני מראה קטנה על הקרקע, במרחק 12 מטרים מהעץ. הוא התרחק מהמראה עד שראה בה את צמרת העץ – במרחק 1.5 מטרים מהמראה. גובה עינו של דני 1.6 מטרים. (במראה, זווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה).

א. הסבירו מדוע שני המשולשים בסרטוט דומים.

ב. מצאו את גובה העץ.

131

במשולש ABC הנקודה D נמצאת על הצלע AB והנקודה E – על הצלע AC , כך ש- $DE \parallel BC$. נתון: $AD = x$, $EC = 9$, $AE = 6$, $DB = x + 2$.

א. הוכיחו: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

ב. מצאו את x .

ג. נתון: $BC = 20$. חשבו את DE .

132 **חשיבה**

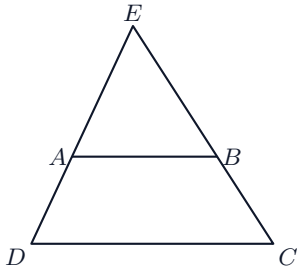
תמונה מלבנית שמידותיה 20×30 ס"מ נמצאת בתוך מסגרת שרוחבה אחיד – 5 ס"מ מכל צד.

א. מה מידות המלבן החיצוני (התמונה עם המסגרת)?

ב. האם המלבן החיצוני דומה לתמונה? נמקו.

ג. רוחב המסגרת לאורך הצלעות הארוכות של התמונה נשאר 5 ס"מ. מה צריך להיות רוחבה לאורך הצלעות הקצרות, כדי שהמלבן החיצוני יהיה דומה לתמונה?

133

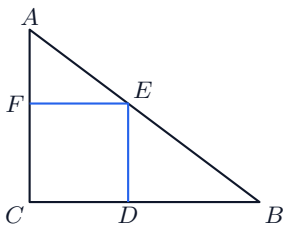


- בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) המשכי השוקיים DA ו- CB נפגשים בנקודה E . נתון: $AB = 6$, $EB = 7.5$, $EA = 9$, $DC = 10$.
- הוכיחו: $\triangle EAB \sim \triangle EDC$, ומצאו את יחס הדמיון.
 - חשבו את אורכי השוקיים AD ו- BC .
 - מצוינת שטח המשולש EAB הוא 18. חשבו את שטח הטרפז.

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

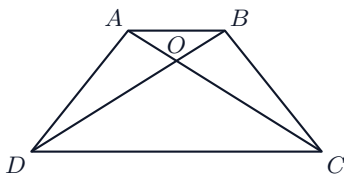
★ מקבץ אתגר

134 אתגר ★



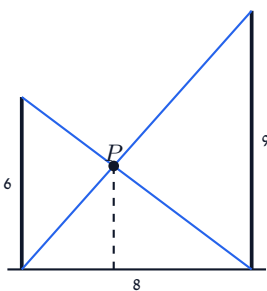
- במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) אורכי הניצבים הם $AC = 6$ ו- $BC = 8$. בתוך המשולש מונח ריבוע $CDEF$: הקודקוד D על BC , הקודקוד F על AC , והקודקוד E על AB . היתר AB .
- סמנו ב- s את אורך צלע הריבוע, והוכיחו: $\triangle AFE \sim \triangle ACB$.
 - מצאו את s .

135 אתגר ★ מצוינות



- בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) נתון: $AB = 4$, $CD = 12$. האלכסונים נחתכים בנקודה O . שטח המשולש AOB הוא 3.
- הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle COD$, ומצאו את שטח המשולש COD .
 - מצאו את היחס $AO : OC$, והסבירו מדוע $S_{AOD} = 3 \cdot S_{AOB}$.
 - חשבו את השטחים של המשולשים AOD ו- BOC , ואת שטח הטרפז.

136 אתגר ★ חשיבה



- שני עמודים אנכיים, בגובה 6 מטרים ו-9 מטרים, עומדים במרחק 8 מטרים זה מזה. מותחים כבל מראש כל עמוד לבסיס העמוד השני. הכבלים נחתכים בנקודה P .
- מצאו את הגובה של P מעל הקרקע. (רמז: סמנו את הגובה ב- h , והשתמשו פעמיים בדמיון.)
 - חשיבה האם הגובה של P תלוי במרחק בין העמודים? נמקו.



סטטיסטיקה והסתברות

ממוצע, חציון, שכיחות וטווח · שכיחות יחסית · שני מקורות מידע · אינטרפולציה ואקסטרפולציה · הסתברות

פרק 12

תזכורת קצרה

מדדי מרכז	ממוצע – סכום הנתונים חלקי מספרם. חציון – הנתון האמצעי אחרי סידור הנתונים לפי גודלם (במספר זוגי של נתונים – ממוצע שני האמצעיים). שכיח – הנתון שמופיע מספר הפעמים הרב ביותר.
טווח	הנתון הגדול ביותר פחות הנתון הקטן ביותר.
שכיחות יחסית	מספר הפעמים שהנתון מופיע, חלקי מספר כל הנתונים.
אינטרפולציה	הערכה של ערך חסר בתוך תחום המדידות (למשל בהנחה שהשינוי בין שתי מדידות אחיד). אקסטרפולציה – חיזוי מחוץ לתחום המדידות; היא פחות אמינה.
הסתברות	כשכל התוצאות שוות סיכוי: $P = \frac{\text{מספר התוצאות המתאימות}}{\text{מספר כל התוצאות}}$. $0 \leq P \leq 1$. תוצאה משלימה: $P(\text{לא } A) = 1 - P(A)$.

137 בטבלה מתוארים הציונים של תלמידי כיתה בבוחן:

10	9	8	7	6	5	ציון
4	6	k	5	3	2	מספר תלמידים

- א. ממוצע הציונים בכיתה הוא 7.9. מצאו את k.
- ב. מצאו את החציון, את השכיח ואת הטווח.
- ג. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו 9 או 10?
- ד. המורה הוסיפה נקודה אחת לכל תלמיד שקיבל פחות מ-10. מה הממוצע החדש? האם החציון השתנה?

138 ממוצע הציונים של 24 תלמידים במבחן היה 78. אחר כך נבחנו עוד 6 תלמידים, והממוצע של כל 30 התלמידים עלה ל-80.

- א. מה היה הממוצע של 6 התלמידים שנבחנו אחר כך?
- ב. **חשיבה** תלמיד אחד מבין ה-30, שקיבל 100, עבר לבית ספר אחר. האם הממוצע של שאר התלמידים עלה או ירד? חשבו אותו.

139 **אוריינות** בטבלה מוצג מספר המבקרים במוזיאון בחצי השנה הראשונה:

חודש	ינואר	פברואר	מרץ	אפריל	מאי	יוני
מבקרים	1,200	1,500	1,800	2,400	3,000	2,700

- בעלון המוזיאון נכתב: "במאי גדל מספר המבקרים ב-30% לעומת אפריל, ובחצי השנה הראשונה ביקרו במוזיאון יותר מ-12,000 איש. מספר המבקרים בממוצע לחודש עלה על 2,000".
- א. בדקו כל אחת משלוש הטענות שבעלון. איזו טענה אינה מתאימה לנתונים שבטבלה?
- ב. מהו החציון של מספר המבקרים לחודש?
- ג. בכמה אחוזים ירד מספר המבקרים ביוני לעומת מאי?

140 גובהו של צמח (בס"מ) נמדד כל חמישה ימים:

25	20	15	10	5	0	יום
23	22	19	14	9	4	גובה (ס"מ)

- א. העריכו את גובה הצמח ביום ה-7 וביום ה-18 (בהנחה שבין שתי מדידות הצמח גדל בקצב קבוע). האם זו אינטרפולציה או אקסטרפולציה?
- ב. נועה חזתה: "לפי הקצב של הימים הראשונים, ביום ה-40 הצמח יהיה בגובה 44 ס"מ". איך קיבלה נועה את התוצאה הזו?
- ג. **חשיבה** מדוע החיזוי של נועה כנראה אינו נכון? מה עדיף להניח?

141 בשקית יש 5 כדורים אדומים, 3 כחולים ו-4 ירוקים. מוציאים כדור אחד באקראי.

- א. מה ההסתברות שהכדור כחול? ומה ההסתברות שהוא אינו אדום?
 ב. כמה כדורים כחולים צריך להוסיף לשקית כדי שההסתברות להוציא כדור כחול תהיה $\frac{1}{2}$?
 ג. (בשקית המקורית) מוציאים כדור אדום ולא מחזירים אותו. מה ההסתברות שהכדור הבא שיוצא יהיה אדום?

142 **חשיבה** קובייה הוטלה 600 פעמים. בטבלה רשום כמה פעמים התקבלה כל תוצאה:

תוצאה	1	2	3	4	5	6
מספר פעמים	95	102	98	110	85	110

- א. מהי השכיחות היחסית של התוצאה 6? מהי השכיחות היחסית של תוצאה זוגית?
 ב. מהי ההסתברות לקבל 6 בקובייה הוגנת? השוו לסעיף א.
 ג. דנה טוענת: "התוצאה 6 התקבלה יותר מ-100 פעמים, ולכן הקובייה אינה הוגנת." האם הנתונים מוכיחים זאת? נמקו.

143 **מציאות** מטילים שתי קוביות הוגנות, אחת אדומה ואחת כחולה, ומחברים את התוצאות.

- א. כמה תוצאות אפשריות יש (זוגות של תוצאה אדומה ותוצאה כחולה)? בנו טבלה של כל הסכומים.
 ב. מה ההסתברות שהסכום יהיה 7? ומה ההסתברות שהסכום יהיה 10 או יותר?
 ג. מה ההסתברות שהסכום לא יהיה 2?
 ד. איזה סכום הוא הסביר ביותר? נמקו.

144 בסקר שנערך בקרב 360 תלמידים נמצא: 40% העדיפו כדורגל, 25% – כדורסל, 15% – שחייה, והשאר – טניס.

- א. כמה תלמידים העדיפו כל ענף?
 ב. רוצים להציג את התוצאות בדיאגרמת עוגה. חשבו את הזווית המרכזית של כל ענף.
 ג. **חשיבה** בסקר בבית ספר אחר, 30% העדיפו טניס. האם אפשר לדעת באיזה בית ספר יותר תלמידים העדיפו טניס? נמקו.

145 **חשיבה** בקבוצה של 10 נתונים הממוצע הוא 12, החציון 11 והטווח 8. כופלים כל נתון בקבוצה ב-2 ומוסיפים לו 3.

- א. מה הממוצע, החציון והטווח של הנתונים החדשים?
 ב. הסבירו מדוע הוספת 3 לכל נתון אינה משנה את הטווח.

146 בוחרים באקראי מספר שלם מ-1 עד 30.

- א. מה ההסתברות שהמספר מתחלק ב-3? שהוא מתחלק ב-5?
 ב. מה ההסתברות שהמספר מתחלק ב-3 או ב-5? (שימו לב למספרים שמתחלקים בשניהם).
 ג. מה ההסתברות שהמספר ראשוני? ומה ההסתברות שאינו ראשוני?

תרגילים קשים במיוחד – לשאפתנים

★ **מקבץ אתגר**

147 **אתגר** ★ נתונים חמישה מספרים טבעיים. הממוצע שלהם 10, החציון 12, והשכיח (היחיד) הוא 14.

- א. מצאו דוגמה לחמישה מספרים כאלה.
 ב. נתון גם: הטווח הוא 10. מצאו את המספרים. האם יש רק אפשרות אחת?

148 **אתגר** ★ בכיתה יש 30 תלמידים. ההסתברות לבחור באקראי בת היא 0.6.

- א. כמה בנים יש בכיתה?
 ב. שתי בנות עזבו את הכיתה, והצטרפו אליה כמה בנים. עכשיו ההסתברות לבחור בת היא 0.5. כמה בנים הצטרפו?
 ג. **חשיבה** כמה בנות צריכות להצטרף לכיתה המקורית כדי שההסתברות לבחור בן תהיה $\frac{1}{4}$?



חשיבה מתמטית: לוגיקה ופיבונאצ'י

פרק העשרה למציאות · טענות ודוגמה נגדית · "וגם", "או" ושלילה · "אם... אז..." · סדרת פיבונאצ'י

פרק 13

תזכורת קצרה

משפט שהוא נכון או לא נכון. כדי להראות שטענה כללית ("לכל...") אינה נכונה, מספיקה **דוגמה נגדית** אחת.
"וגם", "או" וגם A נכונה רק כששתיהן נכונות. A או B נכונה כשלפחות אחת מהן נכונה.
 השלילה של "כל התלמידים עברו" היא "יש לפחות תלמיד אחד שלא עבר" (ולא "אף תלמיד לא עבר").
"אם... אז" A אז B . הטענה ההפוכה – "אם B אז A " – יכולה להיות לא נכונה גם כשהמקורית נכונה.
אם... אז... $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ – כל איבר (מהשלישי והלאה) שווה לסכום שני האיברים שלפניו.

טענה

"וגם", "או"

שלילה

אם... אז...

פיבונאצ'י

149 **מציאות** **חשיבה** קבעו לגבי כל טענה אם היא נכונה. לטענה שאינה נכונה תנו דוגמה נגדית.

א. סכום של שני מספרים ראשוניים הוא תמיד מספר זוגי.

ב. אם מספר מתחלק ב-6, אז הוא מתחלק ב-3.

ג. אם מספר מתחלק ב-3, אז הוא מתחלק ב-6.

ד. לכל מספר x מתקיים $x^2 \geq x$.

ה. יש מספר x שעבורו $x^2 < x$.

ו. במשולש שווה-שוקיים כל הזוויות חדות.

150 **מציאות**

א. רשמו את השלילה של כל טענה: (1) "כל המספרים הזוגיים מתחלקים ב-4". (2) "יש משולש שסכום הזוויות שלו 200° ".
 (3) " $x > 3$ וגם $x < 7$ ".

ב. קבעו לגבי כל טענה בסעיף א, ולגבי השלילה שלה, איזו מהן נכונה. (בטענה 3 – עבור $x = 8$).

ג. **חשיבה** "אם יורד גשם, אז הכביש רטוב." הכביש רטוב. האם אפשר להסיק שירד גשם? נמקו.

151 **מציאות** **אתגר** באי מסוים גרים שני סוגים של אנשים: **אבירים**, שתמיד אומרים אמת, ו**נוכלים**, שתמיד משקרים. פגשנו שני תושבים, רן ושיר.

א. רן אמר: "שנינו נוכלים." מי מהם אביר ומי נוכל? נמקו.

ב. בפגישה אחרת שיר אמרה: "לפחות אחד מאיתנו נוכל." מי מהם אביר ומי נוכל?

ג. **חשיבה** הסבירו מדוע אף תושב באי לא יכול לומר: "אני נוכל."

152 **מציאות** סדרת פיבונאצ'י מתחילה כך: $F_1 = 1, F_2 = 1$, וכל איבר מהשלישי והלאה הוא סכום שני האיברים שלפניו.

א. רשמו את 12 האיברים הראשונים בסדרה.

ב. חשבו את הסכומים $F_1 + F_2, F_1 + F_2 + F_3, F_1 + F_2 + F_3 + F_4, F_1 + F_2 + F_3 + F_4$, ועוד שניים כאלה. השוו כל סכום לאיברי הסדרה. איזה כלל מצאתם?

ג. היעזרו בכלל ומצאו, בלי לחבר, את סכום 10 האיברים הראשונים.

ד. חשבו את המנות $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ עבור $n = 5, 6, \dots, 11$ (בדיוק של שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית). לאיזה מספר הן מתקרבות?

153 **מציאות** **חשיבה** בגרם מדרגות יש n מדרגות. עולים בכל צעד מדרגה אחת או שתי מדרגות.

א. בכמה דרכים שונות אפשר לעלות 1, 2, 3 ו-4 מדרגות? רשמו את כל הדרכים (למשל, ל-3 מדרגות: $1+1+1, 1+2, 2+1$).

ב. **אתגר** הסבירו מדוע מספר הדרכים לעלות n מדרגות שווה לסכום מספר הדרכים לעלות $n-1$ מדרגות ומספר הדרכים לעלות $n-2$ מדרגות. (רמז: מה יכול להיות הצעד האחרון?)

מצוינות 154

ב. היעזרו בכלל ומצאו את סכום 50 המספרים האי-זוגיים הראשונים.

4. חשיבה האם סכום של ארבעה מספרים שלמים עוקבים תמיד מתחלק ב-4? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית.

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.



שאלות משולבות

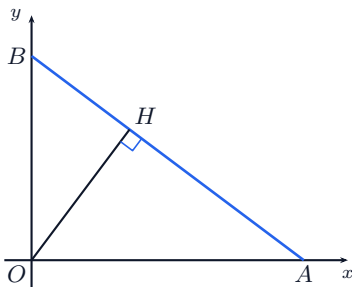
פרק 14

כל שאלה משלבת כמה נושאים · אוריינות · שאלות ארוכות בסגנון מבחן · הכנה לכיתה ט'

איך ניגשים לשאלה משולבת?

קראו את כל השאלה לפני שמתחילים, וסמנו את הנתונים. בכל סעיף שאלו את עצמכם: **באיזה כלי משתמשים כאן?** — יחס, אחוזים, משוואה, פונקציה קווית, פיתגורס, דמיון או חפיפה. לעתים קרובות תוצאה של סעיף אחד היא נתון לסעיף הבא.

155



הישר $y = -\frac{3}{4}x + 6$ חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . OH הוא הגובה מראשית הצירים O ליתר AB של המשולש AOB .

א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו- B , וחשבו את אורך הקטע AB .

ב. חשבו את אורך הגובה OH .

ג. הוכיחו: $\triangle AHO \sim \triangle AOB$, וחשבו את אורך הקטע AH .

ד. **מצוינות** מצאו את שיעורי הנקודה H . (רמז: איזה חלק מהקטע AB הוא AH ?)

156

אוריינות תעריף נסיעה במונית: 12 ש"ח בתחילת הנסיעה ועוד 4 ש"ח לכל ק"מ. התעריף ההתחלתי התייקר ב-25%, והמחיר לק"מ התייקר ב-10%.

א. רשמו את המחיר של נסיעה של x ק"מ לפני ההתייקרות ואחריה.

ב. בנסיעה של כמה ק"מ התייקר המחיר בדיוק ב-15%?

ג. **חשיבה** האם בנסיעה ארוכה יותר מזו שמצאתם המחיר התייקר ביותר או בפחות מ-15%? ולאיזה אחוז הוא מתקרב בנסיעות ארוכות מאוד? נמקו.

157

מיכל בצורת גליל, שרדיוס בסיסו 20 ס"מ וגובהו 50 ס"מ, ריק בהתחלה. ממלאים אותו מברז בקצב קבוע של 2 ליטרים לדקה.

א. מהו נפח המיכל בליטרים?

ב. כמה סמ"ק מים צריך כדי שגובה המים יעלה ב-1 ס"מ? בכמה ס"מ עולה גובה המים בכל דקה? (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית)

ג. רשמו את גובה המים h (בס"מ) כפונקציה של הזמן t (בדקות). מהו התחום של הפונקציה?

ד. **חשיבה** אילו המיכל היה חרוט שקודקודו כלפי מטה, האם גובה המים היה עולה בקצב קבוע? תארו את צורת הגרף.

158

בכיתה ח' ממוצע הציונים של הבנים במבחן היה 76, ממוצע הציונים של הבנות היה 84, וממוצע הציונים של כל הכיתה היה 81.

א. סמנו ב- b את מספר הבנים וב- g את מספר הבנות, ורשמו משוואה המתארת את הנתונים.

ב. מצאו את היחס בין מספר הבנים למספר הבנות.

ג. בכיתה 32 תלמידים. כמה בנים וכמה בנות לומדים בה?

ד. **חשיבה** האם ממוצע הכיתה תמיד שווה לממוצע של שני הממוצעים $(\frac{76+84}{2} = 80)$? מתי כן?

159

הוכחה קודקודי המשולש ABC הם $A(1, 1)$, $B(7, 3)$, $C(3, 7)$.

א. חשבו את אורכי הצלעות, והראו שהמשולש שווה-שוקיים.

ב. M היא אמצע הצלע BC . מצאו את שיעוריה. (רמז: שיעור ה- x של האמצע הוא הממוצע של שיעורי ה- x של קצות הקטע, וכך גם שיעור ה- y .)

ג. הוכיחו: $\triangle ABM \cong \triangle ACM$, והסיקו ש- $AM \perp BC$.

ד. חשבו את שטח המשולש ABC .

160 **אוריינות** מכונית חשמלית מצוידת בסוללה של 60 קילוואט-שעה (קוט"ש). בעמדת טעינה מהירה הסוללה נטענת מ-20% ל-80% ב-30 דקות בקצב קבוע, ומ-80% ל-100% בעוד 30 דקות, בקצב קבוע אחר.

- מה קצב הטעינה (בקוט"ש לדקה) בכל אחד משני השלבים?
- סרטוט גרף של אחוז הטעינה כפונקציה של הזמן, מ-20% עד 100%. האם קצב השינוי אחיד?
- המכונית צורכת 15 קוט"ש לכל 100 ק"מ. כמה ק"מ אפשר לנסוע עם סוללה טעונה ב-80%?
- נהגת הגיעה לעמדה עם 20% בסוללה, והיא צריכה לנסוע עוד 300 ק"מ. כמה דקות לפחות עליה לטעון?

161 **מצוינות** מגדילים תמונה שמידותיה 15×10 ס"מ, כך שהתמונה המוגדלת דומה למקורית ושטחה גדול ב-125% משטח המקורית.

- פי כמה גדל השטח? מה יחס הדמיון?
- מה מידות התמונה המוגדלת?
- מחיר ההדפסה הוא 0.2 ש"ל לכל סמ"ר. בכמה אחוזים יקרה הדפסת התמונה המוגדלת מהדפסת המקורית?
- חשיבה** דני רוצה תמונה דומה ששטחה 600 סמ"ר. מה יהיו מידותיה?

162 **מצוינות** סביבון מחולק לשלוש גזרות: גזרה אדומה עם זווית מרכזית של 90° , גזרה כחולה של 120° , והשאר – גזרה ירוקה. מסובבים את הסביבון, ולכל נקודה על ההיקף יש סיכוי שווה לעצור מול החץ.

- מה הזווית של הגזרה הירוקה? מה ההסתברות לעצור על כל צבע?
- מסובבים את הסביבון 600 פעמים. בערך כמה פעמים צפוי לצאת כל צבע?
- בניסוי של 600 סיבובים יצא אדום 210 פעמים. האם זה מתאים לחישוב? מה אפשר לחשוד?
- רוצים לשנות את הגזרות כך שההסתברות לעצור על אדום תהיה 0.4 ועל כחול 0.35. מה צריכות להיות הזוויות?

163 **אתגר** ממגורה (מחסן תבואה) בנויה מגליל שרדיוס בסיסו 3 מטרים וגובהו 8 מטרים, ועליו גג בצורת חרוט שגובהו 4 מטרים (בסיס החרוט זהה לבסיס הגליל).

- מה אורך הקו היוצר של הגג?
- כמה מ"ר פח דרושים לגג? (בלי הבסיס)
- חשבו את הנפח הכולל של הממגורה.
- ממלאים את הממגורה בתבואה עד 75% מנפח הגליל בלבד. כמה מ"ק תבואה יש בה? לאיזה גובה מגיעה התבואה?

הסיכום שלי לפרק

במילים שלכם: כלל אחד לזכור, טעות אחת שעשיתם ותרגיל אחד שכדאי לחזור אליו.


בוחן מסכם
פרק 15

90 דקות · מחשבון רגיל ודף הנוסחאות · ענו על כל השאלות · כתבו את כל שלבי הפתרון

לפני שמתחילים

פתרו את הבוחן בתנאי מבחן: בלי להציץ בתשובות או בפרקים הקודמים. בסיום בדקו את עצמכם בעזרת התשובות שבסוף החוברת, ומלאו את טבלת הציון. כך תדעו לאיזה פרק כדאי לחזור.

ש1 (15 נקודות) בחנות בגדים הוזל מחיר של מעיל ב-20%, ואחרי שבוע הוזל המחיר החדש בעוד 15%. אחרי שתי ההוזלות מחיר המעיל 340 ש.

א. מה היה המחיר המקורי של המעיל?

ב. בכמה אחוזים הוזל המעיל בסך הכול?

ג. בחנות היחס בין מספר המעילים למספר הסוודרים הוא 7 : 2, ויש בה בסך הכול 117 מעילים וסוודרים. נמכרו 6 מעילים. כמה סוודרים צריך למכור כדי שהיחס בין מספר המעילים למספר הסוודרים יהיה 3 : 1?

ש2 (15 נקודות)

א. פתרו את המשוואה: $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} = \frac{x-11}{12}$. מה מיוחד בה?

ב. פתרו את אי-השוויון: $4 - \frac{3x-1}{2} \leq x+2$.

ג. שני רוכבי אופניים יצאו באותה שעה משני כפרים שהמרחק ביניהם 51 ק"מ, ורכבו זה לקראת זה. מהירות הרוכב הראשון גדולה ב-3 קמ"ש ממהירות השני. אחרי שעה ו-12 דקות היה המרחק ביניהם 9 ק"מ (והם עוד לא נפגשו). מצאו את מהירויות הרוכבים.

ש3 (20 נקודות) הישר ℓ_1 עובר דרך הנקודות (0, 8) ו-(4, 0). הישר ℓ_2 עובר דרך ראשית הצירים ושיפועו $\frac{1}{2}$.

א. מצאו את משוואות הישרים.

ב. מצאו את נקודת החיתוך A של הישרים.

ג. הישר ℓ_1 חותך את ציר ה-x בנקודה B. חשבו את שטח המשולש OAB (O – ראשית הצירים).

ד. מצאו את משוואת הישר העובר דרך B ומקביל ל- ℓ_2 . הישר הזה חותך את ציר ה-y בנקודה C. מצאו את שיעורי C.

ה. עבור אילו ערכי x הישר ℓ_1 נמצא מעל הישר ℓ_2 ?

ש4 (15 נקודות) מיכל בצורת גליל, שרדיוס בסיסו 6 ס"מ, מלא מים עד גובה 10 ס"מ.

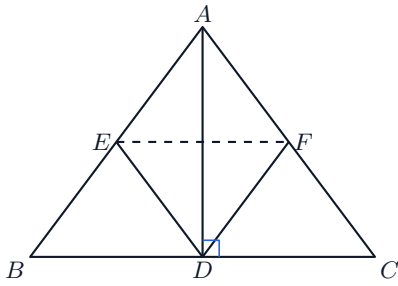
א. חשבו את נפח המים במיכל.

ב. שופכים את כל המים לכלי בצורת חרוט (שקודקודו למטה), שרדיוס פתחו 9 ס"מ וגובהו 20 ס"מ. האם המים יגלשו? נמקו בחישוב.

ג. מה אורך הקו היוצר של החרוט? (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית)

ד. מקל ישר מונח בתוך המיכל הגלילי (שגובהו 16 ס"מ). מה האורך הגדול ביותר של מקל שאפשר להכניס כולו לתוך המיכל?

ש5 (20 נקודות)



במשולש ABC נתון: $AB = AC$. AD הוא הגובה לבסיס BC . הנקודה E נמצאת על הצלע AB והנקודה F על הצלע AC , כך ש- $BE = CF$.

א. הוכיחו: $\triangle BED \cong \triangle CFD$.

ב. הוכיחו: המשולש EDF שווה-שוקיים.

ג. נתון גם: $EF \parallel BC$, $BC = 12$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ, $AE = 5$ ס"מ. חשבו את אורך הצלע AB ואת אורך הקטע EF .

ש6 (15 נקודות) בטבלה מתואר מספר הספרים שקראו תלמידי כיתה בחופש הגדול:

מספר ספרים	0	1	2	3	4
מספר תלמידים	3	7	9	6	5

א. חשבו את הממוצע, את החציון ואת השכיח.

ב. בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה. מה ההסתברות שקרא לפחות 3 ספרים? מה ההסתברות שקרא ספר אחד לפחות?

ג. הצטרפו לכיתה תלמידים חדשים, וכל אחד מהם קרא 4 ספרים. הממוצע החדש הוא 2.5. כמה תלמידים הצטרפו?

טבלת ציון – איפה אני עומד/ת?

שאלה	נושא	ביקוד	הציון שלי	קיבלתי פחות מחצי? חוזרים אלי:
1	אחוזים ויחס	15		פרקים 1 ו-2
2	משוואות, אי-שוויונות ושאלות תנועה	15		פרקים 3 ו-6
3	הפונקציה הקווית ושטחים	20		פרקים 5 ו-6
4	גליל, חרוט ופיתגורס	15		פרקים 7 ו-8
5	חפיפה, שווה-שוקיים ודמיון	20		פרקים 10 ו-11
6	סטטיסטיקה והסתברות	15		פרק 12
סה"כ		100		

אני יודע/ת – רשימת בדיקה לפני כיתה ט'

סמנו ✓ ליד כל מיומנות שאתם שולטים בה. על מה שלא סימנתם – חזרו בשבוע האחרון.

מספרים ואלגברה (פרקים 1, 2, 3 ו-6)

- ☐ מחלק/ת כמות ביחס נתון ומשתמש/ת בשרשרת יחסים.
- ☐ מחשב/ת מרחקים ושטחים לפי קנה מידה.
- ☐ מחשב/ת הגדלה והקטנה באחוזים ושינויים רצופים, ומוצא/ת כמות מקורית.
- ☐ פותר/ת משוואות עם סוגריים ומכנים, ומזהה משוואה שאין לה פתרון או שכל מספר הוא פתרון שלה.
- ☐ בונה משוואה לשאלה מילולית, כולל שאלות תנועה ואחוזים.
- ☐ פותר/ת מערכת של שתי משוואות, וקושר/ת אותה לחיתוך של ישרים.
- ☐ פותר/ת אי-שוויון, והופך/ת את הסימן כשכופלים או מחלקים במספר שלילי.
- ☐ מבחין/ה בין "וגם" ל"או".

פונקציות (פרקים 4 ו-5)

- ☐ מזהה אם התאמה היא פונקציה, ומוצא/ת תחומי עלייה וירידה.
- ☐ קורא/ת גרף ומחשב/ת קצב שינוי.
- ☐ מחשב/ת שיפוע ומוצא/ת משוואת ישר לפי נקודה ושיפוע, או לפי שתי נקודות.
- ☐ מוצא/ת נקודות חיתוך עם הצירים ובין ישרים, ומחשב/ת שטחים במערכת צירים.

גאומטריה (פרקים 7 עד 11)

- ☐ משתמש/ת במשפט פיתגורס ובמשפט ההפוך, גם בתיבה.
- ☐ מחשב/ת היקף של מעגל, שטח של עיגול ושל גזרה, ונפח ושטח של גליל ושל חרוט.
- ☐ משתמש/ת בזוויות בין ישרים מקבילים, בזווית חיצונית ובאי-שוויון המשולש.
- ☐ מבצע/ת הזזה, שיקוף וסיבוב במערכת צירים.
- ☐ מוכיח/ה חפיפת משולשים (צ.צ.צ., צ.ז.צ., ז.צ.ז.) וכותב/ת הוכחה מנומקת.
- ☐ משתמש/ת בתכונות של משולש שווה-שוקיים ובמשפטים ההפוכים.
- ☐ מוכיח/ה דמיון לפי ז.ז., ומחשב/ת צלעות, היקפים ושטחים.

סטטיסטיקה והסתברות (פרק 12)

- ☐ מחשב/ת ממוצע, חציון, שכיח וטווח, גם מטבלת שכיחויות.
- ☐ משווה בין שני מקורות מידע, ומעריך/ה ערכים בעזרת אינטרפולציה.
- ☐ מחשב/ת הסתברות ומשתמש/ת בתוצאה משלימה.

מציאות (פרק 13)

- ☐ מוצא/ת דוגמה נגדית ורושם/ת שלילה של טענה.
- ☐ מזהה דפוסים בסדרת פיבונאצ'י ומנמק/ת אותם.

מחברת הטעויות שלי

טעויות הן חלק מהלמידה. רשמו כאן כל טעות חשובה – ובשבוע האחרון קראו את הטבלה מההתחלה.

תרגיל	במה טעיתי?	למה זה קרה?	הדרך הנכונה

איך משתמשים בטבלה?

אל תסתפקו בכתיבת "טעות חשובה". שאלו את עצמכם: האם שכחתי להפוך את סימן אי-השוויון? כפלתי רק חלק מהאיברים במכנה המשותף? חישבתי אחוזים מהכמות הלא נכונה? בחרתי משפט חפיפה בלי לבדוק שהזווית נמצאת בין הצלעות? אחרי כמה שורות תגלו שחלק מהטעויות שלכם חוזרות על עצמן – וזה בדיוק מה שצריך לתקן לפני כיתה ט'.

תשובות סופיות

בשאלות "הוכיחו/הראו" מופיע רק כיוון קצר לפתרון. קירובים של ביטויים עם π חושבו לפי $\pi \approx 3.14$. העיגול נעשה רק בתוצאה הסופית, ולא בשלבי הביניים.

פרק 1 – יחס, פרופורציה וקנה מידה

- 1** א. $10 : 12 = 9 : 11$ ב. $1 : 27 = 36 : 30$ ג. $10 : 33 = 30 : 30$
- 2** א. 0.4 ליטר תרכיז, 2 ליטר מים ב. 0.8 ליטר ג. 0.1 ליטר
ד. הוא אינו צודק. למשל, הוספת 0.4 ליטר מכל אחד נותנת
 $0.8 : 2.4 = 1 : 3$
- 3** א. 1.8 ק"מ ב. 32 סמ"ר (שטחים משתנים פי $25,000^2$) ג. $1 : 50,000$
- 4** א. $8 : 15$ ב. $a = 16, b = 24, c = 30$ ג. $\frac{39}{16}$
- 5** א. מכונה ב': 90 דפים לדקה (מכונה א': 75) ב. 16 דקות ג. 22 דקות
- 6** א. 240 סמ"ר (צלעות 12 ו- 20) ב. $4 : 9$ ג. 48 ס"מ (צלעות 9 ו- 15)
- 7** א. כותנה – 44 ש, פשתן – 40 ש ב. 1.75 מטרים כותנה ו- 4.25 מטרים פשתן ג. כן: ביחס ישר, לאורך 0 מתאים מחיר 0
- 8** א. 37.44 מטרים ב. 62.208 מ"ר ($120 \cdot 72^2 = 622,080$ סמ"ר) ג. $48 : 72 = 2 : 3$
- 9** א. 36 תלמידים (20 בנים ו- 16 בנות) ב. ההפרש בין מספר הבנים למספר הבנות נשאר 4 , והוא הופך לחלק קטן יותר ויותר מכל קבוצה
- 10** א. $7,200$ ש ב. הראשון היה מרוויח 360 ש ($1,800$ במקום $1,440$), והשני היה מרוויח 240 ש ($2,400$ במקום $2,160$)
- 11** א. בשני המשולשים הגובה M אישר BC משותף, ולכן יחס השטחים שווה ליחס הבסיסים $BP : PC$ ב. $1 : 5$ ג. $2 : 3$
- 12** 7.5 ק"ג מתערובת א' ו- 2.5 ק"ג מתערובת ב'

פרק 2 – אחוזים

- 13** א. $1.25 \cdot 0.8 = 1$ ב. ירד ב- 4% ג. $\frac{2}{7}$, כלומר כ- 28.57% ד. לא תלוי – כפל מכפילים אינו תלוי בסדר
- 14** א. 420 ש ב. בחנות של יואב; בחנות האחרת המחיר 369.6 ש, גבוה ב- 12.6 ש
- 15** א. 100 בנים ו- 60 בנות ב. ב- 5.625%
- 16** א. $4,000$ ש ב. אחרי 5 שנים (כ- $5,105$ ש) ג. היא אינה צודקת. $1.63 \approx 1.05^{10}$, כלומר גידול של כ- 63%
- 17** א. $x = 20$ ב. השטח לא השתנה (400 סמ"ר) ג. ההיקף קטן מ- 82 ל- 80 ס"מ, בכ- 2.44% . שטח שווה אינו מבטיח היקף שווה
- 18** א. 200 ש ב. 177 ש ג. היא אינה צודקת: בשני המקרים כופלים ב- $1.18 \cdot 0.75$, והסדר לא משנה
- 19** א. יוסי חישב את ההפרש בין האחוזים (10 נקודות אחוז); דנה חישה את השינוי היחסי: $25\% = \frac{10}{40}$ ב. 256 ו- 320 תלמידים; גידול של 25% – דנה צודקת
- 20** $p = 30$ ($1.3 \cdot 0.7 = 0.91$)
- 21** א. 100 גרם ב. 25 גרם
- 22** א. ב- 10% ב. כ- 22.47% ($q^2 = 1.5$)
- 23** $x = 30$

פרק 3 – משוואות ושאלות מילוליות

- 24** א. $x = 2$ ב. $x = -1$ ג. $x = -15$ ד. $x = \frac{2}{3}$ ה. אין פתרון

$$(-4 = -12) \text{ ו. כל מספר הוא פתרון } (-10 = -10)$$

- 25** א. $x = 6$ ב. $a = 9$ ג. $a = 3, b = -6$ ד. כל b שונה מ- -6 (למשל $b = 0$); יש אינסוף ערכים כאלה
- 26** א. 70 קמ"ש ו- 90 קמ"ש ב. 157.5 ק"מ ג. אחרי 1.875 שעות (שעה, 52 דקות ו- 30 שניות) לפני הפגישה, ואחרי 2.625 שעות (שעתיים, 37 דקות ו- 30 שניות) אחריה
- 27** 6 מטבעות של 10 ש, 18 של 5 ש ו- 28 של 2 ש
- 28** א. 220 כרטיסים למבוגרים ו- 200 לבני נוער ב. כן: $29,800$ ש, גידול של כ- 7.97%
- 29** 180 עמודים
- 30** א. האם בת 45 , הבת בת 15 ב. בעוד 15 שנים ג. כן, בעוד 45 שנים (90 ו- 60)
- 31** א. בשעה $12:30$, במרחק 315 ק"מ ב. 10 דקות (המכונית הגיעה ב- $12:50$, האוטובוס ב- $13:00$)
- 32** א. דנה $\frac{1}{6}$, יוסי $\frac{1}{3}$ ב. שעתיים ג. $\frac{5}{3}$ שעה (שעה ו- 40 דקות)
- 33** א. $x = 10$ ב. $x = -5$ ג. $a = -\frac{5}{3}$
- 34** א. 10 אוטובוסים, 465 תלמידים ב. לא: 465 אינו מתחלק ב- 10
- 35** א. 90° ב. $16\frac{4}{11}$ דקות ג. $49\frac{1}{11}$ דקות
- 36** א. 20 מטרים לשנייה, 72 קמ"ש ב. 12 שניות ג. $11.43 \approx \frac{80}{7}$ שניות
- 37** א. הראשון: $1000 + \frac{S-1000}{10}$; השני: $2000 + \frac{S-1000}{10}$ ב. $S = 81,000$ ג. $\frac{1}{10}(S - (1000 + \frac{S-1000}{10}) - 2000)$ ש, 9 נכדים, כל אחד קיבל $9,000$ ש

פרק 4 – פונקציות

- 38** א. 5 שעות ב. עולה: מ- 0 עד 1 ומ- 1.5 עד 2.5 (מתרחק מהבית); קבוע: מ- 1 עד 1.5 ומ- 2.5 עד 3 (מנוחה); יורד: מ- 3 עד 5 (חוזר הביתה) ג. 15 קמ"ש, 10 קמ"ש ו- 12.5 קמ"ש ד. אחרי שעתיים, ואחרי 3.4 שעות (3 שעות ו- 24 דקות) ה. 50 ק"מ
- 39** א. פונקציה ב. לא פונקציה: לתאריך אחד יכולים להתאים כמה תלמידים, ולתאריך אחר – אף לא תלמיד אחד ג. לא פונקציה: למספר 9 מתאימים 3 ו- (-3) ד. פונקציה (פונקציה קבועה) ה. פונקציה
- 40** א. 56 ש בשני המקרים ב. המחיר הוא פונקציה של הזמן; הזמן אינו פונקציה של המחיר (למשל, ל- 56 ש מתאימים כל הזמנים שגדולים מ- 3 שעות ואינם גדולים מ- 4) ג. גרף "מדרגות": $20, 32, 44, 56, 68$ ד. 5 שעות
- 41** א. לא אחיד: $8, 6, 4, 2, 0$ – הקצב יורד ב. אחרי 3 דקות ג. הגרף עולה ומתעקס (נעשה פחות תלול) עד שהוא אופקי. למשל, סוגרים בהדרגה את הברז, ובסוף סוגרים אותו לגמרי
- 42** א. $f(3) = -3, f(2) = 12, f(0) = 0$ ב. הערכים: $5, 0, -3, -4, -3, 0, 5$ ג. $f(x) = 0$ או $x = 0$ או $x = 4$; $f(x) = -3$; $x = 1$ או $x = 3$ ד. יורדת כאשר $x < 2$, עולה כאשר $x > 2$; הערך הקטן ביותר הוא -4 (כאשר $x = 2$)
- 43** א. גרף (3) – ירידה בקצב קבוע ב. גרף (4) – עולה ואחר כך יורד ג. גרף (1) – יורד מהר בהתחלה ואחר כך לאט ד. גרף (2) – "מדרגות"
- 44** א. אורי, ב- 10 שניות (80 שניות לעומת 90) ב. אורי: 5 מ' לשנייה;

62 א. $(3, 2)$ **ב.** $(-1, 2)$ **ג.** $(2.5, 1.25)$ **ד.** אינסוף פתרונות: שתי המשוואות מתארות את אותו ישר

63 א. ספר – 43 ש, מחברת – 6 ש **ב.** 4 ספרים (9 מחברות)

64 9 ס"מ ו-8 ס"מ (האורך 9)

65 א. $x < 3$ **ב.** $x \leq 2.5$ **ג.** $x \leq 2$ **ד.** כל מספר הוא פתרון ($4 > 1$ תמיד)

66 5 מיניבוסים $(12m + 4(15 - m) \geq 100)$ **ב.** 7 מיניבוסים $(450m + 180(15 - m) \leq 4600)$ **ג.** 5, 6 או 7 מיניבוסים (והשאר מוניות)

67 א. $(3, 3)$ **ב.** $x > 3$ **ג.** $x < 6$ **ד.** $1.5 < x < 1.5$ או $x > 6$

68 בכיתה א' 32 תלמידים, בכיתה ב' 30

69 א. $a = 4$, $b = 3$ **ב.** $a = 1$ הישרים מקבילים (שיפוע $-\frac{1}{3}$) ואינם מתלכדים

70 א. 60 דקות: א' 44 ש, ב' 50 ש; 150 דקות: א' 80 ש, ב' 60 ש **ב.** פחות מ-75 דקות **ג.** חבילה ב' (50 ש לעומת 56 ש)

71 א. $3 < x \leq 7$ **ב.** כל מספר הוא פתרון **ג.** אין פתרון ($x < -1$) וגם $x > 2$ **ד.** 2, 4, 5, 7

72 15, 8, 22

73 א. a עשרות ו- b אחדות **ב.** 47 **ג.** $(10a + b) - (10b + a) = 9(a - b)$

פרק 7 – משפט פיתגורס

74 א. 6 מטרים **ב.** ב-1.4 מטרים (מ-2.5 ל-3.9)

75 א. 25 ס"מ **ב.** 12 ס"מ **ג.** $AD = 9$ ס"מ, $DB = 16$ ס"מ

76 א. בסיס 16 ס"מ, שטח 120 סמ"ר **ב.** $\frac{240}{17} \approx 14.12$ ס"מ

77 א. $AB = BC = 10$, $AC = 12$ – משולש שווה-שוקיים **ב.** 48 **ג.** 9.6

78 א. $\sqrt{160} \approx 12.65$ ס"מ **ב.** 13 ס"מ **ג.** $\sqrt{193} \approx 13.89$ ס"מ (האפשרויות האחרות: $\sqrt{241}$ ו- $\sqrt{265}$)

79 א. כן: $2.8^2 + 4.5^2 = 28.09 = 5.3^2$ **ב.** לא: $36 + 49 = 85 \neq$ **ג.** $x = 5$ (המשולש 5, 12, 13)

80 רוחב כ-143.9 ס"מ, גובה כ-80.9 ס"מ

81 א. 720 ס"מ (7.2 מטרים) **ב.** כ-722 ס"מ ($\sqrt{522,000} \approx 722.50$)

82 א. גובה $\sqrt{75} \approx 8.66$ ס"מ, שטח כ-43.30 סמ"ר **ב.** כ-259.8 סמ"ר **ג.** צלע 10 ס"מ, היקף 40 ס"מ, שטח 96 סמ"ר, גובה 9.6 ס"מ

83 א. 1,000 מטרים **ב.** ב-40% **ג.** 300 מטרים ($750 + 350 = 1,100$) במקום 1,400

84 א. $a\sqrt{2}$ ו- $a\sqrt{3}$ **ב.** מקצוע $\sqrt{48} \approx 6.93$ **ג.** $\frac{12}{\sqrt{3}}$ ס"מ; נפח כ-332.55 סמ"ק

85 א. $AE^2 = 100$, $AF^2 = 80$, $EF^2 = 20$ **ב.** $80 + 20 = 100$ ולכן לפי המשפט ההפוך הזווית הישרה היא $\angle AFE$ (בבדוק F) **ג.** 20 סמ"ר: $\frac{1}{2}\sqrt{80} \cdot \sqrt{20} = 20$ או $64 - 24 - 4 - 16 = 20$

86 א. $AD^2 = 169 - x^2 = 225 - (14 - x)^2$ **ב.** $AD^2 = 144$ **ג.** 84 וגם $225 - 81 = 144$; $AD = 12$ **ד.** 84

87 א. 6, 8 ו-24 ס"מ ($13k = 26$) **ב.** נפח 1,152 סמ"ק; שטח פנים 768 סמ"ר

פרק 8 – מעגל, גליל וחרוט

88 א. אלכסון 10 ס"מ, צלע $\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \approx 7.07$ ס"מ **ב.** 50 סמ"ר **ג.** $28.5 \approx 50 - 25\pi$ סמ"ר

89 א. שטח $62.8 \approx 20\pi$ סמ"ר; היקף $20 + 4\pi \approx \frac{4\pi\sqrt{96}}{3}$ **ב.** 2 ס"מ **ג.** $\sqrt{96} \approx 9.8$ גובה **ד.** $\sqrt{96}$ ס"מ; נפח $\frac{4\pi\sqrt{96}}{3}$

בני: $6.67 \approx \frac{20}{3}$ מ' לשנייה ואחר כך $3.33 \approx \frac{10}{3}$ מ' לשנייה **ג.** אחרי 60 שניות, במרחק 300 מ' **ד.** 50 מטרים (אחרי 30 שניות)

45 א. $10 - x$ **ב.** $0 < x < 10$ **ג.** 9, 16, 21, 24, 25, 24, 21, 16, 9 **ד.** 25 סמ"ר עולה כאשר $0 < x < 5$, יורדת כאשר $5 < x < 10$ **ה.** 25 סמ"ר – ריבוע שצלעו 5 ס"מ **ו.** 30 – לא (השטח לא עולה על 25); 26 – לא

46 א. לא: ההפרשים 4, 6, 8, 10 אינם קבועים **ב.** ההפרשים גדלים ב-2: עבור $x = 6$, $y = 43$; עבור $x = 0$, $y = 1$ **ג.** למשל $x = 4$: $16 + 4 + 1 = 21$, וכך גם לשאר הערכים

47 א. $g(3) = 3$, $g(7) = 7$, $g(-2) = 8$ **ב.** צורת V שקודקודה $(3, 3)$ **ג.** הערך הקטן ביותר הוא 3; יורדת כאשר $x < 3$ ועולה כאשר $x > 3$ **ד.** $g(x) = 5$: $x = 1$ או $x = 5$; $g(x) = 2$: אין פתרון

48 א. $h(1) = 1$, $h(7) = 2$, $h(12) = 6$, $h(16) = 5$ **ב.** לא עולה: למשל $h(6) = 4$ אבל $h(7) = 2$ **ג.** המספרים הראשוניים **ד.** למשל 9, 25 או 49 – ריבועים של מספרים ראשוניים

פרק 5 – הפונקציה הקווית

49 א. $y = 2x - 5$ **ב.** $y = -\frac{3}{4}x + 7$ **ג.** $y = -3x + 1$ **ד.** $y = 0$ – זה ציר ה- x עצמו (שתי הנקודות עליו)

50 א. השיפוע של AB ושל BC שווה ל-2; $y = -2x + 3$ **ב.** $k = \frac{3}{4}$ **ג.** $(1.5, 0)$

51 א. ישר I עולה – f (שיפוע חיובי); ישר II יורד – g **ב.** $A(1, 6)$, $B(-2, 0)$, $C(7, 0)$, $D(0, 4)$, $E(0, 7)$ **ג.** $S_{ABC} = 27$, $S_{ADE} = 1.5$ **ד.** 23 **ה.** התיכון לצלע BC , דרך אמצעה $(2.5, 0)$: $y = -4x + 10$

52 א. א': $12 + 4x$, ב': $6x$, ג': 60 **ב.** שלושה ישרים: א' עולה מ- $(0, 12)$, ב' עולה מראשית הצירים, ג' אופקי ($y = 60$) **ג.** בנסיעה של 6 ק"מ המחיר בשתי החברות שווה – 36 ש **ד.** ב' – עד 6 ק"מ; א' – בין 6 ל-12 ק"מ; ג' – מעל 12 ק"מ (ב-6 וב-12 ק"מ יש שוויון)

53 א. א': $600 - 30t$, ב': $60 + 15t$ **ב.** כעבור 12 דקות, 240 ליטר בכל מיכל **ג.** כעבור 8 דקות **ד.** $660 - 15t$ – יורדת בקצב של 15 ליטר לדקה (עד שמיכל א' מתרוקן, כעבור 20 דקות)

54 א. $AB: y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$; $BC: y = 4x - 18$ **ב.** $y = \frac{1}{4}x + 4.5$; $y = 4x - 3$ **ג.** $D(2, 5)$; $ABCD$ מעוין – מקבילית שכל צלעותיה שוות ל- $\sqrt{17}$

55 א. $T = 12t + 10$ **ב.** 10° ; הטמפרטורה עולה ב- 12° בכל דקה **ג.** כעבור 7.5 דקות **ד.** לא: מים לא מתחממים מעל 100° (הנוסחה נותנת 154°)

56 א. $k = 5$ **ב.** $k = -5$, $(0, 5)$ **ג.** $(9, 23)$

57 א. קצב השינוי קבוע: 4 ש לק"מ; $y = 4x + 15$ **ב.** 4 ש לכל ק"מ; 15 ש תשלום התחלתי **ג.** 21.25 ק"מ

58 א. $x = -\frac{6}{m}$ **ב.** $m = \frac{3}{4}$ או $m = -\frac{3}{4}$

59 א. $(2, 5)$ **ב.** $(0, 1)$, $(6, 1)$, $(2, 5)$; השטח **ג.** $k = 9$ (קודקודים $(2, 5)$, $(-2, 9)$, $(4, 9)$)

60 א. $(2, 4)$, $(-6, -4)$, $(3.6, 0.8)$ **ב.** 19.2 **ג.** -2.56 **ד.** $-32 - 76.8$ (23.04)

61 א. $y = 3$, $y = x + 1$, $y = -2x + 7$ **ב.** הצבת $x = 2$ נותנת $y = 1.5x$: $m = 1.5$ **ג.** לכל m : $y = 2m - 2m + 3 = 3$ **ד.** $y = -x + 5$: לא: לכל ישר במשפחה יש שיפוע m , ولیשר אנכי אין שיפוע

פרק 6 – מערכות משוואות ואי-שוויונות

41.0 סמ"ק

מסכום הזוויות במשולש: $\alpha_1 + (\alpha_3 + \alpha_5) + (\alpha_2 + \alpha_4) = 180^\circ$
110 א. $(-3, -1)$ **ב.** $(x, -y) \rightarrow (-x, -y)$ **ג.** הזזה של 6 יחידות ימינה: $(x, y) \rightarrow (x + 6, y)$

111 א. $\angle DEF = 130^\circ$ **ב.** $120^\circ + 70^\circ = 60^\circ + 130^\circ$ זה לא מקרי: ישרים מקבילים דרך C ו- D מחלקים כל זווית לשני חלקים, וכל חלק מופיע פעם אחת בכל אגף

פרק 10 – חפיפת משולשים ומשולש שווה-שוקיים

112 א. $AO = OC$, $BO = OD$ (נתון), $\angle AOB = \angle COD$ (קודקודיות) – **צ.ז.צ. ב.** מהחפיפה $\angle BAO = \angle DCO$ מתחלפות שוות, ולכן $AB \parallel CD$ **ג.** $AB = CD$ (מסעיף א), BD משותפת, וגם $AD = CB$ (מחפיפת $\triangle AOD \cong \triangle COB$)
צ.ז.צ. – צ.ז.צ. ב.

113 א. **צ.ז.צ. ב.** מהחפיפה $\angle BAC = \angle DAC$ **ג.** $AB = AD$, $\angle BAE = \angle DAE$, AE משותפת – **צ.ז.צ. ב.** מהחפיפה $BE = ED$ ו- $\angle AEB = \angle AED$; שתי הזוויות צמודות, ולכן כל אחת מהן 90°

114 א. $\angle B = \angle C = 72^\circ$, $\angle ABD = \angle DBC = 36^\circ$, $\angle ADB = 108^\circ$, $\angle BDC = 72^\circ$, $\angle ABD = \angle A = 36^\circ$ **ב.** $AD = BD$ ולכן $\angle BDC = \angle C = 72^\circ$ **ג.** $AD = BD = BC = 5$ ס"מ

115 ב. $\angle ACB = 50^\circ$ (זווית חיצונית למשולש ACD), $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle BAC = 80^\circ$ **ג.** 105°

116 א. $S = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{AB \cdot CE}{2}$ **ב.** מסעיף א ומהנתון $BD = CE$ נובע $AC = AB$

117 א. $DB = AB - AD = AC - AE = EC$ **ב.** $DB = EC$, $\angle DBC = \angle ECB$ (זוויות בסיס), BC משותפת – **צ.ז.צ. ג.** מהחפיפה $\angle DCB = \angle ECB$, ולכן $FB = FC$ **ד.** $\triangle ABF \cong \triangle ACF$ לפי **צ.ז.צ.** ולכן $\angle BAF = \angle CAF$

118 א. $AM = MB$, $\angle AMC = \angle BMC = 90^\circ$, CM משותפת – **צ.ז.צ. ב.** אותו נימוק במשולשים AMP ו- BMP **ג.** כל נקודה על הישר נמצאת במרחקים שווים מ- A ומ- B (הישר הוא "האנך האמצעי" של AB)

119 א. $\angle A = 40^\circ$, $\angle C = \angle B = 70^\circ$ **ב.** 50° **ג.** $\angle DBC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{1}{2} \angle A$

120 א. זוויות מתאימות וזוויות מתחלפות בין מקבילים **ב.** $\angle DAE = \angle EAC$ (חוצה זווית), ולכן $\angle ABC = \angle ACB$ ו- $AB = AC$ **ג.** "במשולש שווה-שוקיים, חוצה הזווית החיצונית ליד קודקוד הראש מקביל לבסיס" – הזווית החיצונית $\angle B$ $\angle DAC = 2\angle C$, ולכן מחציתה שווה ל- $\angle C$: זוויות מתחלפות שוות

121 א. שתייהן שוות ל- $60^\circ + \angle BAC$ **ב.** $AC = AE$, $DA = BA$ (צלעות של משולשים שווה-צלעות) והזווית שביניהן שווה (סעיף א) – **צ.ז.צ. ג.** צלעות מתאימות במשולשים חופפים

122 א. $AB = BC$, $\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$, $BE = CF$ – **צ.ז.צ. ב.** צלעות מתאימות **ג.** מהחפיפה $\angle BAE = \angle CBF$ במשולש ABE : $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$, ולכן $\angle GBE + \angle GEB = 90^\circ$, ומכאן $\angle GEB = 90^\circ$

123 ב. $\frac{AB \cdot PM}{2} + \frac{AC \cdot PN}{2} = \frac{AC \cdot BH}{2}$ **ג.** מכיוון ש- $AB = AC$ מחלקים ב- $\frac{AC}{2}$ ומקבלים $PM + PN = BH$

124 א. $\angle MAP = \angle NAP$, $\angle AMP = \angle ANP = 90^\circ$, ולכן גם $\angle APM = \angle APN$; עם הצלע המשותפת AP – **צ.ז.צ. ב.** צלעות מתאימות במשולשים חופפים

פרק 11 – דמיון משולשים

125 א. $\angle A$ משותפת, $\angle ADE = \angle ABC$ (מתאימות) – **ז.ז.**

90 א. $410.3 \approx 130.68\pi$ סמ"ק – לא נכנס חצי ליטר **ב.** $79.2\pi \approx 248.7$ סמ"ר **ג.** 3.6 ס"מ ($\pi^2 = 13.068$)

91 א. רדיוס 6 ס"מ, גובה 8 ס"מ **ב.** $96\pi \approx 301.4$ סמ"ק **ג.** מעטפת $188.4 \approx 60\pi$ סמ"ר, שטח פנים $96\pi \approx 301.4$ סמ"ר **ד.** לא: נפח נמדד בסמ"ק ושטח בסמ"ר – אלה גדלים שונים, והשוויון במספרים מקרי

92 א. $942,000 \approx 300,000\pi$ סמ"ק, 942 ליטר **ב.** $2,250\pi \approx 7,065$ סמ"ק **ג.** 134 פעמים ($\frac{300,000}{2,250} = 133\frac{1}{3}$)

93 א. גדל ב- 8.9% ($1.089 = 1.1^2 \cdot 0.9$) **ב.** קטן ב- 1% ($0.9 = 1.1 \cdot 0.9$)

94 א. $388.4 \approx 200 + 60\pi$ מטרים **ב.** $7.54 \approx 2.4\pi$ מטרים **ג.** כדי ששני הרצים ירצו אותו מרחק: הפרש של 7.54 מטרים בהקפה

95 א. 5 ס"מ **ב.** נפח 785 סמ"ק; שטח פנים 471 סמ"ר **ג.** לא: הרדיוס $\frac{10}{2\pi} \approx 1.59$ ס"מ והנפח 250 סמ"ק בלבד

96 א. בפנייה הגדולה: $706.5 \approx 225\pi$ סמ"ר לעומת $200\pi \approx 628$ **ב.** בשתי הקטנות: 0.080 ש"ל לסמ"ר לעומת 0.085 **ג.** השטח גדל פי $2.25 = 1.5^2$

97 א. כל עלה בנוי משני "קטעי עיגול", וכל אחד מהם הוא רבע עיגול פחות משולש **ב.** $9.12 \approx 16 - 8\pi$ סמ"ר **ג.** $6.88 \approx 32 - 8\pi$ סמ"ר

98 א. שלוש מהמים: $75.4 \approx 24\pi$ סמ"ק **ב.** $5\frac{1}{3}$ ס"מ

99 א. $\frac{1}{2\pi} \approx 0.16$ מטר, 16 ס"מ **ב.** לא: $2\pi(r + d) = 2\pi r + 1$ נותן $d = \frac{1}{2\pi}$ לכל r

100 א. רדיוס 6 ס"מ, קו יוצר 12 ס"מ **ב.** גובה $10.39 \approx \sqrt{108}$ ס"מ; נפח $391.6 \approx 12\pi\sqrt{108}$ סמ"ק **ג.** צלעות החתך: 12, 12, $2 \cdot 6 = 12$

פרק 9 – זוויות, משולשים וטרנספורמציות

101 א. $\alpha = 75^\circ$ **ב.** $\alpha = 75^\circ$ (הזווית בין EB למקביל היא 50° , ובין ED למקביל 25°)

102 א. $x = 30$; $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ **ב.** חד-זווית (כל הזוויות קטנות מ- 90°)

103 א. $3 < x < 9$ **ב.** 5 משולשים (4, 5, 6, 7, 8) **ג.** אין ערך שלם; עבור $x = 4.5$ מתקבל משולש שווה-שוקיים שצלעותיו 4.5, 10, 10

104 א. 24 סמ"ר – התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח **ב.** $S_{BED} = S_{ABE} = 12$ סמ"ר (BE תיכון במשולש ABD) **ג.** 24 סמ"ר ($12 + 12$)

105 א. $(-1, 1)$, $(-4, 1)$, $(-1, 3)$ **ב.** $(-1, -1)$, $(-4, -1)$, $(-1, -3)$ **ג.** שיקוף ביחס לציר x **ד.** $(6, -2)$, $B \rightarrow C \rightarrow (3, 0)$ (הזזה ב-2 ימינה וב-3 למטה) **ה.** כן – טרנספורמציות שומרות על אורכים ועל זוויות

106 א. 30° , 45° , 105° **ב.** 150° , 135° , 75° ; הסכום 360° **ג.** כל זווית חיצונית שווה ל- 180° פחות הזווית הפנימית שלידה: $3 \cdot 180^\circ - 180^\circ = 360^\circ$

107 א. $M(2, 0)$; $S_{ABC} = 36$, $S_{ABM} = 18$ **ב.** $\sqrt{40} \approx 6.32$ **ג.** $S_{GBC} = 12$; $G(\frac{4}{3}, 2)$

108 א. 125° **ב.** $\frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ **ג.** לא – $\angle BIC$ תמיד גדולה מ- 90°

109 כיוון ההוכחה: במשולש שאחת מזוויותיו α_1 (בקצה העליון של הכוכב), כל זווית בסיס היא זווית חיצונית של משולש שבו שתיים מזוויות הכוכב: האחת שווה ל- $\alpha_3 + \alpha_5$ והשנייה ל- $\alpha_2 + \alpha_4$

149 א. לא נכון: $2 + 3 = 5$ נכון ג. לא נכון: 9 ד. לא נכון: $x = \frac{1}{2}$ ה. נכון, למשל $x = \frac{1}{2}$ לא נכון: משולש שווה-שוקיים שזווית הראש שלו 120°

150 א. (1) "יש מספר זוגי שאינו מתחלק ב-4"; (2) "לכל משולש סכום הזוויות אינו 200° "; (3) $x \leq 3$ או $x \geq 7$ ב. (1) השלילה נכונה (למשל 6); (2) השלילה נכונה; (3) עבור $x = 8$ השלילה נכונה ג. לא – ייתכן שהכביש רטוב מסיבה אחרת (למשל השקיה). המסקנה "ירד גשם" נשענת על הטענה ההפוכה, שאינה בהכרח נכונה

151 א. רן נוכל ושיר אבירה (אילו רן היה אביר, דבריו היו שקר) ב. שיר אבירה ורן נוכל ג. אביר לא יכול לומר זאת (זה שקר), ונוכל לא יכול לומר זאת (זו אמת)

152 א. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ב. הסכומים 2, 4, 7, 12, 20 – כל סכום קטן ב-1 מאיבר שנמצא שני מקומות אחרי האיבר האחרון בסכום ג. $F_{12} - 1 = 143$ ד. 1.618, 1.618, 1.625, 1.619, 1.618 (יחס הזהב)

153 א. 1, 2, 3, 5 ב. הצעד האחרון הוא מדרגה אחת (לפניו עלו $n-1$ מדרגות) או שתי מדרגות (לפניו עלו $n-2$ ג. 89

154 א. 1, 4, 9, 16 – סכום n המספרים האי-זוגיים הראשונים הוא n^2 ב. $2,500$ ג. $3n = (n-1) + n + (n+1)$ ד. לא: $1+2+3+4 = 10$

פרק 14 – שאלות משולבות

155 א. $A(8,0)$, $B(0,6)$; $AB = 10$ ב. 4.8 ג. $\left(\frac{6.8}{10}\right)$ $\left(\frac{AH}{8} = \frac{8}{10}\right)$ משותפת ושתי זוויות ישרות – ז. $AH = 6.4$ ד. $H(2.88)$, 3.84 (הוא AB -מ-0.64)

156 א. לפני: $12 + 4x$; אחרי: $15 + 4.4x$ ב. 6 ק"מ ג. בפחות מ-15%; ככל שהנסיעה ארוכה יותר, החלק של המחיר לק"מ (שהתייקר ב-10%) גדל, ולכן ההתייקרות מתקרבת ל-10%

157 א. $20,000\pi$ סמ"ק, כ-62.8 ליטרים ב. $1,256 \approx 400\pi$ סמ"ק; כ-1.59 ס"מ בדקה ג. $h \approx 1.59t$; $0 \leq t \leq 31.4$ ד. לא: בהתחלה החרוט צר והגובה עולה מהר, ואחר כך לאט יותר – הגרף עולה ומתעקם (נעשה פחות תלול)

158 א. $81(b+g) = 76b + 84g$ ב. $3 : 5 = g : b$ ג. 12 בנים ו-20 בנות ד. לא; רק כשמספר הבנים שווה למספר הבנות

159 א. $AB = AC = \sqrt{40}$, $BC = \sqrt{32}$ ב. $M(5,5)$ ג. צ.צ.צ. (משותפת); הזוויות $\angle AMB$ ו- $\angle AMC$ שוות וצמודות, ולכן ישרות ד. 16 $\left(\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{32}}{2}, AM = \sqrt{32}\right)$

160 א. 1.2 קוט"ש לדקה, ואחר כך 0.4 קוט"ש לדקה ב. לא אחיד: הגרף עולה בשני קטעים ישרים, והשני פחות תלול ג. 320 ק"מ ד. 27.5 דקות (צריך 45 קוט"ש; יש 12, חסרים 33)

161 א. פי 2.25; יחס הדמיון 1.5 ב. 15×22.5 ס"מ ג. ב-125% (67.5 ש לעומת 30 ש) ד. 20×30 ס"מ (יחס דמיון 2)

162 א. 150° ; אדום $\frac{1}{4}$, כחול $\frac{1}{3}$, ירוק $\frac{5}{12}$ ב. אדום 150, כחול 200, ירוק 250 ג. 210 רחוק מ-150 – אפשר לחשוך שהסביבו לא מאוזן (אבל זו אינה הוכחה) ד. אדום 144° , כחול 126° , ירוק 90°

163 א. 5 מטרים ב. $15\pi \approx 47.1$ מ"ר ג. $263.8 \approx 84\pi$ מ"ק ד. $169.6 \approx 54\pi$ מ"ק; גובה 6 מטרים

פרק 15 – בוחן מסכם

ש6 א. 500 ש ב. 32% ג. 31 סוודרים (היו 26 מעילים ו-91 סוודרים; נשארים 20 מעילים ו-60 סוודרים)

ש6 א. כל מספר הוא פתרון ב. $x \geq 1$ ג. 19 קמ"ש ו-16 קמ"ש

ש6 א. $\ell_1 : y = -2x + 8$; $\ell_2 : y = \frac{1}{2}x$ ב. $A(3.2)$ ג. 3.2

ב. 15 ס"מ ג. היקפים 5 : 3, שטחים 25 : 9 ד. $S_{ADE} = 36$ סמ"ר, $S_{DECB} = 64$ סמ"ר

126 א. $\angle ACD = \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$ ו- $\angle B$ משלימות את $\angle A$ ל- 90° ז. ב. 6 ס"מ ג. $AC = \sqrt{52} \approx 7.21$ ס"מ, $BC = \sqrt{117} \approx 10.82$ ס"מ מהדמיון $\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}$

127 א. 1.5 מטרים ב. $\frac{d}{3}$ ג. לא: הצל מתארך בקצב של $\frac{1}{3}$ מטר בשנייה

128 א. זוויות קודקודיות שוות, ו- $\angle CDO = \angle BAO$ (מתחלפות) – ז. $OB = 7$, $CD = 12$ ב. $k = \frac{2}{3}$ ג. $4 : 9$

129 א. $\frac{a}{b} = \frac{b}{a/2}$ ב. $\frac{a}{b} = \sqrt{2} \approx 1.414$ ג. $a : b = \sqrt{2} \approx 1.414$; $\frac{29.7}{21} \approx 1.414$ ד. פי 2; יחס הדמיון $\sqrt{2}$

130 א. בשני המשולשים יש זווית ישרה, וזווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה – ז. ב. 12.8 מטרים

131 א. מהדמיון $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (ז.ז.) ב. $x = 4$ $\left(\frac{x}{2x+2} = \frac{6}{15}\right)$ ג. $DE = 8$

132 א. 30×40 ס"מ ב. לא: $\frac{20}{30} \neq \frac{30}{40}$ ג. 7.5 ס"מ (המלבן החיצוני 30×40 , כלומר $\frac{30}{45} = \frac{20}{30}$)

133 א. $\angle E$ משותפת, $\angle EAB = \angle EDC$ (מתאימות) – ז. $BC = 5$, $AD = 6$ ב. $k = \frac{5}{3}$ ג. $SEDC = 18 \cdot \frac{25}{9} = 50$

134 א. $\angle A$ משותפת, $\angle AFE = \angle ACB = 90^\circ$ – ז. $s = \frac{6-s}{6} = \frac{s}{6}$ ג. $\frac{24}{7} \approx 3.43$

135 א. $SCOD = 27$, $k = \frac{1}{3}$ ב. $AO : OC = 1 : 3$ למשולשים AOD ו- COD אותו גובה מ- D , ולכן $SAOD = \frac{1}{3}SCOD$ ג. $SAOD = S_{BOC} = 9$ ג. $3 \cdot SAOB = 48$ שטח הטרפז

136 א. 3.6 מטרים ב. לא: $\frac{h}{6} + \frac{h}{9} = 1$ בכל מרחק, ולכן $h = \frac{6 \cdot 9}{6+9} = 3.6$

פרק 12 – סטטיסטיקה והסתברות

137 א. $k = 10$ (30 תלמידים) ב. חציון 8, שכיח 5 ג. $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ ד. כ-8.77 $\left(\frac{263}{30}\right)$; החציון עלה ל-9

138 א. 88 ב. ירד, לכ-79.31 $\left(\frac{2300}{29}\right)$

139 א. הטענה על מאי אינה נכונה: הגידול הוא 25%. בחצי השנה ביקרו 12,600 איש (נכון), והממוצע לחודש הוא 2,100 (נכון) ב. 2,100 ג. ב-10%

140 א. יום 7: 11 ס"מ; יום 18: 20.8 ס"מ – אינטרפולציה ב. אקסטרפולציה: בימים 0 עד 15 הצמח גדל 1 ס"מ ביום, ו- $44 = 4 + 40$ ג. קצב הגדילה הולך וקטן (3, ואחר כך 1 ס"מ בחמישה ימים), ולכן הגובה ביום ה-40 כנראה יהיה בערך בין 23 ל-25 ס"מ

141 א. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; $\frac{7}{12}$ ב. 6 כדורים ג. $\frac{4}{11}$

142 א. $\frac{110}{600} \approx 0.183$; $\frac{322}{600} \approx 0.537$ ב. $\frac{1}{6} \approx 0.167$ – קרוב לשכיחות היחסית ג. לא: בניסוי אקראי השכיחות היחסית לא יוצאות בדיוק שוות להסתברות, וההבדלים כאן קטנים

143 א. 36 תוצאות ב. $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ג. $\frac{35}{36} = \frac{1}{6}$ ד. 7 – יש לו הכי הרבה תוצאות מתאימות (6)

144 א. כדורגל 144, כדורסל 90, שחייה 54, טניס 72 ב. 144° , 90° , 54° , 72° ג. לא: צריך לדעת כמה תלמידים השתתפו בסקר השני

145 א. ממוצע 27, חציון 25, טווח 16 ב. הנתון הגדול ביותר והנתון הקטן ביותר גדלים שניהם ב-3, וההפרש ביניהם לא משתנה

146 א. $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$; $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ ב. $\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$ ג. $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$

147 א. למשל 3, 7, 12, 14, 14, 14, 6, 4, 14, 14 – האפשרות היחידה

148 א. 12 בנים ב. 4 בנים ג. 18 בנות $\left(\frac{12}{30+18} = \frac{1}{4}\right)$

פרק 13 – חשיבה מתמטית: לוגיקה ופיבונאצ'י

ש6 א. $BD = DC$ (בשווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון),

$\angle B = \angle C$, $BE = CF$ - ז.ז.צ.ב. מהחפיפה $DE = DF$

ג. $AB = 10$ ס"מ; $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ביחס $\frac{1}{2}$, ולכן $EF = 6$ ס"מ

ש6 א. ממוצע 2.1, חציון 2, שכיח 2 ב. $\frac{11}{30}$; $\frac{9}{10} = \frac{27}{30}$ ג. 8 תלמידים

ז. $y = \frac{1}{2}x - 2$, $C(0, -2)$ ה. $x < 3.2$

ש6 א. $1,130.4 \approx 360\pi$ סמ"ק ב. לא יגלשו: נפח החרוט

$1,695.6 \approx 540\pi$ סמ"ק, גדול מנפח המים ג. $\sqrt{481} \approx$

21.93 ס"מ. 20 ס"מ $(\sqrt{12^2 + 16^2})$



נספח

דף הנוסחאות – כיתה ח'

בעמודים הבאים ריכזנו את **כל הנוסחאות והמשפטים** שבחוברת, לפי הנושאים של כיתה ח' בשנת תשפ"ז: **יחס ואחוזים, הפונקציה הקווית, גאומטריה (זוויות, חפיפה, שווה-שוקיים, דמיון ופיתגורס), מעגל, גליל וחרוט וסטטיסטיקה והסתברות.**

הדף אינו פרסום רשמי של משרד החינוך. הוא נועד לחזרה ולסיכום – כדאי להכיר את רוב הנוסחאות בעל פה.

טיפ

פתרו את הבוחן המסכם (פרק 15) עם הדף הזה ביד. אחר כך כסו את הדף ונסו לכתוב אותו מהזיכרון – כך תדעו מה אתם כבר יודעים ומה עוד צריך לחזור עליו.

דף הנוסחאות – כיתה ח'

אינסוף · הקבצה א' ומצוינות · קיץ תשפ"ז

זוויות ומשולשים

מקבילים	מתאימות שוות, מתחלפות שוות, חד-צדדיות $= 180^\circ$
במשולש	סכום הזוויות 180° ; זווית חיצונית = סכום שתי הפנימיות שאינן צמודות לה
צלעות	$a + b > c$ (לכל שתי צלעות)
תיכון	מחלק את המשולש לשני משולשים שווים שטח
חפיפה	צ.צ.צ. □ צ.ז.צ. (הזוויות בין הצלעות) □ צ.ז.ז. (הצלע בין הזוויות)
שווה-שוקיים	זוויות הבסיס שוות; חוצה זווית הראש = תיכון לבסיס = גובה לבסיס
משפטים הפוכים	שתי זוויות שוות $\Rightarrow$ שווה-שוקיים; תיכון שהוא גובה, או חוצה זווית שהוא גובה $\Rightarrow$ שווה-שוקיים
דמיון	ז.ז.; צלעות, היקפים וגבהים ביחס k ; שטחים ביחס k^2

משפט פיתגורס

פיתגורס	$a^2 + b^2 = c^2$ (היתר - הצלעות)
ההפוך	$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ ישר-זווית
אלכסונים	ריבוע: $a\sqrt{2}$; תיבה: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

שטחים והיקפים

משולש	$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$
מלבן, ריבוע	$S = a \cdot b$; $S = a^2$
מקבילית	$S = a \cdot h_a$
טרפז	$S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

מעגל, גליל וחרוט

הקירוב π	$\pi \approx 3.14$
מעגל ועיגול	היקף המעגל $2\pi r$; שטח העיגול πr^2
גזרה	שטח $\frac{\alpha}{360} \pi r^2$; קשת $\frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r$
תיבה	$V = a \cdot b \cdot c$
גליל	מעטפת $2\pi r h$; שטח פנים $2\pi r^2 + 2\pi r h$ $V = \pi r^2 h$
חרוט	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$; $\ell^2 = r^2 + h^2$; מעטפת $\pi r \ell$
יחידות	1 ליטר = 1,000 סמ"ק; 1 מ"ק = 1,000 ליטר

יחס, פרופורציה ואחוזים

יחס	$a : b = \frac{a}{b}$; חלוקה ביחס $m : n$ – $\frac{m}{m+n}$ ו- $\frac{n}{m+n}$ מהשלם
פרופורציה	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$
קנה מידה $1 : n$	אורך במציאות $n \cdot$ אורך בסרטוט; שטח במציאות $n^2 \cdot$ שטח בסרטוט
הגדלה ב-% p	כפל ב- $(1 + \frac{p}{100})$
הקטנה ב-% p	כפל ב- $(1 - \frac{p}{100})$
שינוי באחוזים	$\frac{\text{מקורי} - \text{חדש}}{\text{מקורי}} \cdot 100$
שינויים רצופים	כופלים את המכפילים: $1.2 \cdot 0.9 = 1.08$ (עלייה של 8%)

משוואות ואי-שוויונות

משוואה	אותה פעולה בשני האגפים. $0 = 0$ כל מספר הוא פתרון; $5 = 0$ אין פתרון
אי-שוויון	כפל או חילוק במספר שלילי – הופכים את הסימן: $-2x < 6 \Rightarrow x > -3$
תנועה	דרך = מהירות · זמן

הפונקציה הקווית

משוואת ישר	$y = mx + b$ (חיתוך עם ציר ה-y)
שיפוע	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
מקבילים	$m_1 = m_2$
ישרים מיוחדים	ישר אופקי $y = k$ (שיפוע 0); ישר אנכי $x = k$
חיתוך עם הצירים	עם ציר ה-x: $y = 0$; עם ציר ה-y: $x = 0$
מרחק	$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

סטטיסטיקה והסתברות

ממוצע	סכום הנתונים ÷ מספר הנתונים
חציון	הנתון האמצעי אחרי סידור לפי גודל (או ממוצע שני האמצעיים)
שכיח, טווח	הנתון השכיח ביותר; הגדול ביותר פחות הקטן ביותר
שכיחות יחסית	מספר ההופעות ÷ מספר הנתונים
הסתברות	$P = \frac{\text{מספר התוצאות המתאימות}}{\text{מספר כל התוצאות (כשכל התוצאות שוות סיכוי)}}$
משלים	$P(\text{לא } A) = 1 - P(A)$