אינסוף
מתמטיקה

אשכול חברה ומדע · מתמטיקה 3 יחידות לימוד · שאלון 35372

התפלגות נורמלית וציון תקן

מדריך למורה ולתלמיד: הסברים, נימוקים, אינטואיציה, טיפים, 10 תרגילי דוגמה עם פתרון מלא ותרגול עם תשובות

החוברת בנויה לשני קוראים. **תלמיד** קורא את ההסברים ואת מסגרות האינטואיציה והטיפים, ופותר את תרגילי הדוגמה: קודם לבד, ואחר כך מול הפתרון המלא. **מורה** ימצא בנוסף מסגרות «למורה» עם דרכי הצגה וטעויות צפויות, ומפה של הנושא בבחינות 2023–2026. בסוף הקובץ תרגול מודרך, פתרונות עם טעות, תרגול עצמאי ומעורב, תשובות ורמזים.

תוכן העניינים

1. איך השאלה נראית בבגרות **2**

2. מהי התפלגות נורמלית **3**

3. הגרף מדף הנוסחאות: הכלי המרכזי **4**

4. שישה דגמים של שאלות **6**

5. טיפים וטריקים **8**

6. טעויות נפוצות **8**

7. למורה: רצף הוראה מוצע **9**

8. עשרה תרגילי דוגמה עם פתרון מלא **10**

תרגיל 1: זמן הנסיעה לעבודה 10

תרגיל 2: משך שיחות במוקד שירות 11

תרגיל 3: מיון תפוחים לפי משקל 12

תרגיל 4: מבחן מיון: ספים ומלגות 14

תרגיל 5: אורך דגים: סימטריה בלי סטיית תקן 15

תרגיל 6: מרוץ 10 ק״מ: שני נתונים 16

תרגיל 7: השוואה בין שני מבחנים 17

תרגיל 8: מציאת ממוצע וסטיית תקן משני ציוני תקן 18

תרגיל 9: אורך חיים של נורות: קריאה מגרף 20

תרגיל 10: גלישה סלולרית: שאלה מסכמת ברמת בגרות 21

9. תרגול נוסף **23**

10. תשובות ורמזים **28**

11. דף סיכום **30**

© אור בן שטרית · אינסוף

1. איך השאלה נראית בבגרות

בשאלון 35372 מופיעה שאלה אחת בהתפלגות נורמלית, בפרק השני תחת הכותרת «אשכול חברה ומדע». במועדי 2024–2026 זו שאלה 3, ובקיץ 2023 זו הייתה שאלה 1. השאלה חוזרת על אותו שלד כמעט בכל מועד, ולכן מי שמכיר את השלד מגיע אליה מוכן.

1. **פתיחה:** סיפור (ציונים, ביצים, חשבונות חשמל) עם הנתון «מתפלג נורמלית», ממוצע **או** סטיית תקן, ואחוז אחד.
2. **מציאת הנתון החסר:** ממוצע או סטיית תקן, בעזרת גרף ההתפלגות.
3. **השלמת ערכים בגרף:** ממלאים את המלבנים הריקים בשנתות.
4. **אחוז:** כמה נמצאים מעל ערך, מתחתיו או בין שני ערכים.
5. **מעבר בין אחוז למספר:** כמה פריטים יש בקבוצה, או כמה יש בסך הכול.
6. **ציון תקן והחלטה:** מציאת הערך מתוך ציון התקן, והשוואה לסף (מלגה, מתנה, התראה).

מועד	שאלה	נתוני הפתיחה	הנתון שמוצאים	אחוז ומספר	ציון תקן והחלטה
קיץ 2023	1	$S = 80$, 84% מעל 410	$\bar{x} = 490$	מעל 450: 69%. מתוך 40,000: 27,600	$z = 0$. 0.5% העליונים: 690, $z = 2.5$
קיץ 2024 א	3	$\bar{x} = 58$, 31% מתחת ל־53	$S = 10$	53 עד 63: 38%. 1,824 ביצים הן 38% מתוך 4,800	$z = 0.2$ נותן 60 גרם
קיץ 2024 ב	3	$\bar{x} = 90$, 7% מעל 108	$S = 12$	מתחת ל־66: 2%. מתוך 800: 16	85 עמודים: $z \approx -0.42$, קטן מ־-0.25
קיץ 2025 א	3	$S = 8$, 93% מתחת ל־84	$\bar{x} = 72$	מעל 80: 16%. 32 תלמידים הם 16% מתוך 200	$z = 1.75$ נותן 86
קיץ 2025 ב	3	$S = 0.2$, 16% מתחת ל־1.2	$\bar{x} = 1.4$	מעל 1.5: 31%. 62 משתתפים הם 31% מתוך 200	$z = 2.4$. 1.8: 2% העליונים נותן 1.88
קיץ 2026 א	3	$S = 160$, 16% מתחת ל־400	$\bar{x} = 560$	400 עד 800: 77%. 1,232 דירות הן 77% מתוך 1,600	$z = 2.3$ נותן 928, יותר מ־900
קיץ 2026 ב	3	$\bar{x} = 630$, 84% מתחת ל־750	$S = 120$	510 עד 750: 68%. 952 לקוחות הם 68% מתוך 1,400	$z = 0.8$ נותן 726. עם 5 שקלים: 731, יותר מ־730

מה לומדים מהטבלה

בכל שבעת המועדים האחוז בפתיחה היה אחד מן הערכים 7%, 16%, 31%, 84%, 93%. אלה בדיוק האחוזים המצטברים של הגרף (סעיף 3), ולכן מי ששולט בהם מסיים את סעיף א בשורה אחת. הערכים בסעיפי האחוזים תמיד «יושבים» על שנתות הגרף, ורק בסעיף ציון התקן מופיעים ערכים שאינם על שנתה.

למורה

כדאי להקרין את הטבלה בתחילת החזרה לבגרות ולבקש מהתלמידים לנחש בעצמם את שלבי השאלה הבאה. כשהתלמיד רואה שהמבנה קבוע, יורד החשש מהניסוח המילולי, והוא מתפנה לקשר בין המילים לשטח בגרף.

© אור בן שטרית · אינסוף

2. מהי התפלגות נורמלית

התפלגות נורמלית היא מודל לתופעה שבה רוב הערכים מרוכזים סביב ערך מרכזי, וככל שמתרחקים ממנו לשני הכיוונים הערכים נעשים נדירים יותר, באותו קצב בשני הצדדים. גובה של מבוגרים, משקל של ביצים בלול וציונים במבחן ארצי הם דוגמאות מוכרות.

בחוברת נשתמש בסימונים של דף הנוסחאות: $\bar{x}$ הוא **הממוצע**, S היא **סטיית התקן**, ו־z הוא **ציון התקן**.

אינטואיציה: למה דווקא צורת פעמון?

גובהו של אדם נקבע מהשפעות קטנות רבות: גנטיקה, תזונה, שינה ועוד. כל השפעה דוחפת מעט למעלה או מעט למטה. אצל רוב האנשים הדחיפות מתקזזות זו עם זו, ולכן הם מגיעים קרוב לממוצע. כדי להגיע רחוק מהממוצע רוב הדחיפות צריכות לפעול באותו כיוון, וזה נדיר. מכאן השיא באמצע והדעיכה בקצוות.

ארבע תכונות שחייבים להכיר

סימטריה

העקומה סימטרית סביב הממוצע. חצי מהאוכלוסייה מתחת לממוצע וחצי מעליו.

ממוצע = חציון = שכיח

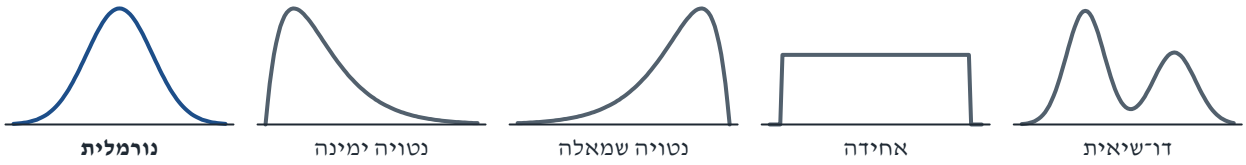
הסימטריה נותנת ממוצע השווה לחציון, והשיא שמעל הממוצע הוא הערך השכיח.

שיא יחיד ודעיכה בקצוות

לעקומה נקודת מקסימום אחת. ערכים רחוקים מהממוצע נדירים מאוד.

השטח כולו הוא 100%

השטח בין שני ערכים הוא החלק היחסי של האוכלוסייה ביניהם.



רק הצורה הראשונה נורמלית: סימטרית, עם שיא אחד ודעיכה מהירה בשני הקצוות

בדקו את עצמכם

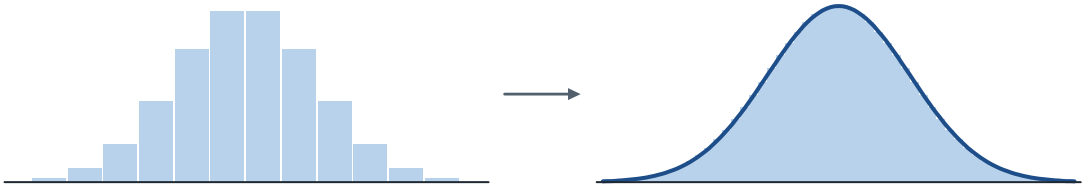
מבחן היה קשה מהרגיל: רוב הציונים נמוכים ומעט ציונים גבוהים. האם ההתפלגות נורמלית? **לא.** הצורה אינה סימטרית: השיא בצד הנמוך וה«זנב» נמשך לצד הגבוה, כמו בגרף השני שלמעלה.

למה שטח הוא אחוז?

נימוק: למה זה נכון?

בהיסטוגרמה, שטח כל עמודה מייצג את חלק האוכלוסייה שנמצא בתחום של העמודה. כשמצרים את העמודות, ראשי העמודות מתמזגים לעקומה חלקה. המשמעות נשמרת: השטח מתחת לעקומה בין שני ערכים הוא החלק היחסי של האוכלוסייה בין הערכים.

© אור בן שטרית · אינסוף



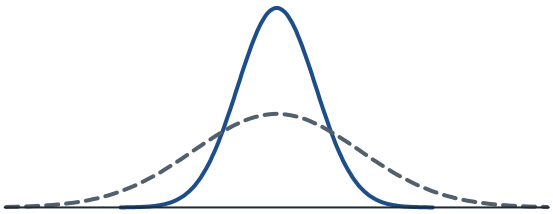
היסטוגרמה עם עמודות צרות יותר ויותר: ראשי העמודות מתמזגים לעקומת הפעמון, והשטח עדיין מייצג חלק מהאוכלוסייה

מכאן שלוש שפות לאותו מספר, והשאלות עוברות ביניהן בחופשיות:

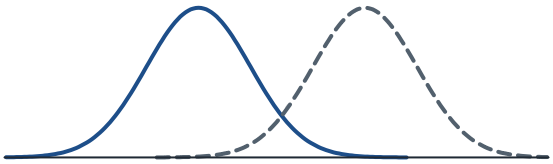
שטח מתחת לעקומה	אחוז מהאוכלוסייה	הסתברות לבחור באקראי
השטח משמאל לערך הוא 16% מכלל השטח	16% מהאוכלוסייה קטנים מהערך	ההסתברות שפריט אקראי קטן מהערך היא 0.16

בהתפלגות רציפה לערך בודד אין שטח, ולכן אין הבדל בין «קטן מ־» לבין «קטן או שווה ל־». כך גם בין «גדול מ־» לבין «לפחות».

הממוצע וסטיית התקן: מיקום ורוחב



אותו ממוצע, S שונה: רחבה יותר פירושה נמוכה יותר



אותו S, ממוצע שונה: העקומה זזה

הממוצע קובע **איפה** העקומה נמצאת, וסטיית התקן קובעת **כמה היא רחבה**. השטח נשאר 100% תמיד, ולכן עקומה רחבה חייבת להיות נמוכה יותר.

אינטואיציה: סטיית התקן היא הסרגל של האוכלוסייה

לכל אוכלוסייה סרגל משלה. הפרש של 10 נקודות במבחן שבו $S = 5$ הוא מרחק גדול (שני צעדים), ובמבחן שבו $S = 20$ הוא מרחק קטן (חצי צעד). גרף ההתפלגות מודד מרחקים בצעדים של סטיית תקן, ולכן **אותם אחוזים** משמשים לכל אוכלוסייה נורמלית, בין אם מדובר בביצים ובין אם בציונים.

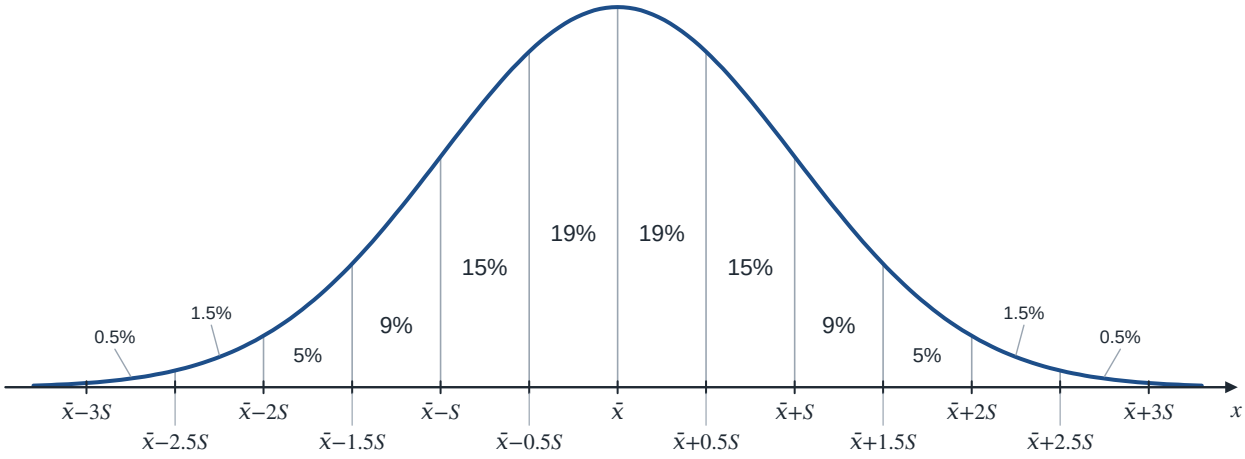
למורה

להצגת הנושא מתאים לוח גלטון: כדורים נופלים בין מסמרים ונערמים בתאים לצורת פעמון (יש יישומונים וסרטונים רבים). שאלה מנחה: «למה מעט כדורים מגיעים לתאים הקיצוניים?» התשובה מכינה את הרעיון של השפעות קטנות שמתקזזות. לאחר מכן בקשו מהתלמידים לבחור מתוך גרפים שונים את הגרף המתאים לסיפור, כמו בקבוצת הדוגמאות הראשונה בתוכנית הלימודים.

3. הגרף מדף הנוסחאות: הכלי המרכזי

בדף הנוסחאות מופיע גרף ההתפלגות הנורמלית, ובשאלון עצמו הוא מודפס עם מלבנים ריקים להשלמה. הגרף מחולק לרצועות ברוחב **חצי סטיית תקן**, ובתוך כל רצועה רשום אחוז האוכלוסייה שבה.

© אור בן שטרית · אינסוף

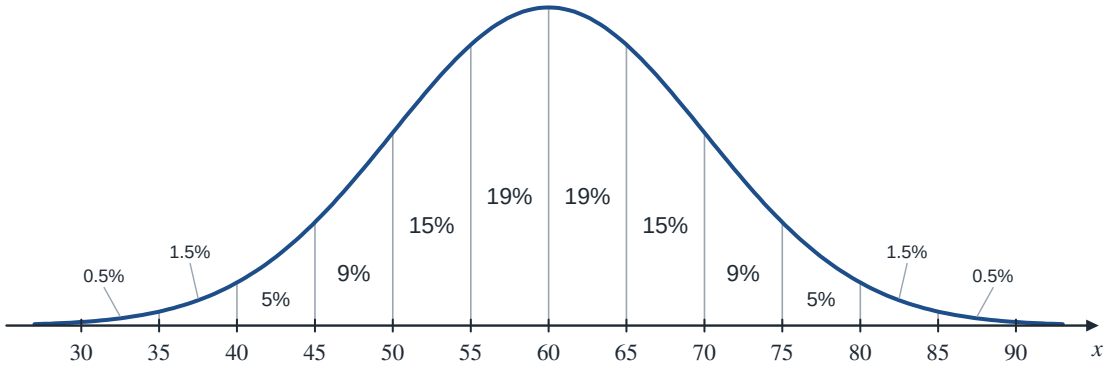


גרף ההתפלגות הנורמלית: רצועות ברוחב $S \div 2$ סביב הממוצע

מילוי הערכים בשנייה

1. כותבים את הממוצע $\bar{x}$ באמצע.
2. מחשבים את **הקפיצה** בין שתי שנתות סמוכות: $S \div 2$.
3. מוסיפים את הקפיצה ימינה ומחסירים אותה שמאלה, שש פעמים לכל צד.

לדוגמה, אם $\bar{x} = 60$ ו־$S = 10$, הקפיצה היא 5, והערכים הם מ־30 עד 90:



דוגמה: ממוצע $\bar{x} = 60$, $S = 10$

סולם האחוזים המצטברים

הסוד של השאלה הוא לא הרצועות עצמן אלא **הסכום מהקצה השמאלי עד לשנתה**. מחברים משמאל לימין ומקבלים את הסולם:

$$0.5 \to 2 \to 7 \to 16 \to 31 \to 50 \to 69 \to 84 \to 93 \to 98 \to 99.5$$

השנתה	$\bar{x}-2.5S$	$\bar{x}-2S$	$\bar{x}-1.5S$	$\bar{x}-S$	$\bar{x}-0.5S$	$\bar{x}$	$\bar{x}+0.5S$	$\bar{x}+S$	$\bar{x}+1.5S$	$\bar{x}+2S$	$\bar{x}+2.5S$
z	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
אחוז מתחת	0.5%	2%	7%	16%	31%	50%	69%	84%	93%	98%	99.5%
אחוז מעל	99.5%	98%	93%	84%	69%	50%	31%	16%	7%	2%	0.5%

© אור בן שטרית · אינסוף

נימוק: למה זה נכון?

הסולם הוא חיבור של הרצועות: $0.5 + 1.5 = 2$, $2 + 5 = 7$, $7 + 9 = 16$, $16 + 15 = 31$, $31 + 19 = 50$.

המחצית הימנית נובעת מהסימטריה: השטח **מעל** $\bar{x} + kS$ שווה לשטח **מתחת** ל־$\bar{x} - kS$, ולכן הזוגות משלימים ל־100.

זוגות משלימים

$84 + 16$, $69 + 31$, $93 + 7$, $98 + 2$, $99.5 + 0.5$. כל זוג מסכם ל־100.

תחומים סימטריים סביב הממוצע

בתוך $\bar{x} \pm 0.5S$: 38%. בתוך $\bar{x} \pm S$: 68%. בתוך $\bar{x} \pm 1.5S$: 86%. בתוך $\bar{x} \pm 2S$: 96%.

למורה

ערכי הגרף מעוגלים לנוחות החישוב. ערכי המודל המדויקים לרצועות הם בקירוב 19.15%, 14.99%, 9.18%, 4.41%, 1.65%, 0.49%, ועוד 0.13% מעבר לשלוש סטיות תקן. בבחינה עובדים רק עם ערכי הגרף, וזו הסיבה לניסוח «על פי גרף ההתפלגות הנורמלית». תלמיד שקרן שמחשב בתוכנה ומקבל מספר מעט שונה לא טעה: הוא השתמש במודל המדויק.

4. שישה דגמים של שאלות

דגם 1: מערך לאחוז

נתונים $\bar{x}$ ו־S, ומחפשים אחוז. קודם מזהים על איזו שנתה נמצא הערך, ואז מתרגמים את המילים לשטח:

המילים בשאלה	השטח בגרף	החישוב
נמוך מ־, קטן מ־, פחות מ־, מתחת ל־, לכל היותר	משמאל לערך	קוראים מהסולם
גבוה מ־, גדול מ־, יותר מ־, מעל, לפחות	מימין לערך	100% פחות הערך מהסולם
בין ערך א לערך ב	בין שתי שנתות	הפרש בין ערכי הסולם

דוגמה: $\bar{x} = 72$, $S = 8$. מעל 80: הערך הוא $\bar{x} + S$, והאחוז הוא $100 - 84 = 16$. בין 60 ל־80: הערך 60 הוא $\bar{x} - 1.5S$, והאחוז הוא $84 - 7 = 77$.

דגם 2: מאחוז לערך

נתון אחוז, ומחפשים את הערך. מאתרים את האחוז בסולם וקוראים את השנתה.

- **«31% הנמוכים ביותר»:** הסף הוא השנתה שמתחתיה 31%, כלומר $\bar{x} - 0.5S$.
- **«2% הגבוהים ביותר»:** מעל הסף 2%, ולכן מתחתיו 98%, כלומר $\bar{x} + 2S$.

טיפ: הניסוחים «הגדול ביותר» ו«הנמוך ביותר»

«מהו הערך הגדול ביותר מבין 31% הנמוכים?» ו«מהו הערך הנמוך ביותר המזכה בפרס לעליונים?» הם ניסוחים של אותו דבר: **הסף** שבין הקבוצה לשאר האוכלוסייה.

דגם 3: מציאת הממוצע או סטיית התקן

כל משפט מהצורה «$p\%$ מתחת ל־x» הוא למעשה משוואה. מתרגמים את p לשנתה בעזרת הסולם, וכותבים:

$$x = \bar{x} + z \cdot S$$

© אור בן שטרית · אינסוף

- 84% מתחת ל־750, $\bar{x} = 630$: בסולם $z = 1$, ולכן $630 + S = 750$, ומכאן $S = 120$.
- 16% מתחת ל־400, $S = 160$: בסולם $z = -1$, ולכן $\bar{x} - 160 = 400$, ומכאן $\bar{x} = 560$.

שני משפטים נותנים מערכת משוואות. למשל 16% מתחת ל־20 ו־2% מתחת ל־10 נותנים $\bar{x} - S = 20$ ו־$\bar{x} - 2S = 10$. בחיסור מקבלים $S = 10$, ואז $\bar{x} = 30$.

טיפ: בדיקת כיוון בלי חישוב

אם יותר מ־50% נמצאים מתחת לערך, הערך **מעל** הממוצע. אם פחות מ־50% נמצאים מתחתיו, הערך **מתחת** לממוצע. קיבלתם סטיית תקן שלילית? טעיתם בצד של השנתה. סטיית תקן היא תמיד מספר חיובי.

דגם 4: מאחוז למספר, וממספר לסך הכול

$$\text{מספר הפריטים בקבוצה} = \frac{\text{האחוז}}{100} \cdot \text{סך כל הפריטים}$$

- **סך הכול ידוע:** 77% מתוך 1,600 הם $0.77 \cdot 1{,}600 = 1{,}232$.
- **הקבוצה ידועה:** אם 1,232 הם 77% מהכלל, הכלל הוא $1{,}232 \div 0.77 = 1{,}600$.

טריק: דרך האחוז האחד

32 תלמידים הם 16%. לכן 1% הוא $32 \div 16 = 2$ תלמידים, ו־100% הם 200 תלמידים. הדרך הזאת חוסכת בלבול בין כפל לחילוק.

דגם 5: סימטריה בלי סטיית תקן

לפעמים נתונים רק הממוצע ואחוז שאינו בסולם, למשל «25% מהצמחים גבוהים מ־75 ס״מ» כאשר $\bar{x} = 65$. אי אפשר למצוא את S מהגרף, אבל אפשר להשתמש בשיקוף: הערך הסימטרי ל־x הוא $2\bar{x} - x$.

- הערך הסימטרי ל־75 הוא 55, ולכן גם מתחת ל־55 נמצאים 25%.
- בין הממוצע ל־75 נמצאים $50\% - 25\% = 25\%$.

דגם 6: ציון תקן

ציון התקן עונה על השאלה **«כמה סטיות תקן הערך רחוק מהממוצע, ולאיזה כיוון?»**

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S} \qquad \Longleftrightarrow \qquad x = \bar{x} + z \cdot S$$

ציון התקן	המשמעות	דוגמה עם $\bar{x} = 70,\ S = 8$
$z > 0$	הערך מעל הממוצע	82: $z = 12 \div 8 = 1.5$, צעד וחצי מעל הממוצע
$z < 0$	הערך מתחת לממוצע	66: $z = -4 \div 8 = -0.5$, חצי צעד מתחת לממוצע
$z = 0$	הערך שווה לממוצע (ולא שווה לאפס!)	70: $z = 0$

נימוק: למה ציון תקן מאפשר להשוות בין אוכלוסיות?

בחיסור $x - \bar{x}$ מזיזים את האוכלוסייה כך שהממוצע שלה יהיה 0. בחילוק ב־S מודדים את המרחק בסרגל של האוכלוסייה עצמה. אחרי שתי הפעולות כל אוכלוסייה נורמלית יושבת על אותו גרף בדיוק, ולכן z גדול יותר פירושו מיקום יחסי גבוה יותר, גם אם מדובר בשני מבחנים שונים.

© אור בן שטרית · אינסוף

אינטואיציה

ציון התקן הוא **מספר השנתה בגרף**. $z = 1$ היא השנתה שמתחתיה 84%, ו־$z = -0.5$ היא השנתה שמתחתיה 31%. אם z אינו כפולה של 0.5, הערך נמצא בין שתי שנתות: למשל $z = 1.2$ נמצא בין 84% ל־93%, ואפשר לומר רק שהאחוז שמתחתיו נמצא ביניהם.

5. טיפים וטריקים

1. **מסרטטים ומשלימים ערכים תמיד,** גם אם השאלה לא ביקשה. שלושים שניות של מילוי חוסכות טעויות בכל הסעיפים.
2. **בודקים שהערך על שנתה:** מחשבים $(x - \bar{x}) \div S$. אם יצא כפולה של 0.5, הערך על שנתה ואפשר לקרוא את האחוז ישירות.
3. **«בין» הוא הפרש בסולם:** בין $\bar{x} - S$ ל־$\bar{x} + 1.5S$ נמצאים $93 - 16 = 77$ אחוזים. אין צורך לחבר רצועות אחת אחת.
4. **«מעל» הוא 100 פחות:** מעל $\bar{x} + S$ נמצאים $100 - 84 = 16$ אחוזים.
5. **החלטה בעזרת z:** כדי לבדוק אם ערך עובר סף, אפשר להשוות ציוני תקן בלי לחשב ערכים. אם הסף הוא $\bar{x} + 1.5S$ ו־$z = 1.6$, הערך עובר את הסף.
6. **ההסתברות היא האחוז בחלוקה ב־100.** כתבו את התשובה כפי שביקשו: 7% או 0.07.
7. **במחשבון שמים סוגריים:** $8 \div (70 - 82)$. בלי סוגריים המחשבון מחלק קודם.
8. **«נמקו» פירושו חישוב ומשפט מסקנה.** לדוגמה: «ציון התקן של דנה נותן 51.2, וזה פחות מ־52, ולכן דנה לא מקבלת הצעה.»
9. **בודקים את הסכום:** אם חילקתם את האוכלוסייה לקבוצות (קטן, בינוני, גדול), סכום האחוזים חייב להיות 100%.
10. **«על פי גרף ההתפלגות»** מסמן שהתשובה היא הערכה לפי הגרף, ולכן משתמשים בערכי הגרף ולא בנתונים אחרים.

6. טעויות נפוצות

הטעות	למה היא קורה	התיקון
קופצים ב־S במקום ב־$2 \div S$ כשממלאים את הגרף	בגרף יש רצועות של חצי סטיית תקן	הקפיצה היא $2 \div S$, והמרחק מהממוצע לקצה הוא $3S$
עונים 15% על «מתחת ל־$\bar{x} - 0.5S$»	קוראים רצועה אחת במקום סכום עד לקצה	«מתחת ל־» הוא כל מה שמשמאל, כלומר 31%
«2% העליונים» מתורגם ל־$\bar{x} - 2S$	מתבלבלים בין קצה עליון לקצה תחתון	עליון פירושו ימין: $\bar{x} + 2S$
$z = 0$ מתפרש כערך 0	«אפס» נשמע כמו ערך נמוך	$z = 0$ פירושו שהערך שווה לממוצע
חישוב $(\bar{x} - x) \div S$	החיסור הפוך	תמיד הערך פחות הממוצע, כדי שערך גבוה יקבל z חיובי
כופלים ב־77 במקום ב־0.77	שוכחים שאחוז הוא חלק מ־100	$0.77 = 77\%$. בדיקה: התוצאה קטנה מהכלל

© אור בן שטרית · אינסוף

הטעות	למה היא קורה	התיקון
מסיקים שציון גבוה יותר הוא תמיד הישג יחסי גבוה יותר	מתעלמים מהממוצע ומהפיזור של כל מבחן	משווים ציוני תקן ולא ציונים
מחשבים N לפי האחוז הלא נכון	משתמשים באחוז מסעיף קודם	בודקים לאיזו קבוצה מתייחס המספר הנתון (בין, מעל, מתחת)

7. למורה: רצף הוראה מוצע

תוכנית הלימודים מקצה לנושא 20 שעות. הרצף הבא בונה את הכלים לפי הסדר שבו הם נדרשים בשאלה.

שלב	שעות	מטרה	שאלה מנחה לכיתה
זיהוי הצורה	2	סימטריה, שיא יחיד, דעיכה; התאמת גרף לסיפור	«למה ציוני מבחן קשה מאוד אינם מתפלגים נורמלית?»
קריאת הגרף	3	מילוי שנתות, אחוז מתחת, מעל ובין; שטח כאחוז וכהסתברות	«איפה בגרף נמצאת המילה "לכל היותר"?»
מאחוז לערך	3	שימוש בסולם בכיוון ההפוך; סף לקבוצה עליונה או תחתונה	«מהו הציון שמפריד בין 7% העליונים לשאר?»
סימטריה	2	שיקוף סביב הממוצע, גם כשהאחוז לא בסולם	«מה אפשר לדעת בלי לדעת את S?»
מציאת נתון חסר	4	משוואה אחת ומערכת של שתי משוואות	«מה אומר המשפט "16% מתחת ל־400" על הממוצע?»
ציון תקן	3	חישוב, משמעות, השוואה בין אוכלוסיות	«למי הישג טוב יותר: 82 במבחן א או 83 במבחן ב?»
שילוב לקראת בגרות	3	שאלות מלאות לפי השלד	«באיזה שלב של השלד אנחנו נמצאים?»

למורה: שלוש תפיסות מוטעות שכדאי להציף

- **«הגרף תלוי בנושא».** הראו את אותו גרף לביצים ולציונים, והדגישו שרק הערכים שעל הציר משתנים.
- **«אחוז גדול הוא ערך גדול».** 93% הוא אחוז מצטבר, לא ערך. הוא מתאר כמה נמצאים מתחת לשנתה.
- **«אי אפשר לחשב בלי נוסחה».** רוב השאלה נפתרת בקריאה מהסולם. הנוסחה נדרשת בעיקר לציון תקן.

© אור בן שטרית · אינסוף

8. עשרה תרגילי דוגמה עם פתרון מלא

התרגילים מסודרים מהקל אל הקשה ובנויים כמו שאלות בגרות. כל הנתונים הם בדיוניים. נסו לפתור כל סעיף לפני קריאת הפתרון. בכל הסעיפים משתמשים בגרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות.

תרגיל 1 זמן הנסיעה לעבודה

זמן הנסיעה לעבודה של העובדים בחברה גדולה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 40 דקות, וסטיית התקן היא 8 דקות.

א. השלימו את ערכי הזמן בשנתות של גרף ההתפלגות הנורמלית.

ב. מהו אחוז העובדים שזמן הנסיעה שלהם קצר מ־32 דקות?

ג. מהו אחוז העובדים שזמן הנסיעה שלהם בין 36 דקות ל־52 דקות?

ד. בוחרים באקראי עובד אחד. מהי ההסתברות שזמן הנסיעה שלו ארוך מ־56 דקות?

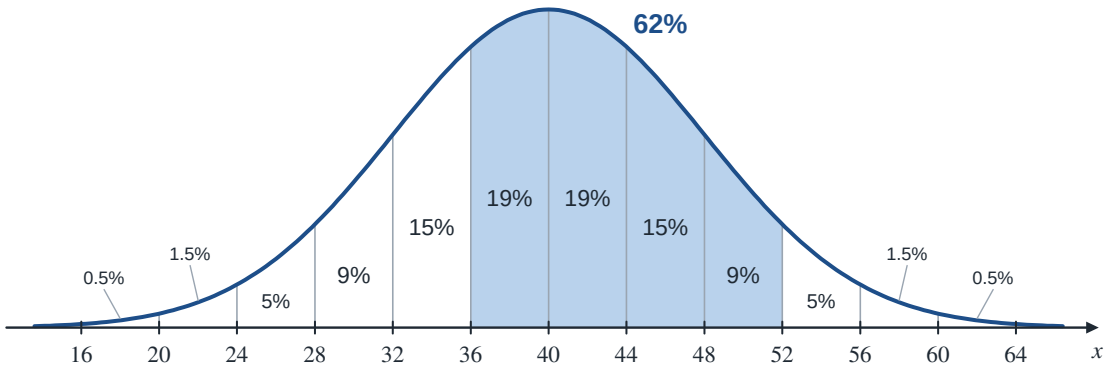
ה. בחברה 1,500 עובדים. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, לכמה עובדים זמן נסיעה בין 36 דקות ל־52 דקות?

מה מתרגלים: מילוי שנתות, אחוז מתחת ובין, מעבר להסתברות ולמספר פריטים

פתרון מלא

סעיף א

הקפיצה בין שתי שנתות סמוכות היא $S \div 2 = 8 \div 2 = 4$ דקות. כותבים 40 באמצע, ומוסיפים או מחסירים 4 בכל צעד:



זמן הנסיעה: ממוצע 40, $S = 8$ (צבוע: 36 עד 52)

סעיף ב

הערך 32 הוא $\bar{x} - S = 40 - 8$. «קצר מ־32» הוא השטח משמאל לשנתה. לפי הסולם, מתחת ל־$\bar{x} - S$ נמצאים $0.5 + 1.5 + 5 + 9 = 16\%$. אפשר לוודא בחיבור הרצועות.

תשובה: 16% מן העובדים.

סעיף ג

הערך 36 הוא $\bar{x} - 0.5S$, ומתחתיו 31%. הערך 52 הוא $\bar{x} + 1.5S$, ומתחתיו 93%. האחוז שבין שתי שנתות הוא הפרש הסולם:

© אור בן שטרית · אינסוף

$$93\% - 31\% = 62\%$$

בדיקה בעזרת רצועות: $9 + 15 + 19 + 19 = 62$.

תשובה: 62% מן העובדים.

סעיף ד

הערך 56 הוא $\bar{x} + 2S = 40 + 16$. מתחתיו 98%, ולכן מעליו $100\% - 98\% = 2\%$. הסתברות היא האחוז בחלוקה ב־100.

תשובה: ההסתברות היא 0.02.

סעיף ה

בסעיף ג מצאנו שקבוצה זו היא 62% מן העובדים:

$$0.62 \cdot 1{,}500 = 930$$

תשובה: 930 עובדים בקירוב.

תרגיל 2 משך שיחות במוקד שירות

משך השיחות במוקד שירות מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 2 דקות. 93% מן השיחות קצרות מ־15 דקות.

א. מצאו את הממוצע של משך השיחות.

ב. השלימו את הערכים בשנתות של גרף ההתפלגות הנורמלית.

ג. מהו אחוז השיחות הארוכות מ־14 דקות?

ד. ביום מסוים היו 48 שיחות ארוכות מ־14 דקות. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה שיחות היו ביום זה בסך הכול?

ה. ציון התקן של שיחה מסוימת הוא -1.25.
(1) מצאו את משך השיחה.
(2) האם השיחה נמנית עם 7% השיחות הקצרות ביותר? נמקו.

מה מתרגלים: מציאת הממוצע מאחוז מצטבר, מספר כולל, ציון תקן שלילי והשוואה לסף

פתרון מלא

סעיף א

93% נמצאים מתחת ל־15, ולפי הסולם 93% מתאים לשנתה $\bar{x} + 1.5S$. לכן:

$$15 = \bar{x} + 1.5 \cdot 2$$

$$15 = \bar{x} + 3$$

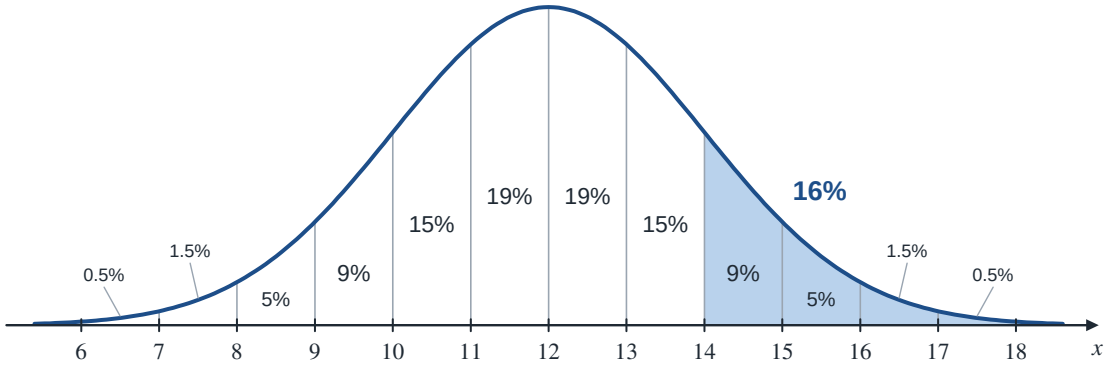
$$\bar{x} = 12$$

תשובה: הממוצע הוא 12 דקות.

סעיף ב

הקפיצה היא $2 \div 2 = 1$ דקה, והערכים הם מ־6 עד 18:

© אור בן שטרית · אינסוף



משך השיחה: ממוצע $\bar{x}=12$, $S=2$ (צבוע: יותר מ־14)

סעיף ג

הערך 14 הוא $\bar{x}+S$. מתחתיו 84%, ולכן מעליו $100\%-84\%=16\%$.

תשובה: 16% מן השיחות.

סעיף ד

48 שיחות הן 16% מכלל השיחות. נסמן ב־N את מספר השיחות:

$$0.16\cdot N=48$$

$$N=48\div 0.16=300$$

בדרך האחוז האחד: 1% הוא $48\div 16=3$ שיחות, ולכן 100% הן 300 שיחות.

תשובה: 300 שיחות בסך הכול.

סעיף ה

(1) מציבים בנוסחה: $x=\bar{x}+z\cdot S=12+(-1.25)\cdot 2=12-2.5=9.5$.

(2) לפי הסולם, 7% הקצרות ביותר הן השיחות שמתחת ל־$\bar{x}-1.5S=12-3=9$. משך השיחה 9.5 גדול מ־9, ולכן היא אינה בקבוצה זו. אפשר להשוות גם ישירות: -1.25 גדול מ־-1.5.

תשובה: (1) 9.5 דקות. (2) לא, כי 9.5 דקות ארוך מהסף של 9 דקות.

תרגיל 3 מיון תפוחים לפי משקל

משקל התפוחים במטע מתפלג נורמלית, והממוצע הוא 180 גרם. 31% מן התפוחים כבדים מ־190 גרם.

א. מצאו את סטיית התקן של משקל התפוחים.

ב. ממיינים את התפוחים לשלוש קבוצות: תפוח קטן שוקל פחות מ־160 גרם, תפוח בינוני שוקל בין 160 גרם ל־210 גרם, ותפוח גדול שוקל יותר מ־210 גרם. מצאו את אחוז התפוחים בכל קבוצה.

ג. ביום מסוים נקטפו 2,310 תפוחים בינוניים.
(1) על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה תפוחים נקטפו ביום זה בסך הכול?
(2) את התפוחים הגדולים אורזים במארזים של 6 תפוחים. כמה מארזים התקבלו?

ד. ציון התקן של משקל תפוח מסוים הוא 0.4. לאיזו קבוצה שייך התפוח? נמקו.

מה מתרגלים: מציאת סטיית תקן מאחוז עליון, חלוקה לקבוצות, אחוז למספר, ציון תקן

© אור בן שטרית · אינסוף

פתרון מלא

סעיף א

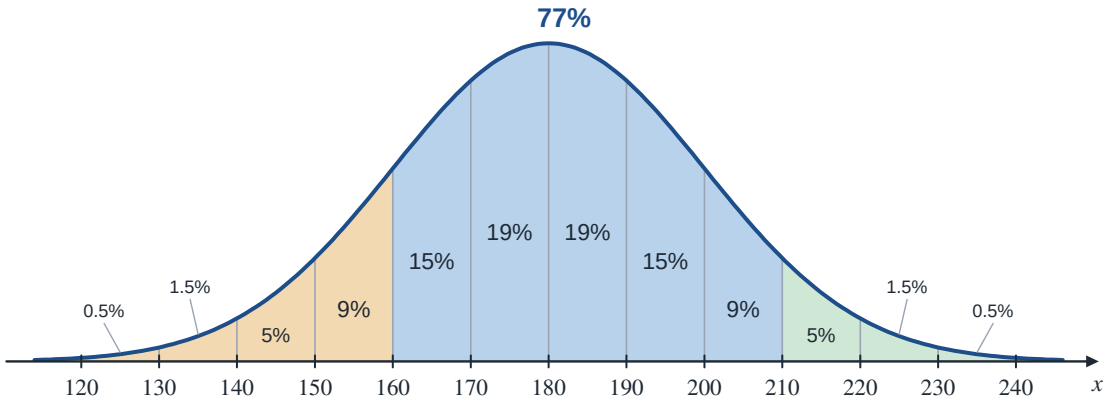
31% כבדים מ־190, ולכן 69% קלים ממנו. בסולם, 69% מתאים לשנתה $\bar{x} + 0.5S$:

$$190 = 180 + 0.5S$$
$$10 = 0.5S$$
$$S = 20$$

תשובה: סטיית התקן היא 20 גרם.

סעיף ב

הערך 160 הוא $\bar{x} - S = 180 - 20$, והערך 210 הוא $\bar{x} + 1.5S = 180 + 30$.



משקל התפוחים: ממוצע 180, $S = 20$ (קטן, בינוני, גדול)

- קטן: מתחת ל־$\bar{x} - S$ נמצאים 16%.
- בינוני: $93\% - 16\% = 77\%$.
- גדול: מעל $\bar{x} + 1.5S$ נמצאים $100\% - 93\% = 7\%$.

בדיקה: $16 + 77 + 7 = 100$.

תשובה: קטן 16%, בינוני 77%, גדול 7%.

סעיף ג

(1) 2,310 תפוחים הם 77% מכלל התפוחים: $N = 2{,}310 \div 0.77 = 3{,}000$.

(2) מספר התפוחים הגדולים הוא $0.07 \cdot 3{,}000 = 210$, ומספר המארזים הוא $210 \div 6 = 35$.

תשובה: (1) 3,000 תפוחים. (2) 35 מארזים.

סעיף ד

מחשבים את משקל התפוח: $x = 180 + 0.4 \cdot 20 = 188$. הערך 188 נמצא בין 160 ל־210.

תשובה: התפוח בינוני, כי משקלו 188 גרם.

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגיל 4 מבחן מיון: ספים ומלגות

הציונים במבחן מיון ארצי מתפלגים נורמלית. הממוצע הוא 560 נקודות, וסטיית התקן היא 80 נקודות.

א. 7% מן הנבחנים, אלה שקיבלו את הציונים הגבוהים ביותר, זכו במלגה. מהו הציון הנמוך ביותר המזכה במלגה?

ב. 16% מן הנבחנים, אלה שקיבלו את הציונים הנמוכים ביותר, הופנו לקורס הכנה. מהו הציון הגבוה ביותר המפנה לקורס?

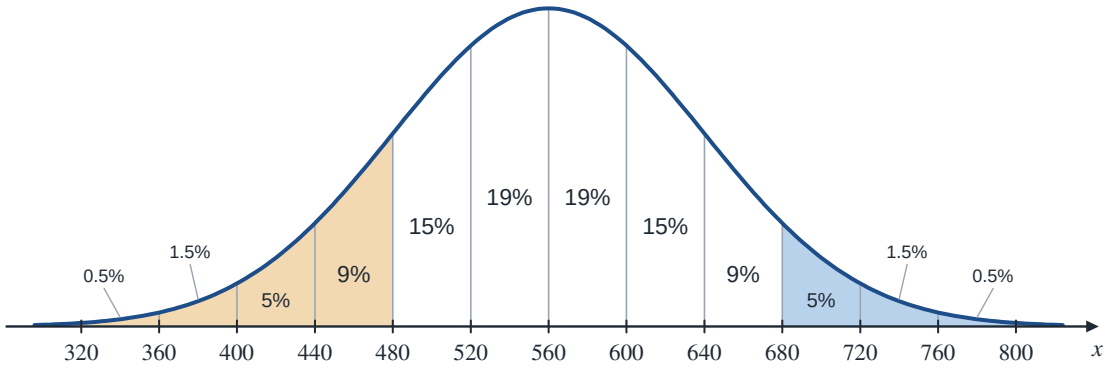
ג. 38% מן הנבחנים קיבלו את הציונים הקרובים ביותר לממוצע. באיזה תחום ציונים נמצאים נבחנים אלה?

ד. הציון של עדי הוא 640. מהו אחוז הנבחנים שקיבלו ציון נמוך משלה?

ה. ציון התקן של רון הוא 1.6. האם רון זכה במלגה? נמקו.

מה מתרגלים: מאחוז לערך, תחום סימטרי, דירוג של נבחן, החלטה בעזרת ציון תקן

פתרון מלא



מבחן מיון: ממוצע 560, $S = 80$ (מלגה ומכינה)

סעיף א

מעל הסף נמצאים 7%, ולכן מתחתיו 93%. בסולם זו השנתה $\bar{x} + 1.5S$:

$$560 + 1.5 \cdot 80 = 560 + 120 = 680$$

תשובה: הציון הנמוך ביותר המזכה במלגה הוא 680.

סעיף ב

מתחת לסף נמצאים 16%, וזו השנתה $\bar{x} - S = 560 - 80 = 480$.

תשובה: הציון הגבוה ביותר המפנה לקורס הוא 480.

סעיף ג

«הקרובים ביותר לממוצע» פירושו תחום סימטרי סביב הממוצע: 19% מכל צד. שתי הרצועות האלה נמשכות חצי סטיית תקן לכל כיוון:

$$\bar{x} - 0.5S = 560 - 40 = 520 \qquad \bar{x} + 0.5S = 560 + 40 = 600$$

תשובה: בין 520 ל־600.

© אור בן שטרית · אינסוף

סעיף ד

הציון 640 הוא $\bar{x}+S=560+80$, ומתחתיו 84%.

תשובה: 84% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך משלה.

סעיף ה

הציון של רון הוא $x=560+1.6\cdot 80=688$. הציון 688 גדול מ־680. אפשר גם בלי חישוב ציון: סף המלגה נמצא ב־$z=1.5$, ו־$1.6>1.5$.

תשובה: כן, רון זכה במלגה, כי ציונו 688 גבוה מהסף 680.

תרגיל 5 אורך דגים: סימטריה בלי סטיית תקן

אורך הדגים בבריכה מתפלג נורמלית, והממוצע הוא 20 ס״מ. 40% מן הדגים ארוכים מ־21 ס״מ.

א. מהו אחוז הדגים שאורכם קצר מ־19 ס״מ? נמקו.

ב. בוחרים באקראי דג אחד. מהי ההסתברות שאורכו בין 20 ס״מ ל־21 ס״מ?

ג. מהו אחוז הדגים שאורכם בין 19 ס״מ ל־21 ס״מ?

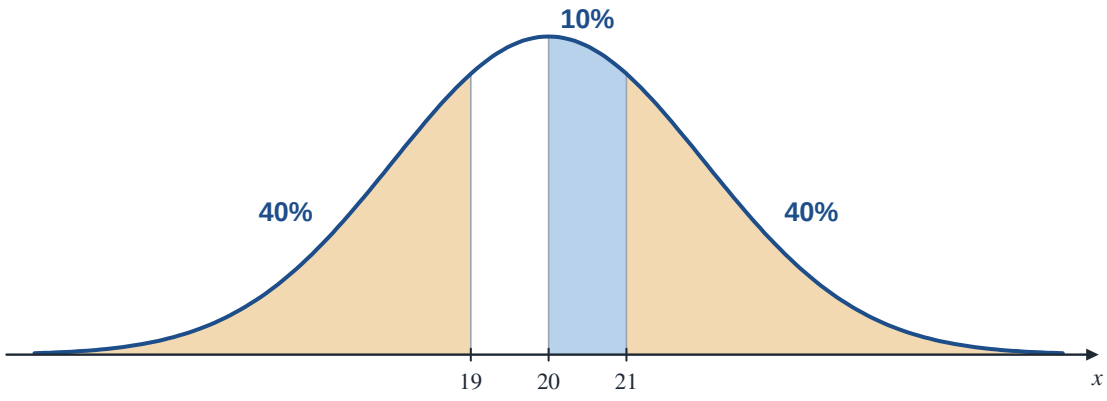
ד. הסבירו מדוע סטיית התקן של אורך הדגים גדולה מ־2 ס״מ.

מה מתרגלים: שיקוף סביב הממוצע, עבודה עם אחוז שאינו בסולם, הסקה על סטיית התקן

פתרון מלא

סעיף א

הערכים 19 ו־21 נמצאים באותו מרחק מהממוצע: 1 ס״מ מכל צד. העקומה סימטרית סביב הממוצע, ולכן השטח שמשמאל ל־19 שווה לשטח שמימין ל־21.



סימטריה סביב הממוצע (לא בקנה מידה)

תשובה: 40% מן הדגים.

סעיף ב

מימין לממוצע נמצאים 50% מן הדגים, ומתוכם 40% ארוכים מ־21. לכן בין 20 ל־21 נמצאים $50\%-40\%=10\%$.

תשובה: ההסתברות היא 0.1.

© אור בן שטרית · אינסוף

סעיף ג

בגלל הסימטריה גם בין 19 ל־20 נמצאים 10%. בסך הכול $10\% + 10\% = 20\%$. דרך נוספת: $100\% - 40\% - 40\% = 20\%$.

תשובה: 20% מן הדגים.

סעיף ד

לפי הגרף, מעל $\bar{x} + 0.5S$ נמצאים 31% בלבד. מעל 21 נמצאים יותר, 40%, ולכן 21 נמצא **משמאל** לשנתה $\bar{x} + 0.5S$:

$$21 < 20 + 0.5S$$

$$1 < 0.5S$$

$$S > 2$$

תשובה: 21 קטן מהערך $\bar{x} + 0.5S$, ולכן $S > 2$.

תרגיל 6 מרוץ 10 ק״מ: שני נתונים

זמני הריצה של המשתתפים במרוץ 10 ק״מ מתפלגים נורמלית. 16% מן הרצים סיימו את המרוץ בפחות מ־44 דקות, ו־2% מן הרצים סיימו אותו בפחות מ־38 דקות.

א. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של זמני הריצה.

ב. השלימו את הערכים בשנתות של גרף ההתפלגות הנורמלית.

ג. מהו אחוז הרצים שסיימו את המרוץ ביותר מ־59 דקות?

ד. במרוץ השתתפו 1,200 רצים. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה רצים סיימו בין 47 דקות ל־56 דקות?

ה. אורי סיים את המרוץ ב־41 דקות. אורי טוען כי רק 7% מן הרצים היו מהירים ממנו. האם הוא צודק? נמקו.

מה מתרגלים: שני נתוני אחוז ומערכת משוואות, פרשנות של ערך נמוך בהקשר של זמן

פתרון מלא

סעיף א

לפי הסולם, 16% מתאים ל־$\bar{x} - S$, ו־2% מתאים ל־$\bar{x} - 2S$. מקבלים מערכת משוואות:

$$\bar{x} - S = 44$$

$$\bar{x} - 2S = 38$$

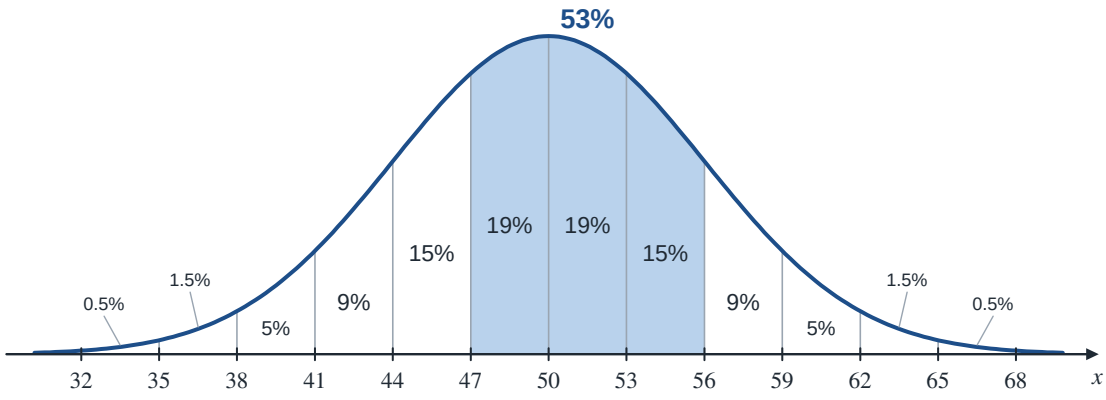
מחסרים את המשוואה השנייה מהראשונה: $S = 6$. מציבים בראשונה: $\bar{x} = 44 + 6 = 50$.

תשובה: הממוצע הוא 50 דקות, וסטיית התקן היא 6 דקות.

סעיף ב

הקפיצה היא 3 דקות, והערכים הם מ־32 עד 68:

© אור בן שטרית · אינסוף



זמני המרוץ: ממוצע $\bar{x}=50$, $S=6$ (צבוע: 47 עד 56)

סעיף ג

הערך 59 הוא $\bar{x}+1.5S=50+9$. מתחתיו 93%, ולכן מעליו 7%.

תשובה: 7% מן הרצים.

סעיף ד

47 הוא $\bar{x}-0.5S$ (מתחתיו 31%), ו־56 הוא $\bar{x}+S$ (מתחתיו 84%). האחוז ביניהם הוא $84\%-31\%=53\%$:

$$0.53\cdot 1{,}200=636$$

תשובה: 636 רצים בקירוב.

סעיף ה

זמן קצר פירושו ריצה מהירה, ולכן «מהירים ממנו» פירושו זמן **קצר** מ־41. הערך 41 הוא $\bar{x}-1.5S=50-9$, ומתחתיו 7%.

תשובה: אורי צודק: 7% מן הרצים סיימו בפחות מ־41 דקות.

תרגיל 7 השוואה בין שני מבחנים

תלמידי שכבה נבחנו בשני מבחנים ארציים, והציונים בכל מבחן מתפלגים נורמלית. במתמטיקה הממוצע הוא 70 וסטיית התקן היא 8. באנגלית הממוצע הוא 75 וסטיית התקן היא 5. מאיה קיבלה 82 במתמטיקה ו־83 באנגלית.

א. חשבו את ציון התקן של מאיה בכל אחד מן המבחנים.

ב. באיזה מבחן ההישג היחסי של מאיה גבוה יותר? נמקו.

ג. מהו אחוז הנבחנים במתמטיקה שקיבלו ציון נמוך מציונה של מאיה?

ד. איזה ציון באנגלית מקביל במיקומו היחסי לציון 82 במתמטיקה?

ה. ליאור קיבל 66 במתמטיקה ו־72.5 באנגלית. באיזה מבחן הישגו היחסי גבוה יותר? נמקו.

מה מתרגלים: חישוב ציון תקן, השוואה בין אוכלוסיות, מעבר של מיקום יחסי מאוכלוסייה אחת לאחרת

© אור בן שטרית · אינסוף

פתרון מלא

סעיף א

$$z=\frac{83-75}{5}=\frac{8}{5}=1.6 \qquad z=\frac{82-70}{8}=\frac{12}{8}=1.5$$

תשובה: במתמטיקה $z=1.5$, ובאנגלית $z=1.6$.

סעיף ב

ציון תקן גדול יותר פירושו מיקום גבוה יותר ביחס לנבחנים האחרים. בניגוד לציונים עצמם, הוא מביא בחשבון גם את הממוצע וגם את הפיזור בכל מבחן.

תשובה: באנגלית, כי $1.6>1.5$.

סעיף ג

$z=1.5$ היא השנתה $\bar{x}+1.5S$, ומתחתיה 93%.

תשובה: 93% מן הנבחנים.

סעיף ד

«מקביל במיקומו היחסי» פירושו אותו ציון תקן, $z=1.5$, אבל על הסרגל של המבחן באנגלית:

$$x=75+1.5\cdot 5=82.5$$

תשובה: הציון 82.5 באנגלית.

סעיף ה

$$z=\frac{72.5-75}{5}=-0.5 \qquad z=\frac{66-70}{8}=-0.5$$

אינטואיציה

ציונים שונים, 66 ו־72.5, יכולים לתאר **אותו מיקום יחסי בדיוק**. המספר עצמו אומר מעט מאוד בלי הממוצע וסטיית התקן של המבחן.

תשובה: ההישג היחסי זהה בשני המבחנים: $z=-0.5$ בכל אחד מהם.

תרגיל 8 מציאת ממוצע וסטיית תקן משני ציוני תקן

במבחן מסכם בכימיה הציונים מתפלגים נורמלית. הציון של נועה הוא 86, וציון התקן שלה הוא 1.5. הציון של ירדן הוא 66, וציון התקן שלו הוא -1.

א. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים במבחן.

ב. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מציונו של ירדן?

ג. האם מספר התלמידים שציונם גבוה מ־82 שווה למספר התלמידים שציונם נמוך מ־66? נמקו.

ד. במבחן חוזר קיבל ירדן 70. הממוצע במבחן החוזר היה 78, וסטיית התקן הייתה 10. האם מיקומו היחסי של ירדן השתפר? נמקו.

מה מתרגלים: מערכת משוואות מציוני תקן, סימטריה, השוואה בין מועדים

© אור בן שטרית · אינסוף

פתרון מלא

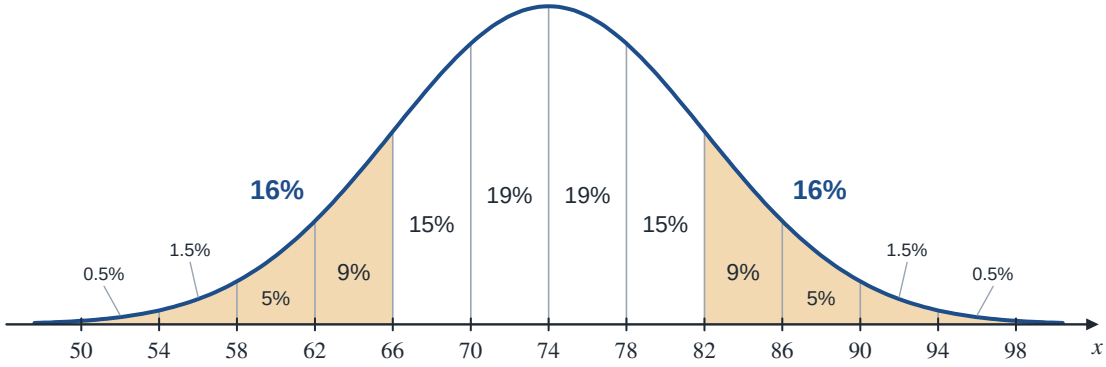
סעיף א

מציבים את הנתונים של כל תלמיד בנוסחה $x = \bar{x} + z \cdot S$:

$$\bar{x} + 1.5S = 86$$
$$\bar{x} - S = 66$$

מחסרים את המשוואה השנייה מהראשונה: $2.5S = 20$, ולכן $S = 8$. מציבים: $\bar{x} = 66 + 8 = 74$.

בדיקה: $74 + 1.5 \cdot 8 = 86$, כנדרש.



מבחן בכימיה: ממוצע 74, $S = 8$ (קצוות סימטריים)

תשובה: הממוצע הוא 74, וסטיית התקן היא 8.

סעיף ב

לירדן $z = -1$, ומתחת לשנתה הזאת נמצאים 16%.

תשובה: 16% מן התלמידים.

סעיף ג

הערך 82 הוא $\bar{x} + S = 74 + 8$, והערך 66 הוא $\bar{x} - S$. הם סימטריים סביב הממוצע, ולכן השטחים בשני הקצוות שווים: 16% בכל קצה.

תשובה: כן, המספרים שווים, כי 16% מן התלמידים נמצאים בכל אחד מן הקצוות.

סעיף ד

$$z = \frac{70 - 78}{10} = -0.8$$

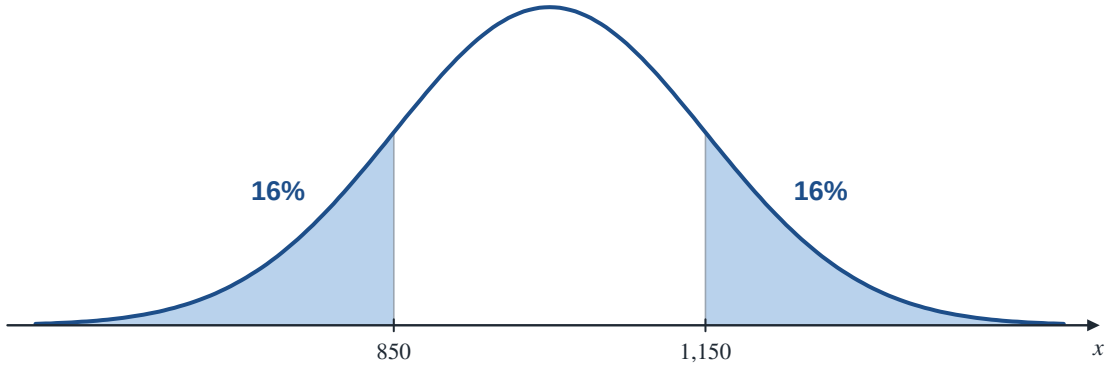
הציון של ירדן עלה מ־66 ל־70, אך לא זו הסיבה לתשובה. הקובע הוא ציון התקן: במבחן הראשון -1, ובמבחן החוזר -0.8, ו־$-1 < -0.8$.

תשובה: כן, מיקומו היחסי השתפר, כי ציון התקן שלו עלה מ־-1 ל־-0.8.

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגיל 9 אורך חיים של נורות: קריאה מגרף

אורך החיים של נורות מדגם מסוים מתפלג נורמלית. בסרטוט מוצג גרף ההתפלגות: השטח משמאל ל־850 שעות הוא 16%, והשטח מימין ל־1,150 שעות הוא 16%.



אורך חיי הנורה, בשעות

א. (1) הסבירו מדוע הממוצע הוא 1,000 שעות.
(2) מצאו את סטיית התקן.

ב. 2% מן הנורות, שאורך חייהן הקצר ביותר, נחשבות פגומות. מצאו את אורך החיים שמתחתיו נורה נחשבת פגומה.

ג. איזה אחוז מן הנורות פועלות יותר מ־1,225 שעות?

ד. מפעל קנה 1,000 נורות. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה מהן צפויות לפעול יותר מ־1,225 שעות?

ה. נורה מסוימת פעלה 1,075 שעות. מצאו את ציון התקן שלה, ואת אחוז הנורות שפעלו יותר ממנה.

מה מתרגלים: הסקה מגרף עם שטחים מסומנים, שימוש בסימטריה למציאת הממוצע, סף תחתון

פתרון מלא

סעיף א

(1) השטחים בשני הקצוות שווים, ולכן 850 ו־1,150 סימטריים סביב הממוצע. הממוצע נמצא בדיוק באמצע:

$$\bar{x} = \frac{850 + 1{,}150}{2} = 1{,}000$$

(2) בסולם, 16% מתאים לשנתה $\bar{x} - S$, ולכן:

$$850 = 1{,}000 - S$$

$$S = 150$$

תשובה: (1) 850 ו־1,150 סימטריים סביב הממוצע, ולכן הוא נמצא באמצע ביניהם. (2) $S = 150$ שעות.

סעיף ב

2% התחתונים הם מתחת ל־$\bar{x} - 2S = 1{,}000 - 300 = 700$.

תשובה: 700 שעות.

© אור בן שטרית · אינסוף

סעיף ג

הערך 1,225 הוא $\bar{x}+1.5S=1{,}000+225$, כי $1.5\cdot 150=225$. מתחתיו 93%, ולכן מעליו 7%.

תשובה: 7% מן הנורות.

סעיף ד

$$0.07\cdot 1{,}000=70$$

תשובה: 70 נורות.

סעיף ה

$$z=\frac{1{,}075-1{,}000}{150}=\frac{75}{150}=0.5$$

השנתה $z=0.5$ היא זו שמתחתיה 69%, ולכן מעליה 31%.

תשובה: $z=0.5$, ו־31% מן הנורות פעלו יותר ממנה.

תרגיל 10 גלישה סלולרית: שאלה מסכמת ברמת בגרות

צריכת הגלישה החודשית של לקוחות חברת סלולר מתפלגת נורמלית, וסטיית התקן היא 8 ג׳יגה־בייט. 69% מן הלקוחות גולשים פחות מ־44 ג׳יגה־בייט בחודש.

א. מצאו את הממוצע של צריכת הגלישה.

ב. השלימו את הערכים בשנתות של גרף ההתפלגות הנורמלית.

ג. מצאו את אחוז הלקוחות שצריכת הגלישה שלהם בין 28 ג׳יגה־בייט ל־48 ג׳יגה־בייט.

ד. ל־6,160 לקוחות צריכה בין 28 ג׳יגה־בייט ל־48 ג׳יגה־בייט. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה לקוחות יש לחברה?

ה. לקוח שצריכתו גדולה מ־52 ג׳יגה־בייט מקבל הצעה לשדרוג. ציון התקן של דנה הוא 1.4. דנה טוענת שהיא מקבלת הצעה. נציג השירות טוען שאם תגלוש עוד ג׳יגה־בייט אחד היא תקבל הצעה. מי צודק? נמקו.

ו. בוחרים באקראי לקוח. מהי ההסתברות שהוא מקבל הצעה לשדרוג?

מה מתרגלים: כל שלבי השלד: נתון חסר, גרף, אחוז בין ערכים, מספר כולל, ציון תקן והחלטה

פתרון מלא

סעיף א

69% נמצאים מתחת ל־44, ובסולם זו השנתה $\bar{x}+0.5S$:

$$44=\bar{x}+0.5\cdot 8$$

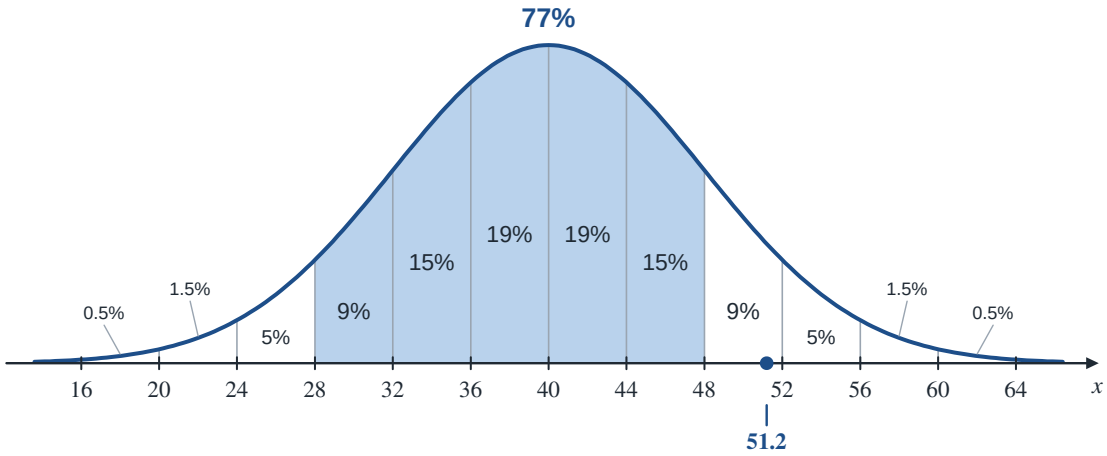
$$\bar{x}=44-4=40$$

תשובה: הממוצע הוא 40 ג׳יגה־בייט.

סעיף ב

הקפיצה היא 4, והערכים הם מ־16 עד 64:

© אור בן שטרית · אינסוף



נתוני החודש: ממוצע $\bar{x} = 40$, $S = 8$ (צבוע: 28 עד 48; החץ: דנה)

סעיף ג

הערך 28 הוא $\bar{x} - 1.5S = 40 - 12$ (מתחתיו 7%), והערך 48 הוא $\bar{x} + S$ (מתחתיו 84%):

$$84\% - 7\% = 77\%$$

תשובה: 77% מן הלקוחות.

סעיף ד

$$N = 6{,}160 \div 0.77 = 8{,}000$$

תשובה: 8,000 לקוחות.

סעיף ה

הצריכה של דנה היא $x = 40 + 1.4 \cdot 8 = 51.2$. הערך 51.2 קטן מ־52, ולכן כרגע דנה אינה מקבלת הצעה. עם עוד ג׳יגה־בייט אחד הצריכה תהיה 52.2, וזה גדול מ־52.

תשובה: נציג השירות צודק, ודנה טועה.

סעיף ו

הערך 52 הוא $\bar{x} + 1.5S = 40 + 12$, ומעליו 7%.

תשובה: ההסתברות היא 0.07.

© אור בן שטרית · אינסוף

9. תרגול נוסף

תחילה שלושה תרגילים מודרכים, אחריהם ארבעה פתרונות עם טעות, ובסוף תרגול עצמאי ותרגול מעורב. כל התשובות מרוכזות בסוף הקובץ. בכל התרגילים משתמשים בגרף ההתפלגות הנורמלית מדף הנוסחאות.

תרגיל מודרך 1 סוללה של אוזניות

משך הפעולה של סוללת אוזניות מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 30 שעות, וסטיית התקן היא 4 שעות. מצאו את אחוז הסוללות שמשך הפעולה שלהן בין 26 שעות ל־34 שעות.

השלימו את הפתרון

הקפיצה בין שתי שנתות סמוכות: _____ $= S \div 2$ שעות.

הערך 26 הוא $\bar{x} - S$, ולפי הסולם מתחתיו _____ אחוזים.

הערך 34 הוא _____ $+ \bar{x}$, ולפי הסולם מתחתיו _____ אחוזים.

האחוז שבין שתי השנתות הוא הפרש הסולם: _____ $=$ _____ $-$ _____ אחוזים.

מה מתרגלים: זיהוי שנתות, אחוז בין שני ערכים

תרגיל מודרך 2 בקבוקי מיץ

מכונה ממלאת בקבוקי מיץ. כמות המיץ בבקבוק מתפלגת נורמלית, וסטיית התקן היא 4 מיליליטרים. ב־7% מן הבקבוקים יש פחות מ־494 מיליליטרים. ביום מסוים נמצאו 62 בקבוקים שיש בהם יותר מ־502 מיליליטרים. מצאו את הממוצע, ועל פי גרף ההתפלגות הנורמלית מצאו כמה בקבוקים מילאה המכונה ביום זה.

השלימו את הפתרון

בסולם, 7% מתאים לשנתה $S \cdot$ _____ $- \bar{x}$.

המשוואה: _____ $- \bar{x} = 494$, ולכן _____ $= \bar{x}$.

הערך 502 הוא $S \cdot$ _____ $+ \bar{x}$, ומעליו _____ $=$ _____ $- 100\%$.

מספר הבקבוקים: _____ $=$ _____ $\div 62 = N$.

מה מתרגלים: מציאת הממוצע מאחוז, מאחוז מעל ערך למספר הכולל

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגיל מודרך 3 תחרות דילוג בחבל

בתחרות דילוג בחבל מספר הדילוגים בדקה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 120, וסטיית התקן היא 16. 7% מן המתחרים, אלה שביצעו את מספר הדילוגים הגדול ביותר, עולים לגמר. ציון התקן של תמר הוא 1.25. האם תמר עלתה לגמר? נמקו.

השלימו את הפתרון

מעל הסף נמצאים 7%, ולכן מתחתיו _____ אחוזים. בסולם זו השנתה $S \cdot$ _____ $+ \bar{x}$.

הסף: _____ $\cdot 16 =$ _____ $+ 120$ דילוגים.

מספר הדילוגים של תמר: _____ $\cdot 16 =$ _____ $+ 120 = x$.

מסקנה: _____

מה מתרגלים: מאחוז לסף, מציון תקן לערך, החלטה מנומקת

מצאו את הטעות 1 קפיצה בין שנתות

זמן ההכנה של מנה במסעדה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 40 דקות, וסטיית התקן היא 6 דקות. מהו אחוז המנות שזמן ההכנה שלהן קצר מ־34 דקות?

הפתרון של התלמיד

שורה 1 הקפיצה בין שתי שנתות סמוכות היא $S = 6$ דקות.

שורה 2 לכן 34 היא השנתה הראשונה משמאל לממוצע, כלומר $\bar{x} - 0.5S$.

שורה 3 מתחת לשנתה הזאת נמצאים 31%.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: רוחב הרצועות בגרף

© אור בן שטרית · אינסוף

מצאו את הטעות 2 רצועה אחת או כל השטח?

משקל הכלבים בכלבייה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 20 ק״ג, וסטיית התקן היא 4 ק״ג. מהו אחוז הכלבים ששוקלים פחות מ־18 ק״ג?

הפתרון של התלמיד

שורה 1 הערך 18 הוא $20 - 2 = \bar{x} - 0.5S$.

שורה 2 הרצועה שנמצאת מיד משמאל לשנתה הזאת היא של 15%.

שורה 3 לכן 15% מן הכלבים שוקלים פחות מ־18 ק״ג.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: ההבדל בין רצועה לאחוז מצטבר

מצאו את הטעות 3 הקצה העליון או התחתון?

הציונים בחידון ארצי מתפלגים נורמלית. הממוצע הוא 65, וסטיית התקן היא 10. 2% מן המתחרים, אלה שקיבלו את הציונים הגבוהים ביותר, זכו בפרס. מהו הציון הנמוך ביותר המזכה בפרס?

הפתרון של התלמיד

שורה 1 הזוכים הם 2% מן המתחרים, ולכן מחפשים בסולם את הערך 2%.

שורה 2 בסולם, 2% מתאים לשנתה $\bar{x} - 2S$.

שורה 3 $65 - 2 \cdot 10 = 45$

שורה 4 הציון הנמוך ביותר המזכה בפרס הוא 45.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: תרגום של אחוז עליון לסולם

© אור בן שטרית · אינסוף

מצאו את הטעות 4 מי הצליח יותר?

במבחן בהיסטוריה הממוצע הוא 72 וסטיית התקן היא 8. במבחן בספרות הממוצע הוא 78 וסטיית התקן היא 12. הציונים בשני המבחנים מתפלגים נורמלית. דנה קיבלה 80 בהיסטוריה ו־84 בספרות. באיזה מקצוע ההישג היחסי של דנה גבוה יותר?

הפתרון של התלמיד

שורה 1	בהיסטוריה דנה קיבלה 80, ובספרות היא קיבלה 84.
שורה 2	$84 > 80$
שורה 3	לכן ההישג היחסי של דנה גבוה יותר בספרות.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: השוואה בעזרת ציון תקן

תרגול עצמאי גרף, סולם וציון תקן

מהקל אל הקשה. נסו בלי רמז, ורק אם נתקעתם פנו לעמוד התשובות.

1. משקל שקית קמח במפעל מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 1,000 גרם, וסטיית התקן היא 10 גרם. מצאו: (א) את אחוז השקיות ששוקלות פחות מ־990 גרם; (ב) את אחוז השקיות ששוקלות בין 985 גרם ל־1,010 גרם; (ג) את ההסתברות ששקית שנבחרה באקראי שוקלת יותר מ־1,020 גרם.

2. גובה עצי האורן ביער מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 12 מטרים, וסטיית התקן היא 1.5 מטרים. (א) מתחת לאיזה גובה נמצאים 31% מן העצים? (ב) מעל איזה גובה נמצאים 7% מן העצים?

3. זמן ההרכבה של מדף מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 5 דקות. 84% מן ההרכבות נמשכות פחות מ־62 דקות. מצאו את הממוצע.

4. הסכום שמשלמים לקוחות בקופה של סופרמרקט מתפלג נורמלית, והממוצע הוא 300 שקלים. 31% מן הלקוחות משלמים יותר מ־325 שקלים. (א) מצאו את סטיית התקן. (ב) מהו אחוז הלקוחות שמשלמים פחות מ־250 שקלים?

5. משקל המזוודות בטיסה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 18 ק״ג, וסטיית התקן היא 3 ק״ג. על מזוודה ששוקלת יותר מ־21 ק״ג משלמים תוספת. בטיסה יש 400 מזוודות. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, על כמה מזוודות ישלמו תוספת?

6. מספר שעות השינה של סטודנטים בלילה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 7 שעות, וסטיית התקן היא 0.5 שעה. בסקר נמצא ש־186 סטודנטים ישנים יותר מ־7.25 שעות. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה סטודנטים השתתפו בסקר?

7. מהירות הנסיעה בקטע כביש מתפלגת נורמלית, והממוצע הוא 90 קמ״ש. 20% מן המכוניות נוסעות מהר יותר מ־100 קמ״ש. מהו אחוז המכוניות שנוסעות (א) לאט יותר מ־80 קמ״ש; (ב) בין 80 קמ״ש ל־90 קמ״ש; (ג) בין 80 קמ״ש ל־100 קמ״ש?

8. הציונים במבחן התיאוריה בנהיגה מתפלגים נורמלית. הממוצע הוא 70, וסטיית התקן היא 8. הציון של גל הוא 64. (א) חשבו את ציון התקן של גל. (ב) האם גל נמנה עם 16% הנבחנים בעלי הציונים הנמוכים ביותר? נמקו.

© אור בן שטרית · אינסוף

9. אורך הסרטונים בערוץ מתפלג נורמלית. 2% מן הסרטונים קצרים מ־20 דקות, ו־84% מן הסרטונים קצרים מ־56 דקות. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן.

10. נעם השתתף בשני מקצים. הוא רץ 100 מטרים ב־13.5 שניות ושחה 50 מטרים ב־37 שניות. בריצה הזמנים מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 14 שניות וסטיית תקן של 0.5 שנייה, ובשחייה עם ממוצע של 40 שניות וסטיית תקן של 2 שניות. באיזה מקצה הישגו היחסי של נעם טוב יותר? נמקו.

11. מספר הצעדים ביום של משתמשי יישומון מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 8,000, וסטיית התקן היא 1,000. באיזה תחום נמצאים (א) 68% המשתמשים הקרובים ביותר לממוצע; (ב) 38% המשתמשים הקרובים ביותר לממוצע?

12. משקל העוגיות במאפייה מתפלג נורמלית. הממוצע הוא 50 גרם, וסטיית התקן היא 4 גרם. (א) מהו אחוז העוגיות ששוקלות פחות מ־44 גרם? (ב) האופה רוצה לשפר את התהליך, כך שרק 2% מן העוגיות ישקלו פחות מ־44 גרם, בלי לשנות את הממוצע. מה צריכה להיות סטיית התקן?

תרגול מעורב שאלות מסכמות

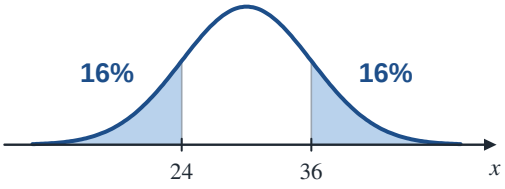
13. זמן הטעינה של קורקינטים חשמליים מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 30 דקות. 69% מן הקורקינטים נטענים בפחות מ־255 דקות. (א) מצאו את הממוצע. (ב) מהו אחוז הקורקינטים שזמן הטעינה שלהם בין 195 דקות ל־270 דקות? (ג) בתחום הזה נמצאים 308 קורקינטים. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה קורקינטים יש בסך הכול? (ד) קורקינט שנטען יותר מ־285 דקות נשלח לבדיקה. ציון התקן של קורקינט מסוים הוא 1.2. האם הוא יישלח לבדיקה? נמקו.

14. גובה השתילים במשתלה מתפלג נורמלית. 16% מן השתילים נמוכים מ־8 ס״מ, ו־7% מן השתילים גבוהים מ־13 ס״מ. (א) מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן. (ב) מהו אחוז השתילים שגובהם בין 9 ס״מ ל־12 ס״מ? (ג) במשתלה 1,000 שתילים. כמה מהם בתחום הזה? (ד) מצאו את ציון התקן של שתיל שגובהו 13.4 ס״מ. האם הוא נמנה עם 2% השתילים הגבוהים ביותר? נמקו.

15. נכון או לא נכון? נמקו. (א) בכל התפלגות נורמלית 50% מן הערכים גדולים מהממוצע. (ב) ערך שציון התקן שלו הוא 0 שווה ל־0. (ג) אם 16% מן הערכים קטנים מ־30 ו־16% מן הערכים גדולים מ־50, הממוצע הוא 40. (ד) אם סטיית התקן גדלה והממוצע לא משתנה, אחוז הערכים שמעל $\bar{x}+S$ גדל. (ה) ככל שסטיית התקן גדולה יותר, העקומה נמוכה ורחבה יותר.

16. בבית ספר א הציונים מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 75 וסטיית תקן של 10, ובבית ספר ב עם ממוצע של 80 וסטיית תקן של 5. בבית ספר א לומדים 300 תלמידים, ובבית ספר ב לומדים 200 תלמידים. (א) באיזה בית ספר אחוז התלמידים שציונם גבוה מ־85 גדול יותר? (ב) כמה תלמידים כאלה יש בכל בית ספר? (ג) ענו שוב על סעיפים א ו־ב כאשר הסף הוא 90.

17. זמן המשלוח של חנות מתפלג נורמלית. בסרטוט מסומנים שטחים של 16% משמאל ל־24 דקות ומימין ל־36 דקות. (א) הסבירו מדוע הממוצע הוא 30 דקות, ומצאו את סטיית התקן. (ב) משלוח שנמשך יותר מ־42 דקות מזכה בפיצוי. מהו אחוז המשלוחים המזכים בפיצוי? (ג) מהו אחוז המשלוחים שנמשכו בין 27 דקות ל־33 דקות? (ד) ביום מסוים היו 500 משלוחים. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה מהם נמשכו בין 27 דקות ל־33 דקות?



זמן המשלוח בדקות

© אור בן שטרית · אינסוף

10. תשובות ורמזים

רמזים לתרגול העצמאי

2. 7% מעל הגובה פירושו 93% מתחתיו.

7. 80 ו־100 נמצאים באותו מרחק מן הממוצע.

10. חשבו מה פירושו של ציון תקן שלילי כשמודדים זמן.

תרגילים מודרכים ומציאת טעויות

תרגיל מודרך 1

הקפיצה 2 שעות; 16 אחוזים; $\bar{x}+S$; 84 אחוזים; $84-16=68$ אחוזים.

תרגיל מודרך 2

$\bar{x}-1.5S$; $\bar{x}-6=494$, ולכן $\bar{x}=500$ מיליליטרים; $\bar{x}+0.5S$, ומעליו $100\%-69\%=31\%$; $N=62\div 0.31=200$ בקבוקים.

תרגיל מודרך 3

93 אחוזים; $\bar{x}+1.5S$; הסף הוא $120+1.5\cdot 16=144$; $x=120+1.25\cdot 16=140$; 140 קטן מ־144, ולכן תמר לא עלתה לגמר.

מצאו את הטעות 1

הטעות בשורה 1: הרצועות בגרף הן ברוחב חצי סטיית תקן, ולכן הקפיצה היא $6\div 2=3$ דקות. הערך 34 הוא $\bar{x}-S=40-6$, ומתחתיו 16%.

מצאו את הטעות 2

הטעות בשורה 3: «פחות מ־» הוא כל השטח שמשמאל לשנתה, ולא רצועה אחת. מחברים $31=15+9+5+1.5+0.5$, ולכן התשובה היא 31%.

מצאו את הטעות 3

הטעות בשורה 1: הסולם סופר מלמטה. מעל הסף 2%, ולכן מתחתיו 98%, וזו השנתה $\bar{x}+2S$. הסף הוא $85=20+65$. אפשר היה לחשוד מראש: 45 נמוך מהממוצע, ופרס לעליונים לא ייתכן שם.

מצאו את הטעות 4

הטעות בשורה 2: השוו ציונים במקום ציוני תקן. בהיסטוריה $z=(80-72)\div 8=1$, ובספרות $z=(84-78)\div 12=0.5$. ההישג היחסי גבוה יותר בהיסטוריה.

תשובות לתרגול העצמאי

1. (א) 16%. (ב) $84\%-7\%=77\%$. (ג) 0.02.

2. (א) $12-0.75=11.25$ מטרים. (ב) $12+2.25=14.25$ מטרים.

3. $62-5=57$ דקות.

4. (א) $325=300+0.5S$, ולכן $S=50$ שקלים. (ב) 250 הוא $\bar{x}-S$, ולכן 16%.

5. 21 הוא $\bar{x}+S$, ומעליו 16%. $0.16\cdot 400=64$ מזוודות.

6. 7.25 הוא $\bar{x}+0.5S$, ומעליו 31%. $600=186\div 0.31$ סטודנטים.

7. (א) 20%. (ב) $30\%-20\%=50\%$. (ג) $100\%-20\%-20\%=60\%$.

8. (א) $z=(64-70)\div 8=-0.75$. (ב) לא. הסף הוא $62=70-8$, ו־64 גבוה ממנו.

9. $\bar{x}-2S=20$ ו־$\bar{x}+S=56$. בחיסור $3S=36$, ולכן $S=12$ דקות ו־$\bar{x}=44$ דקות.

10. בריצה $z=-1$, ובשחייה $z=-1.5$. בשחייה, כי כאן זמן נמוך הוא הישג טוב, ו־$-1>-1.5$.

11. (א) בין 7,000 ל־9,000 צעדים. (ב) בין 7,500 ל־8,500 צעדים.

12. (א) 44 הוא $\bar{x}-1.5S$, ולכן 7%. (ב) $44=2S-50$, ולכן $S=3$ גרם.

© אור בן שטרית · אינסוף

13. (א) $\bar{x} = 240$ דקות. (ב) $84\% - 7\% = 77\%$. (ג) $308 \div 0.77 = 400$ קורקינטים. (ד) לא: $240 + 1.2 \cdot 30 = 276$, וזה פחות מ־285.

14. (א) $\bar{x} - S = 8$ ו־$\bar{x} + 1.5S = 13$, ולכן $S = 2$ ס״מ ו־$\bar{x} = 10$ ס״מ. (ב) $84\% - 31\% = 53\%$. (ג) 530 שתילים. (ד) $z = 1.7$. לא, כי הסף הוא $z = 2$, כלומר 14 ס״מ.

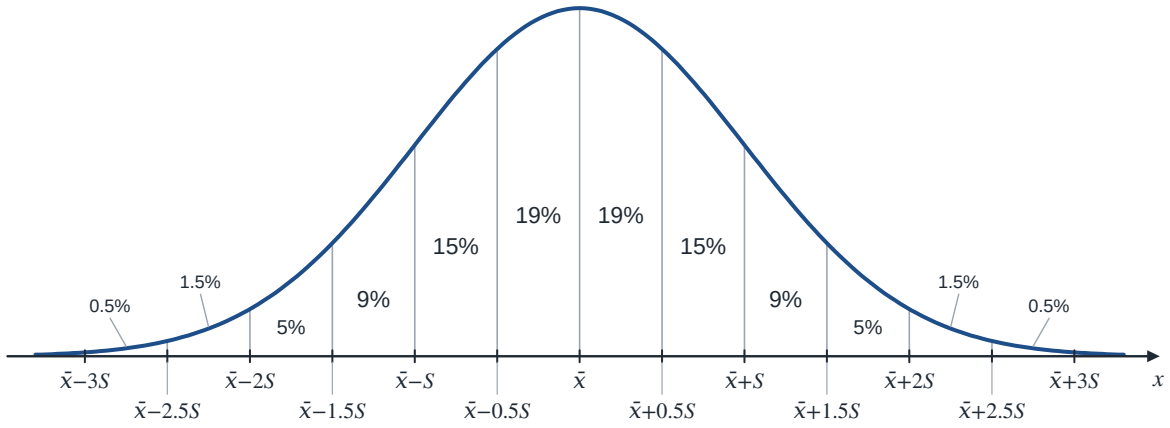
15. (א) נכון: העקומה סימטרית סביב הממוצע. (ב) לא נכון: הערך שווה לממוצע. (ג) נכון: 30 ו־50 סימטריים סביב הממוצע. (ד) לא נכון: האחוז נשאר 16%, כי גם השנתה זזה. (ה) נכון: השטח נשאר 100%.

16. (א) האחוז שווה: בשניהם $z = 1$, כלומר 16%. (ב) 48 תלמידים בבית ספר א, ו־32 תלמידים בבית ספר ב. (ג) בבית ספר א $z = 1.5$, כלומר 7%, שהם 21 תלמידים. בבית ספר ב $z = 2$, כלומר 2%, שהם 4 תלמידים. האחוז גדול יותר בבית ספר א.

17. (א) 24 ו־36 סימטריים סביב הממוצע, ולכן הוא באמצע ביניהם. $S = 36 - 30 = 6$ דקות. (ב) 42 הוא $\bar{x} + 2S$, ולכן 2%. (ג) התחום הוא $\bar{x} \pm 0.5S$, ולכן 38%. (ד) $0.38 \cdot 500 = 190$ משלוחים.

© אור בן שטרית · אינסוף

11. דף סיכום



סולם האחוזים

z	אחוז מתחת	z	אחוז מתחת
-2.5	0.5%	0.5	69%
-2	2%	1	84%
-1.5	7%	1.5	93%
-1	16%	2	98%
-0.5	31%	2.5	99.5%
0	50%	3	100%

נוסחאות

$$x = \bar{x} + z \cdot S \qquad z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

קפיצה בין שנתות: $S \div 2$. ערך סימטרי: $2\bar{x} - x$.

מהמילים לפעולה

- **מתחת ל־:** קוראים מהסולם.
- **מעל:** 100% פחות הסולם.
- **בין:** הפרש בסולם.
- **p% העליונים:** מחפשים בסולם $100 - p$.
- **p% התחתונים:** מחפשים בסולם p.
- **נתון אחוז וערך:** $x = \bar{x} + z \cdot S$, ופותרים.
- **שני נתונים:** מערכת משוואות, ומחסרים.
- **אחוז למספר:** $0.77 \cdot N$.
- **מספר לכלל:** מחלקים בשבר העשרוני, למשל $1{,}232 \div 0.77$.
- **החלטה:** x מול הסף, ומשפט מסקנה.

מתכון לשאלה בבחינה

1. מסמנים בשאלה את כל המספרים: ממוצע, סטיית תקן, אחוזים וערכים.
2. מתרגמים את משפט האחוז לשנתה בעזרת הסולם, וכותבים משוואה $x = \bar{x} + z \cdot S$.
3. מוצאים את הנתון החסר, ובודקים שסטיית התקן חיובית.
4. ממלאים את הגרף בקפיצות של $S \div 2$.
5. לכל סעיף אחוז: מזהים שנתות ומצללים את השטח המבוקש.
6. מעבירים אחוז למספר, או מספר לסך הכול.
7. בסעיף ציון התקן: מחשבים x, משווים לסף וכותבים משפט מסקנה.

© אור בן שטרית · אינסוף