אינסוף
מתמטיקה

אשכול התמצאות במישור ובמרחב · מתמטיקה 3 יחידות לימוד · שאלון 35371

דמיון משולשים, יחס וקנה מידה

מדריך למורה ולתלמיד: הסברים, נימוקים, אינטואיציה, טיפים, 10 תרגילי דוגמה עם פתרון מלא ותרגול עם תשובות

הגדלת תמונה, מפה, צל של עמוד וגג של בית: בכולם יש אותה צורה בגדלים שונים. **תלמיד** ילמד כאן לזהות משולשים דומים, לנמק מדוע הם דומים ולמצוא בעזרתם צלעות, היקפים ושטחים. **מורה** ימצא מסגרות «למורה», מפה של הנושא בבחינות 2024–2026 ורצף הוראה.

תוכן העניינים

1. איך השאלה נראית בבגרות **2**

2. יחס ופרופורציה **3**

3. קנה מידה **3**

4. צורות דומות ומשולשים דומים **5**

5. ארבעה מצבים שחוזרים בבחינה **6**

6. מציאת צלע **7**

7. היקפים ושטחים של משולשים דומים **7**

8. טיפים וטריקים **8**

9. טעויות נפוצות **9**

10. למורה: רצף הוראה מוצע **9**

11. עשרה תרגילי דוגמה עם פתרון מלא **10**

תרגיל 1: גינה מלבנית: יחס וחלוקה 10

תרגיל 2: מפה: קנה מידה בשני הכיוונים 11

תרגיל 3: הגדלת תמונה: מתי יש דמיון? 12

תרגיל 4: אילו משולשים דומים? 12

תרגיל 5: גובה של בניין לפי צל 14

תרגיל 6: חזית של גג: קטע מקביל 15

תרגיל 7: רוחב נהר: זוויות קודקודיות 17

תרגיל 8: קישוט לחלון ראווה: שטח וספירה 18

תרגיל 9: הכיוון ההפוך: משטח ליחס 19

תרגיל 10: שאלה ברמת בגרות: סמל של חברה 20

12. תרגול נוסף **22**

13. תשובות ורמזים **26**

14. דף סיכום **27**

© אור בן שטרית · אינסוף

1. איך השאלה נראית בבגרות

בכל מועד של שאלון 35371 שאלה 3, באשכול התמצאות במישור ובמרחב, עוסקת בדמיון משולשים בתוך סיפור. בשאלה יש סרטוט של שני משולשים דומים, וכמעט תמיד הסעיפים הולכים כך:

1. **נימוק:** «הסבירו מדוע המשולשים דומים», אם הדמיון אינו נתון.
2. **משפט פיתגורס:** מציאת גובה או שוק במשולש שווה שוקיים או ישר זווית.
3. **יחס הדמיון:** חישוב היחס, או שימוש בו כשהוא נתון, ומציאת צלע מתאימה.
4. **היקף ושטח:** של כל משולש, ולעיתים השטח שביניהם.
5. **החלטה:** «האם מספיק?», «כמה נכנס?», ותשובה במילים.

מועד	הסיפור	הצורה	מה נשאל
קיץ 2024 א	מראות בכניסה לבית ספר	שני משולשים שווי שוקיים נפרדים	גובה בפיתגורס, שטח, יחס דמיון נתון, בסיס ושטח, «האם השרשרת מספיקה?»
קיץ 2024 ב	דגלים בשרשרת	שני משולשים שווי שוקיים נפרדים	גובה, שטח, יחס דמיון, היקף, ספירת דגלים בשרשרת
קיץ 2025 א	שני אוהלים	שני משולשים שווי שוקיים נפרדים	יחס דמיון, שוק בפיתגורס, היקף, «האם הבד מספיק?»
קיץ 2025 ב	בית עץ	קטע מקביל לבסיס	הסבר לדמיון, צלע, היקף, אמצע בסיס, שטח חלון
קיץ 2026 א	תמרור	משולש בתוך משולש, שווי צלעות	הסבר לדמיון, גובה, שטח, יחס דמיון, שטח אפור בין המשולשים
קיץ 2026 ב	מדרגות נעות	שני ניצבים לקרקע	פיתגורס, הסבר לדמיון, יחס דמיון, צלע, מרחק בין עמודים

מה לומדים מהטבלה

בכל ששת המועדים יש יחס דמיון, ובכולם צריך לתרגם אותו לצלע. הסבר מילולי לדמיון נדרש בשלושת המועדים האחרונים, ולכן כדאי להכין נוסח מוכן. משפט פיתגורס נדרש בכל המועדים, בדרך כלל על מחצית של משולש שווה שוקיים. היחס, הפרופורציה וקנה המידה נלמדים ככלי, ואינם עומדים כאן בפני עצמם.

מה יש בדף הנוסחאות

בדף הנוסחאות מופיעים משפט פיתגורס, שטח משולש, שטחי מרובעים ותכונות של מצולעים. **לא** מופיעים שם יחס ההיקפים ויחס השטחים של משולשים דומים, ולכן צריך להבין אותם ולזכור אותם.

© אור בן שטרית · אינסוף

2. יחס ופרופורציה

יחס משווה בין שני גדלים על ידי חילוק. אם ברוחב גינה יש 12 מטרים ובאורכה 20 מטרים, אז היחס בין הרוחב לאורך הוא $12 : 20$. אפשר לפשט אותו כמו שבר: $12 : 20 = 3 : 5$. פירוש הדבר: על כל 3 מטרים ברוחב יש 5 מטרים באורך.

טעות נפוצה

שני הגדלים חייבים להיות באותה יחידה. היחס בין 2 מטרים ל־50 סנטימטרים אינו $2 : 50$. ממירים תחילה: $200 : 50 = 4 : 1$.

חלוקה ביחס: שיטת החלקים

כשנתון שלם ויחס, סופרים חלקים ומוצאים כמה שווה חלק אחד. לדוגמה, מחלקים 200 שקלים ביחס $2 : 3 : 5$:

1. מספר החלקים: $2 + 3 + 5 = 10$.
2. חלק אחד: $200 \div 10 = 20$.
3. הסכומים: $2 \cdot 20 = 40$, $3 \cdot 20 = 60$, $5 \cdot 20 = 100$. בדיקה: $40 + 60 + 100 = 200$.

פרופורציה

פרופורציה היא שוויון בין שני יחסים. כשאחד הגדלים חסר, כופלים בהצלבה:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \rightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$$

לדוגמה, במתכון יש 3 כוסות קמח על כל 2 כוסות סוכר. כמה סוכר נדרש ל־7.5 כוסות קמח?

$$\frac{3}{2} = \frac{7.5}{x} \quad \rightarrow \quad 3x = 15 \quad \rightarrow \quad x = 5$$

נימוק: למה כפל בהצלבה?

כופלים את שני האגפים של $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ב־$b \cdot d$. בצד שמאל מצטמצם b, ובצד ימין מצטמצם d, ונשאר $a \cdot d = c \cdot b$. אין כאן כלל חדש, אלא כפל של שני האגפים באותו מספר.

למורה

תוכנית הלימודים מציגה את היחס דרך מצבים מחיי היום יום, כמו מידות של מסך, תמונה או מגרש, ומבקשת שהתלמיד יסביר מה פירוש היחס במילים. כדאי להקדיש זמן לשאלה «מה המשמעות של היחס הזה?» לפני החישובים.

3. קנה מידה

קנה מידה הוא יחס בין אורך בסרטוט לבין האורך במציאות, **באותן יחידות**. קנה מידה $1 : 50{,}000$ פירושו שכל סנטימטר במפה הוא 50,000 סנטימטרים במציאות, כלומר 500 מטרים.

© אור בן שטרית · אינסוף



קנה מידה גרפי של 1 : 50,000. כל קטע הוא 1 ס״מ במפה

קנה המידה	1 סנטימטר בסרטוט	דוגמה לשימוש
1 : 100	1 מטר	תוכנית של דירה
1 : 25,000	250 מטרים	מפת טיולים
1 : 50,000	500 מטרים	מפת טיולים
1 : 100,000	1 קילומטר	מפת דרכים

דוגמה: משני הכיוונים

במפה בקנה מידה 1 : 25,000 המרחק בין שני יישובים הוא 6.4 סנטימטרים. המרחק במציאות:

$25{,}000 \cdot 6.4 = 160{,}000$ ס״מ, שהם 1,600 מטר, שהם 1.6 ק״מ.

ובכיוון ההפוך: מרחק של 3 קילומטרים במציאות הוא 300,000 סנטימטרים, ובמפה הוא $300{,}000 \div 25{,}000 = 12$ סנטימטרים.

טיפ

שני הצעדים של ההמרה: ÷ 100 מסנטימטרים למטרים, ואז ÷ 1,000 ממטרים לקילומטרים. מי שבטוח יותר יכול לחשב קודם «כמה מטרים הם סנטימטר אחד» ולכפול.

טעות נפוצה

בקנה מידה 1 : 100, שטח של 20 סנטימטרים רבועים בתוכנית אינו 20 · 100 סנטימטרים רבועים במציאות. כל אורך גדל פי 100, ולכן השטח גדל פי $100^2 = 10{,}000$, והוא 20 מטרים רבועים. נחזור לעובדה הזו בהמשך.

© אור בן שטרית · אינסוף

4. צורות דומות ומשולשים דומים

שתי צורות הן **דומות** אם אחת מהן היא הגדלה או הקטנה של האחרת: כל האורכים מוכפלים באותו מספר, והזוויות לא משתנות. תמונה שמגדילים בתוכנה נשארת דומה למקור רק אם מגדילים את האורך ואת הרוחב באותו יחס.



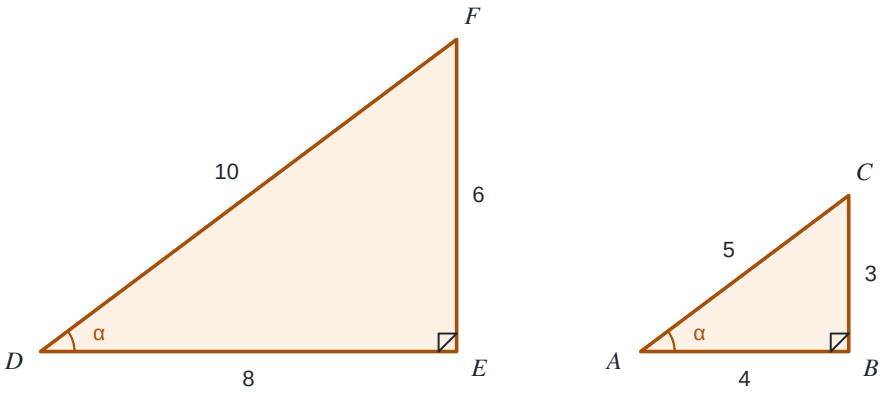
רק התמונה האמצעית דומה למקור: כל אורך גדל פי אותו מספר

הגדרה: משולשים דומים

שני משולשים דומים אם הזוויות שלהם שוות בהתאמה, והצלעות המתאימות נמצאות באותו יחס. כותבים $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, והסדר חשוב: A מתאימה ל־D, B מתאימה ל־E, ו־C מתאימה ל־F.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

המספר k נקרא **יחס הדמיון**. אם $k = 2$, המשולש הראשון גדול פי 2 מהשני.



המשולש ABC — המשולש DEF: $k = 2$ (מ־ABC ל־DEF)

אינטואיציה

משולשים דומים הם אותו משולש תחת זכוכית מגדלת. לכן כל יחס בין שתי צלעות **באותו משולש** שווה ליחס המתאים במשולש השני. למשל, $8 \div 6 = 4 \div 3$. על העובדה הזו בנויה הטריגונומטריה.

משפט הדמיון: זווית, זווית

כדי לקבוע שמשולשים דומים, לא צריך לבדוק הכול. די בשתי זוויות:

משפט

אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, המשולשים דומים.

© אור בן שטרית · אינסוף

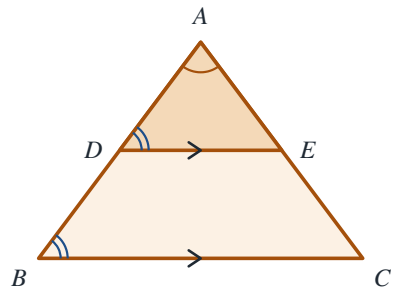
נימוק: למה מספיקות שתי זוויות?

סכום הזוויות במשולש הוא 180°, ולכן הזווית השלישית נקבעת מעצמה ושווה גם היא. שלוש הזוויות קובעות את הצורה של המשולש, וההבדל היחיד שנשאר הוא הגודל.

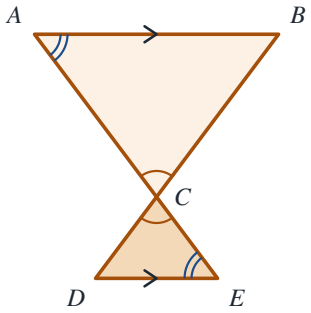
טעות נפוצה

במצולעים אחרים הכלל אינו תקף: למלבן ולריבוע יש אותן זוויות, אבל הם אינם דומים. משפט זווית, זווית נכון למשולשים בלבד.

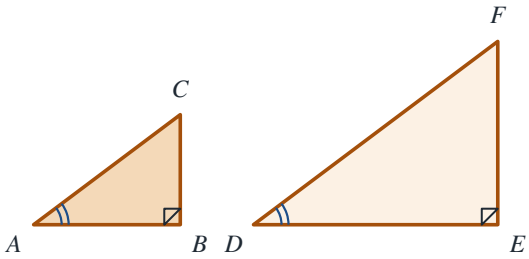
5. ארבעה מצבים שחוזרים בבחינה



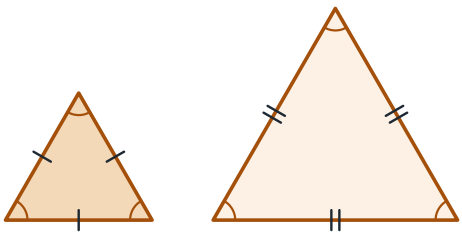
קטע מקביל: זווית משותפת וזוויות מתאימות



צורת X: זוויות קודקודיות וזוויות מתחלפות



משולשים ישרי זווית עם זווית חדה שווה



כל שני משולשים שווי צלעות דומים

המצב	למה הזוויות שוות	נוסח מוכן לנימוק
קטע מקביל לצלע	זווית משותפת, וזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים	«$\sphericalangle A$ משותפת לשני המשולשים, ו־$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$ כזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים. לכן המשולשים דומים לפי משפט זווית, זווית.»
צורת X	זוויות קודקודיות, וזוויות מתחלפות בין מקבילים	«$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ECD$ כזוויות קודקודיות, ו־$\sphericalangle BAC = \sphericalangle DEC$ כזוויות מתחלפות. לכן המשולשים דומים.»
שני משולשים ישרי זווית	זווית ישרה בשניהם, וזווית חדה שווה (אותה שמש, אותו שיפוע)	«בשני המשולשים יש זווית ישרה, והזוויות החדות שוות, כי קרני השמש מקבילות. לכן המשולשים דומים.»
משולשים מיוחדים	בשווה צלעות כל הזוויות 60°. בשווה שוקיים, זווית אחת שווה קובעת את כל השאר	«בשני המשולשים כל הזוויות הן 60°, ולכן הם דומים.»

© אור בן שטרית · אינסוף

בבגרות

בנימוק צריך לציין **שני** זוגות של זוויות שוות, עם סיבה לכל זוג, ולכתוב את שם המשפט. משפט כמו «רואים שהם דומים» או «הצורה אותה צורה» אינו נימוק.

למורה

כדי לזהות צלעות מתאימות, כדאי לסרטט את שני המשולשים בנפרד ובאותו כיוון, ולסמן את הזוויות השוות בצבעים. במיוחד בצורת X ובקטע מקביל, התלמידים לא «רואים» את המשולש הקטן כדומה לגדול עד שמוציאים אותו החוצה.

6. מציאת צלע

1. **מתאימים קודקודים** לפי הזוויות השוות, וכותבים את הדמיון בסדר הנכון.
2. **בוחרים זוג צלעות מתאימות ידועות,** ומחשבים את k. הצלעות המתאימות נמצאות מול זוויות שוות.
3. **כופלים או מחלקים ב־k,** לפי הכיוון: מהקטן לגדול כופלים, ומהגדול לקטן מחלקים.

דוגמה: קטע מקביל

במשולש ABC הנקודה D על AB והנקודה E על AC, ו־$DE \parallel BC$. נתון ש־$AD = 4$, $DB = 6$ ו־$DE = 5$. הצלע המתאימה ל־AD היא $AB = 4 + 6 = 10$:

$$k = \frac{AB}{AD} = \frac{10}{4} = 2.5 \qquad \rightarrow \qquad BC = 2.5 \cdot DE = 2.5 \cdot 5 = 12.5$$

הטעות הנפוצה ביותר

היחס הוא בין AD ל־AB, ולא בין AD ל־DB. הקטע DB אינו צלע של אף אחד מהמשולשים. סרטטו את שני המשולשים בנפרד, וראו מה הצלעות של כל אחד.

טיפ

כתבו טבלה קטנה של צלעות מתאימות: בשורה אחת המשולש הגדול, ובשורה שנייה המשולש הקטן. בעמודה שיש בה שני מספרים מחשבים את k, ובעמודה שיש בה מספר אחד מוצאים את הצלע החסרה.

7. היקפים ושטחים של משולשים דומים

יחס ההיקפים

$$\frac{P_1}{P_2} = k$$

יחס השטחים

$$\frac{S_1}{S_2} = k^2$$

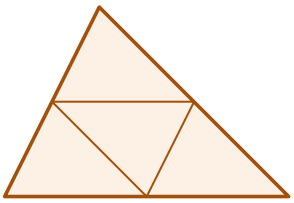
נימוק: למה השטח גדל פי k בריבוע?

בשטח של משולש יש שני אורכים: בסיס וגובה. אם כל אורך גדל פי k, אז:

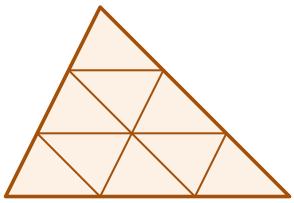
$$S_1 = \frac{(k \cdot a) \cdot (k \cdot h)}{2} = k^2 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = k^2 \cdot S_2$$

ההיקף הוא סכום של אורכים בלבד, ולכן הוא גדל פי k בלבד.

© אור בן שטרית · אינסוף



$k=2$: 4 עותקים קטנים



$k=3$: 9 עותקים קטנים

אינטואיציה

באיור רואים זאת בלי נוסחה: אם מכפילים את הצלעות פי 2, אפשר למלא את המשולש הגדול ב־4 עותקים של הקטן. אם מכפילים פי 3, נכנסים 9 עותקים. אותו דבר קורה בפיצה: פיצה שקוטרה גדול פי 2 מספיקה לא לפי 2 אנשים, אלא לפי 4.

יחס הדמיון k	יחס ההיקפים	יחס השטחים
2	2	4
3	3	9
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$

בכיוון ההפוך: אם יחס השטחים הוא 9, אז יחס הדמיון הוא $\sqrt{9}=3$.

כלים נלווים

- **גובה במשולש שווה שוקיים** חוצה את הבסיס. נוצרים שני משולשים ישרי זווית, ועל אחד מהם מפעילים את משפט פיתגורס.
- **משפט פיתגורס:** $a^2+b^2=c^2$, כאשר c הוא היתר.
- **שטח בין שתי צורות** הוא הפרש השטחים.
- **המרת יחידות:** 1 מטר הוא 100 סנטימטרים, אבל מטר רבוע אחד הוא $100^2=10{,}000$ סנטימטרים רבועים.

בבגרות

בשאלת «האם מספיק?», מחשבים את הכמות הדרושה, מביאים אותה לאותן יחידות כמו הכמות הנתונה, ומשווים. התשובה נכתבת במשפט: «השטח הדרוש הוא 0.756 מטר רבוע, וזה יותר מ־0.75, ולכן הגיליון אינו מספיק.»

8. טיפים וטריקים

1. **הוציאו את המשולשים החוצה:** סרטטו את שני המשולשים בנפרד ובאותו כיוון. רוב הטעויות נעלמות.
2. **סדר הקודקודים:** כתבו $\triangle ABC\sim\triangle ADE$ רק אחרי שבדקתם שכל אות עומדת מול הזווית המתאימה.
3. **הצלע מול הזווית:** צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות. זו הדרך הבטוחה להתאים אותן.
4. **בדיקת כיוון:** המשולש הגדול חייב לקבל צלעות גדולות יותר. אם יצא אחרת, הפכתם את k.

© אור בן שטרית · אינסוף

5. **שלושה יחסים:** יחס הדמיון הוא k, יחס ההיקפים הוא k, ויחס השטחים הוא k^2.

6. **שטח בקיצור דרך:** יש לכם שטח של משולש אחד ו־k? מחלקים או כופלים ב־k^2, בלי לחשב גובה.

7. **יחידות לפני הכול:** כל האורכים באותה יחידה, גם לפני חישוב של יחס.

8. **אין צורך בעיגול באמצע:** שמרו שברים או תוצאות מלאות, ועגלו בסוף.

9. **שלשות פיתגוריות:** 3, 4, 5 ו־5, 12, 13 וכפולותיהן חוזרות הרבה. 6, 8, 10 ו־10, 24, 26 הן דוגמאות.

10. **יחס בקנה מידה:** בקנה מידה ובדמיון זה אותו רעיון: אורך מוכפל ב־k, שטח מוכפל ב־k^2.

9. טעויות נפוצות

הטעות	למה היא קורה	התיקון
יחס בין AD ל־DB במקום בין AD ל־AB	רואים שני קטעים על אותה צלע	משווים צלעות של המשולשים: AD מול AB.
שטח גדל פי k	מכלילים מהיקף לשטח	שטח גדל פי k^2.
התאמה לפי מיקום בסרטוט	המשולשים מסובבים זה לעומת זה	מתאימים לפי הזוויות השוות.
הפיכת k	לא נבדק מי הגדול	הגדול חלקי הקטן הוא מספר גדול מ־1.
נימוק עם זוג זוויות אחד	נדמה שזה מספיק	צריך שני זוגות, עם סיבה לכל אחד.
יחס עם יחידות שונות	מעתיקים מספרים מהשאלה	ממירים לאותה יחידה לפני החישוב.
המרת שטח: 1 מ״ר = 100 סמ״ר	מעבירים את כלל האורך לשטח	1 מ״ר = 10,000 סמ״ר.
גובה של משולש שווה שוקיים בפיתגורס עם הבסיס כולו	שוכחים שהגובה חוצה את הבסיס	משתמשים במחצית הבסיס.
בקנה מידה, מתעלמים מיחידות במפה	«1 : 50,000» נראה כמו מטרים	היחס הוא באותן יחידות, בדרך כלל סנטימטרים.
«דומים» פירושו «שווים»	השפה היומיומית	דומים: אותה צורה. חופפים: אותה צורה וגם אותו גודל.

10. למורה: רצף הוראה מוצע

תוכנית הלימודים קובעת 40 שעות לכל אשכול ואינה מחלקת אותן בין הנושאים, ולכן מספרי השעות בטבלה הם הצעה בלבד. התוכנית בנויה משלוש יחידות, ויחס וקנה מידה הם המבוא לדמיון. משפט הדמיון היחיד הנדרש הוא זווית, זווית.

שלב	שעות	מטרה	שאלה מנחה לכיתה
יחס ופרופורציה	2	משמעות היחס, פישוט, חלוקת שלם, יחידות	«מה אומר היחס הזה על המסך?»
קנה מידה	2	מפה ותוכנית, המרות, שני הכיוונים	«כמה זמן ייקח ללכת בין הנקודות במפה?»
צורות דומות	1	הגדלה והקטנה, יחס דמיון	«אילו מהתמונות הן הגדלה של המקור?»

© אור בן שטרית · אינסוף

שלב	שעות	מטרה	שאלה מנחה לכיתה
דמיון משולשים	2	הגדרה, משפט זווית, זווית, ארבעה מצבים	«כמה בדיקות צריך לעשות? למה די בשתי זוויות?»
מציאת צלע	2	התאמה, k, טבלה, צל, נהר	«איך אפשר למדוד גובה של בניין בלי לטפס עליו?»
היקף ושטח	2	k ו־k^2, גילוי בעזרת חיתוך	«כמה משולשים קטנים נכנסים בגדול?»
שאלה מלאה	1.5	נימוק, פיתגורס, יחס, שטח, החלטה	«מה ידוע ומה חסר בכל סעיף?»

למורה: פעילות חוץ מומלצת

יציאה לחצר עם מטר ומדידת גובה של בניין או עמוד בעזרת צל: התלמידים מודדים צל של מקל, צל של הבניין, וגובה של מקל. זה מראה מדוע דמיון הוא כלי אמיתי, ופותר את שאלת «בשביל מה זה טוב?». אם אין שמש, אפשר להיעזר במראה על הקרקע.

11. עשרה תרגילי דוגמה עם פתרון מלא

התרגילים מסודרים מהקל אל הקשה ובנויים כמו שאלות בגרות. כל הנתונים בדיוניים. נסו לפתור כל סעיף לפני קריאת הפתרון.

תרגיל 1 גינה מלבנית: יחס וחלוקה

גינה בצורת מלבן. היחס בין הרוחב שלה לאורך שלה הוא $3:5$, והיקפה 64 מטרים.

א. מהי המשמעות של היחס $3:5$ בגינה זו?

ב. מצאו את הרוחב ואת האורך של הגינה, ואת שטחה.

ג. שטח הגינה מחולק לירקות, לפרחים ולדשא ביחס $2:3:5$. מצאו את השטח של כל חלק.

ד. בגינה אחרת, שצורתה דומה, הרוחב הוא 15 מטרים. מצאו את האורך של הגינה האחרת.

מה מתרגלים: משמעות היחס, שיטת החלקים, יחס של שלושה גדלים, פרופורציה

פתרון מלא

סעיף א

תשובה: על כל 3 מטרים של רוחב יש 5 מטרים של אורך. במילים אחרות, הרוחב הוא $\frac{3}{5}$ מהאורך.

סעיף ב

מחצית ההיקף היא $64 \div 2 = 32$, ובה $3 + 5 = 8$ חלקים. חלק אחד הוא $32 \div 8 = 4$ מטרים.

$$3 \cdot 4 = 12 \qquad 5 \cdot 4 = 20 \qquad 12 \cdot 20 = 240$$

תשובה: הרוחב 12 מטרים, האורך 20 מטרים והשטח 240 מטרים רבועים.

סעיף ג

$2 + 3 + 5 = 10$ חלקים. חלק אחד הוא $240 \div 10 = 24$ מטרים רבועים.

$$2 \cdot 24 = 48 \qquad 3 \cdot 24 = 72 \qquad 5 \cdot 24 = 120$$

© אור בן שטרית · אינסוף

תשובה: ירקות 48, פרחים 72 ודשא 120 מטרים רבועים.

סעיף ד

$$\frac{3}{5}=\frac{15}{x} \quad \rightarrow \quad 3x=75 \quad \rightarrow \quad x=25$$

תשובה: 25 מטרים.

תרגיל 2 מפה: קנה מידה בשני הכיוונים

מפת טיולים היא בקנה מידה 1 : 50,000.

א. במפה המרחק בין שני מעיינות הוא 3.6 סנטימטרים. מה המרחק במציאות, בקילומטרים?

ב. המרחק במציאות בין שני יישובים הוא 4.5 קילומטרים. מה המרחק ביניהם במפה?

ג. פארק במפה הוא מלבן שמידותיו 2 סנטימטרים על 3 סנטימטרים. מצאו את מידות הפארק ואת שטחו במציאות.

ד. במפה אחרת אותו פארק הוא מלבן שמידותיו 4 סנטימטרים על 6 סנטימטרים. מהו קנה המידה של המפה האחרת?

מה מתרגלים: קנה מידה בשני הכיוונים, המרת יחידות, שטח במציאות, מציאת קנה מידה

פתרון מלא

סעיף א

$3.6 \cdot 50{,}000 = 180{,}000$ ס״מ, שהם 1,800 מטר, שהם 1.8 ק״מ.

תשובה: 1.8 קילומטרים.

סעיף ב

4.5 ק״מ הם 450,000 ס״מ, ולכן $450{,}000 \div 50{,}000 = 9$.

תשובה: 9 סנטימטרים.

סעיף ג

כל סנטימטר במפה הוא 500 מטרים במציאות:

$2 \cdot 500 = 1{,}000$ מטר, שהם ק״מ אחד. $3 \cdot 500 = 1{,}500$ מטר, שהם 1.5 ק״מ.

$$1 \cdot 1.5 = 1.5$$

תשובה: הפארק הוא מלבן של 1 קילומטר על 1.5 קילומטרים, ושטחו 1.5 קילומטרים רבועים.

סעיף ד

במפה האחרת 4 סנטימטרים הם 1 קילומטר, כלומר 100,000 סנטימטרים. לכן סנטימטר אחד הוא $100{,}000 \div 4 = 25{,}000$ סנטימטרים.

תשובה: 1 : 25,000.

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגיל 3 הגדלת תמונה: מתי יש דמיון?

תמונה מלבנית שמידותיה 10 סנטימטרים על 15 סנטימטרים מוגדלת כך שהיא נשארת דומה למקור. רוחב התמונה המוגדלת הוא 25 סנטימטרים.

א. מהו גורם ההגדלה? מהו אורך התמונה המוגדלת?

ב. מצאו את היחס בין ההיקפים ואת היחס בין השטחים של שתי התמונות.

ג. האם מסגרת שמידותיה 30 סנטימטרים על 40 סנטימטרים מתאימה להגדלה של התמונה המקורית, בלי לחתוך אותה ובלי למתוח אותה? נמקו.

מה מתרגלים: גורם הגדלה, יחס היקפים ויחס שטחים, בדיקת דמיון של מלבנים

פתרון מלא

סעיף א

$$k=\frac{25}{10}=2.5 \qquad 15\cdot 2.5=37.5$$

תשובה: גורם ההגדלה הוא 2.5, והאורך הוא 37.5 סנטימטרים.

סעיף ב

היקף המקור הוא 50 סנטימטרים, והיקף ההגדלה הוא 125 סנטימטרים. שטח המקור הוא 150 סנטימטרים רבועים, ושטח ההגדלה הוא $37.5\cdot 25=937.5$ סנטימטרים רבועים.

$$\frac{125}{50}=2.5 \qquad \frac{937.5}{150}=6.25=2.5^2$$

תשובה: יחס ההיקפים הוא 2.5, ויחס השטחים הוא 6.25.

סעיף ג

$$\frac{30}{10}=3 \qquad \frac{40}{15}\approx 2.67$$

תשובה: לא. היחסים שונים, ולכן מלבן של 30 על 40 אינו דומה לתמונה המקורית.

תרגיל 4 אילו משולשים דומים?

קבעו בעבור כל זוג משולשים אם הם דומים, ונמקו.

א. במשולש אחד יש זוויות של 50° ושל 70°. במשולש האחר יש זוויות של 60° ושל 50°.

ב. במשולש אחד יש זוויות של 40° ושל 100°. במשולש האחר יש זוויות של 40° ושל 60°.

ג. שני משולשים שווי שוקיים. באחד זווית הראש היא 30°, ובאחר זווית הבסיס היא 75°.

ד. שני משולשים שווי שוקיים. באחד זווית הבסיס היא 40°, ובאחר זווית הראש היא 40°.

ה. אורכי הצלעות במשולש אחד הם 6, 8 ו־10 סנטימטרים, ובמשולש האחר הם 9, 12 ו־15 סנטימטרים. הזוויות בשניהם הן 90°, כ־53° וכ־37°. מהו יחס הדמיון?

מה מתרגלים: סכום הזוויות, משפט זווית, זווית, משולש שווה שוקיים, בדיקה לפי ההגדרה

© אור בן שטרית · אינסוף

פתרון מלא

סעיף א

הזווית השלישית במשולש הראשון היא $60°$, ובמשולש השני היא $70°$. בשניהם הזוויות $50°, 60°, 70°$.

תשובה: דומים.

סעיף ב

הזוויות הן $40°, 40°, 100°$ במשולש הראשון, ו־$40°, 60°, 80°$ במשולש השני.

תשובה: לא דומים.

סעיף ג

במשולש הראשון זוויות הבסיס הן $(180° - 30°) \div 2 = 75°$. במשולש השני זווית הראש היא $180° - 2 \cdot 75° = 30°$. בשניהם הזוויות $30°, 75°, 75°$.

תשובה: דומים.

סעיף ד

הזוויות הן $40°, 40°, 100°$ במשולש הראשון, ו־$40°, 70°, 70°$ במשולש השני.

תשובה: לא דומים, אף שבשניהם יש זווית של $40°$.

סעיף ה

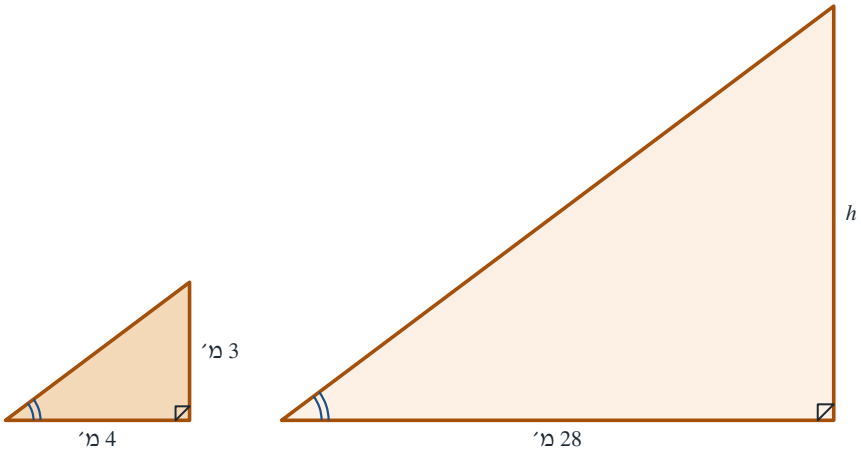
$$\frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = 1.5$$

תשובה: הזוויות שוות והצלעות באותו יחס, ולכן המשולשים דומים, ויחס הדמיון הוא 1.5.

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגיל 5 גובה של בניין לפי צל

בשעה מסוימת הצל של עמוד שגובהו 3 מטרים הוא באורך 4 מטרים, ובאותה שעה הצל של בניין הוא באורך 28 מטרים. העמוד והבניין ניצבים לקרקע.



עמוד ובניין, לא בקנה מידה: קרני השמש יוצרות אותה זווית עם הקרקע

א. הסבירו מדוע שני המשולשים דומים.

ב. מצאו את גובה הבניין.

ג. מצאו את אורך קרן השמש מראש העמוד עד קצה הצל, ומראש הבניין עד קצה הצל.

ד. באותה שעה עומד ליד הבניין תלמיד שגובהו 1.8 מטרים. מהו אורך הצל שלו?

מה מתרגלים: נימוק לדמיון, יחס דמיון, פיתגורס, פרופורציה

פתרון מלא

סעיף א

תשובה: בשני המשולשים יש זווית ישרה, כי העמוד והבניין ניצבים לקרקע. קרני השמש מקבילות, ולכן הן יוצרות עם הקרקע זוויות שוות. לכן המשולשים דומים לפי משפט זווית, זווית.

סעיף ב

$$k = \frac{28}{4} = 7 \qquad h = 3 \cdot 7 = 21$$

תשובה: 21 מטרים.

סעיף ג

במשולש הקטן, לפי משפט פיתגורס:

$$\sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{25} = 5$$

במשולש הגדול, האורך גדול פי 7: $5 \cdot 7 = 35$.

תשובה: 5 מטרים ו־35 מטרים.

סעיף ד

היחס בין הצל לגובה קבוע באותה שעה:

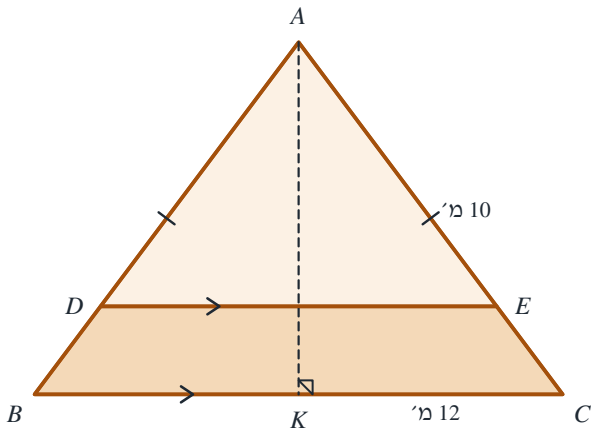
© אור בן שטרית · אינסוף

$$\frac{4}{3}=\frac{x}{1.8} \quad \rightarrow \quad 3x=7.2 \quad \rightarrow \quad x=2.4$$

תשובה: 2.4 מטרים.

תרגיל 6 חזית של גג: קטע מקביל

חזית של גג היא משולש שווה שוקיים ABC ($AB=AC$). נתון ש־$AB=10$ מטרים ו־$BC=12$ מטרים.
קורה אופקית DE מקבילה לבסיס BC, ואורכה 9 מטרים. AK הוא הגובה לבסיס BC.



חזית הגג עם הקורה האופקית DE

א. הסבירו מדוע המשולשים ABC ו־ADE דומים.

ב. מצאו את אורך הגובה AK, ואת השטח של חזית הגג.

ג. מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים, את אורך הקטע AD ואת היקף המשולש ADE.

ד. מצאו את שטח המשולש ADE.

ה. את החלק שמתחת לקורה (הטרפז $DECB$) צובעים. פחית צבע מספיקה ל־6 מטרים רבועים. כמה פחיות צריך לקנות?

מה מתרגלים: נימוק לדמיון בקטע מקביל, גובה בפיתגורס, יחס דמיון, שטח בעזרת k^2, הפרש שטחים, עיגול כלפי מעלה

פתרון מלא

סעיף א

תשובה: $\sphericalangle A$ משותפת לשני המשולשים, ו־$\sphericalangle ABC=\sphericalangle ADE$ כזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים. לכן המשולשים דומים לפי משפט זווית, זווית.

סעיף ב

במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס חוצה אותו, ולכן $BK=6$. במשולש ABK, לפי משפט פיתגורס:

$$AK=\sqrt{(10^2-6^2)}=\sqrt{64}=8$$

$$S=\frac{12\cdot 8}{2}=48$$

תשובה: הגובה 8 מטרים, והשטח 48 מטרים רבועים.

© אור בן שטרית · אינסוף

סעיף ג

$$k = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$AD = \frac{AB}{k} = 10 \cdot \frac{3}{4} = 7.5$$

המשולש ADE שווה שוקיים, ולכן היקפו הוא $24 = 9 + 7.5 + 7.5$. בדיקה: היקף המשולש ABC הוא 32, ו־$24 \div 32 = \frac{4}{3}$.

תשובה: $k = \frac{4}{3}$, $AD = 7.5$ מטרים, וההיקף 24 מטרים.

סעיף ד

$$S = \frac{48}{k^2} = 48 \cdot \frac{9}{16} = 27$$

תשובה: 27 מטרים רבועים.

סעיף ה

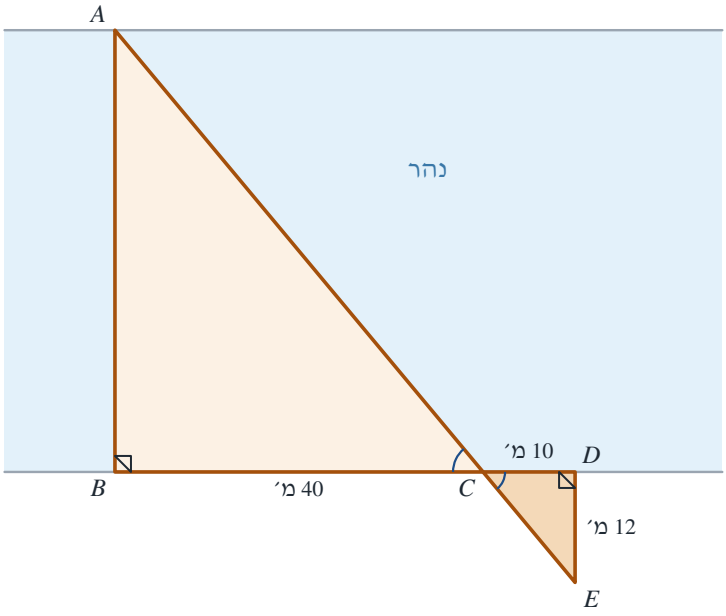
$$48 - 27 = 21 \qquad 21 \div 6 = 3.5$$

תשובה: השטח לצביעה הוא 21 מטרים רבועים. צריך לקנות 4 פחיות.

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגיל 7 רוחב נהר: זוויות קודקודיות

כדי למצוא את רוחב נהר בלי לחצות אותו, נועה סימנה נקודה A על הגדה הנגדית ונקודות B, C ו־D על הגדה שלה. הקטע AB מאונך לגדה. מהנקודה D היא הלכה בניצב לגדה עד הנקודה E, שממנה הנקודות C ו־A נראות על קו ישר.



מדידת רוחב הנהר בלי לחצות אותו

א. הסבירו מדוע המשולשים ABC ו־EDC דומים.

ב. מצאו את יחס הדמיון ואת רוחב הנהר AB.

ג. מצאו את אורכי הקטעים EC ו־AC.

מה מתרגלים: נימוק לדמיון בצורת X, התאמת צלעות, פיתגורס, שימוש ביחס דמיון

פתרון מלא

סעיף א

תשובה: $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90°$, ו־$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ECD$ כזוויות קודקודיות. לכן המשולשים דומים לפי משפט זווית, זווית.

סעיף ב

הקטעים BC ו־DC הם צלעות מתאימות, כי הם ניצבים שליד הזוויות הקודקודיות:

$$k = \frac{BC}{DC} = \frac{40}{10} = 4 \qquad AB = 4 \cdot DE = 4 \cdot 12 = 48$$

תשובה: יחס הדמיון הוא 4, ורוחב הנהר הוא 48 מטרים.

סעיף ג

במשולש EDC, לפי משפט פיתגורס:

$$EC = \sqrt{(10^2 + 12^2)} = \sqrt{244} \approx 15.62$$

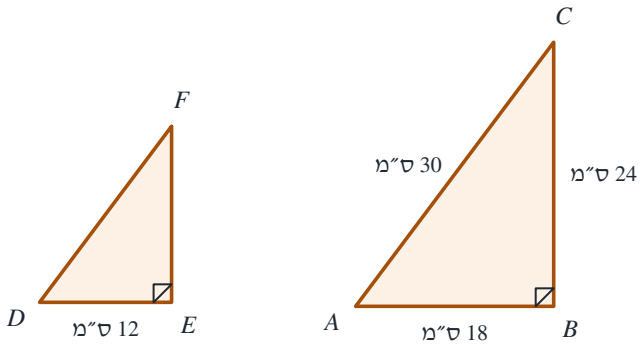
© אור בן שטרית · אינסוף

$$AC = 4 \cdot EC \approx 62.48$$

תשובה: כ־15.62 מטרים וכ־62.48 מטרים.

תרגיל 8 קישוט לחלון ראווה: שטח וספירה

לקישוט חלון ראווה גוזרים משולשים ישרי זווית משני סוגים, גדולים וקטנים. המשולשים דומים, ויחס הדמיון בין הגדול לקטן הוא 3 : 2. אורכי הניצבים של המשולש הגדול הם 18 ו־24 סנטימטרים.



משולש גדול משולש קטן, יחס 3 : 2

א. מצאו את אורך היתר של המשולש הגדול, ואת אורכי כל הצלעות של המשולש הקטן.

ב. מצאו את ההיקף ואת השטח של כל משולש, ובדקו את היחס ביניהם.

ג. תולים משולשים לאורך מוט ישר שאורכו 8.1 מטרים, בלי רווחים, כך שהניצב הקצר של כל משולש צמוד למוט. מספר המשולשים הקטנים גדול פי 3 ממספר המשולשים הגדולים. כמה משולשים מכל סוג יש על המוט?

ד. האם גיליון נייר ששטחו 0.75 מטר רבוע מספיק לכל המשולשים? נמקו, בלי להתחשב בפחת.

מה מתרגלים: יחס דמיון בשני כיוונים, פיתגורס, יחס היקפים ושטחים, משוואה, המרת יחידות שטח, החלטה

פתרון מלא

סעיף א

$$\sqrt{(18^2 + 24^2)} = \sqrt{900} = 30$$

מחלקים ב־$k = \frac{3}{2}$, כלומר כופלים ב־$\frac{2}{3}$:

$$30 \cdot \frac{2}{3} = 20 \qquad 24 \cdot \frac{2}{3} = 16 \qquad 18 \cdot \frac{2}{3} = 12$$

תשובה: היתר של הגדול הוא 30 סנטימטרים. הצלעות של הקטן הן 12, 16 ו־20 סנטימטרים.

סעיף ב

	משולש גדול	משולש קטן	יחס
היקף (ס״מ)	72	48	$\frac{3}{2}$
שטח (סמ״ר)	216	96	$\frac{9}{4}$

© אור בן שטרית · אינסוף

תשובה: יחס ההיקפים הוא $\frac{3}{2}$, ויחס השטחים הוא $\frac{9}{4}$, כצפוי.

סעיף ג

נסמן ב־n את מספר המשולשים הגדולים. מספר הקטנים הוא $3n$. הניצבים הקצרים הם 18 ו־12 סנטימטרים, ו־8.1 מטרים הם 810 סנטימטרים:

$$18n + 12 \cdot 3n = 810$$

$$54n = 810$$

$$n = 15$$

תשובה: 15 משולשים גדולים ו־45 משולשים קטנים.

סעיף ד

$$15 \cdot 216 + 45 \cdot 96 = 3{,}240 + 4{,}320 = 7{,}560$$

השטח הדרוש הוא 7,560 סנטימטרים רבועים, כלומר $7{,}560 \div 10{,}000 = 0.756$ מטר רבוע.

תשובה: לא. נדרשים 0.756 מטר רבוע, וזה יותר מ־0.75.

תרגיל 9 הכיוון ההפוך: משטח ליחס

שתי מדבקות הן משולשים דומים. שטח המדבקה הגדולה הוא 54 סנטימטרים רבועים, ושטח המדבקה הקטנה הוא 6 סנטימטרים רבועים.

א. מצאו את יחס הדמיון בין המדבקות.

ב. אורך צלע במדבקה הקטנה הוא 4 סנטימטרים. מהו אורך הצלע המתאימה במדבקה הגדולה?

ג. היקף המדבקה הגדולה הוא 36 סנטימטרים. מהו היקף המדבקה הקטנה?

ד. מרצפת היא משולש שבסיסו 20 סנטימטרים וגובהו 15 סנטימטרים. מרצפת גדולה דומה לה, ויחס הדמיון ביניהן הוא 2. כמה מרצפות גדולות נדרשות כדי לכסות 3 מטרים רבועים, אם אפשר לכסות ללא פחת?

מה מתרגלים: שורש של יחס השטחים, הבחנה בין היקף לשטח, המרת מטרים רבועים

פתרון מלא

סעיף א

$$k^2 = \frac{54}{6} = 9 \qquad \rightarrow \qquad k = 3$$

תשובה: יחס הדמיון הוא 3.

סעיף ב

$$4 \cdot 3 = 12$$

תשובה: 12 סנטימטרים.

© אור בן שטרית · אינסוף

סעיף ג

$$36 \div 3 = 12$$

תשובה: 12 סנטימטרים. את ההיקף מחלקים ב־3, ולא ב־9.

סעיף ד

שטח המרצפת הקטנה הוא $20 \cdot 15 \div 2 = 150$ סנטימטרים רבועים. שטח המרצפת הגדולה גדול פי $2^2 = 4$:

$$150 \cdot 4 = 600$$

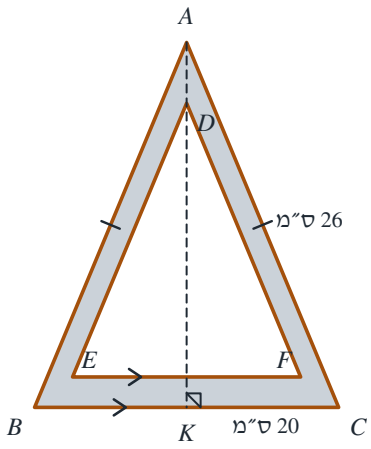
שלושה מטרים רבועים הם $3 \cdot 10{,}000 = 30{,}000$ סנטימטרים רבועים:

$$30{,}000 \div 600 = 50$$

תשובה: 50 מרצפות.

תרגיל 10 שאלה ברמת בגרות: סמל של חברה

סמל של חברה בנוי ממשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) ובתוכו משולש DEF. צלעות המשולש הפנימי מקבילות לצלעות המשולש החיצוני, כך ש־$EF \parallel BC$, $DE \parallel AB$ ו־$DF \parallel AC$. השטח שבין המשולשים צבוע באפור. נתון ש־$BC = 20$ סנטימטרים ו־$AB = 26$ סנטימטרים. AK הוא הגובה לבסיס BC.



הסמל: החלק האפור נמצא בין שני משולשים דומים

א. הסבירו מדוע המשולשים ABC ו־DEF דומים.

ב. (1) מצאו את אורך הגובה AK. (2) מצאו את שטח המשולש ABC.

ג. נתון ש־$EF = 15$ סנטימטרים. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים. (2) מצאו את שטח המשולש DEF ואת אורך הצלע DE.

ד. מצאו את השטח האפור.

ה. את שתי המסגרות של הסמל מקיפים בסרט זהב. האם סרט שאורכו 1.2 מטרים מספיק? נמקו.

מה מתרגלים: שאלה מלאה: נימוק, גובה בפיתגורס, יחס דמיון, שטח ב־k^2, שטח אפור, היקף, המרת יחידות והחלטה

© אור בן שטרית · אינסוף

פתרון מלא

סעיף א

תשובה: צלעות המשולשים מקבילות, ולכן הזוויות בבסיס שוות: $\sphericalangle DEF = \sphericalangle ABC$ ו־$\sphericalangle DFE = \sphericalangle ACB$, כי הן נוצרות בין ישרים מקבילים. לכן המשולשים דומים לפי משפט זווית, זווית.

סעיף ב

הגובה חוצה את הבסיס, ולכן $BK = 10$. לפי משפט פיתגורס:

$$AK = \sqrt{(26^2 - 10^2)} = \sqrt{576} = 24$$

$$S = \frac{20 \cdot 24}{2} = 240$$

תשובה: (1) 24 סנטימטרים. (2) 240 סנטימטרים רבועים.

סעיף ג

$$k = \frac{BC}{EF} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$S = 240 \cdot \frac{9}{16} = 135 \qquad DE = 26 \cdot \frac{3}{4} = 19.5$$

תשובה: (1) $k = \frac{4}{3}$. (2) השטח הוא 135 סנטימטרים רבועים, ו־$DE = 19.5$ סנטימטרים.

סעיף ד

$$240 - 135 = 105$$

תשובה: 105 סנטימטרים רבועים.

סעיף ה

היקף המשולש הגדול הוא $72 = 20 + 26 + 26$. היקף המשולש הקטן הוא $54 = \frac{3}{4} \cdot 72$.

$126 = 54 + 72$ ס״מ, שהם 1.26 מטר, וזה יותר מ־1.2 מטר.

תשובה: לא. נדרשים 1.26 מטרים של סרט, וזה יותר מ־1.2 מטרים.

© אור בן שטרית · אינסוף

12. תרגול נוסף

תחילה שלושה תרגילים מודרכים, אחריהם ארבעה פתרונות עם טעות, ובסוף תרגול עצמאי. כל התשובות מרוכזות בסוף הקובץ.

תרגיל מודרך 1 חלוקה ביחס

שלושה חברים חילקו ביניהם 240 שקלים ביחס $3:4:5$. כמה קיבל כל אחד?

השלימו את הפתרון

מספר החלקים: _____.

חלק אחד: _____ = _____ ÷ 240 שקלים.

הסכומים: _____, _____ ו־_____ שקלים.

מה מתרגלים: שיטת החלקים

תרגיל מודרך 2 קנה מידה

במפה בקנה מידה $1:25{,}000$ אורך שביל הוא 8 סנטימטרים. מה אורך השביל במציאות, בקילומטרים?

השלימו את הפתרון

האורך בסנטימטרים: _____ $= 25{,}000 \cdot 8$.

האורך במטרים: _____.

האורך בקילומטרים: _____.

מה מתרגלים: המרת יחידות בקנה מידה

תרגיל מודרך 3 קטע מקביל

במשולש ABC הקטע DE מקביל ל־BC (D על AB, E על AC). נתון ש־$AD = 6$, $DB = 3$ ו־$BC = 12$. מצאו את DE.

השלימו את הפתרון

שני המשולשים הם ADE ו־_____.

הצלע המתאימה ל־AD היא _____ $= AB$.

יחס הדמיון: _____ $= 6 \div$ _____ $= k$.

לכן _____ = _____ $\div 12 = DE$.

מה מתרגלים: התאמת צלעות, יחס דמיון

© אור בן שטרית · אינסוף

מצאו את הטעות 1 יחס עם הקטע הלא נכון

במשולש ABC הקטע DE מקביל ל־BC. נתון ש־$AD = 4$, $DB = 8$ ו־$DE = 5$. מצאו את BC.

הפתרון של התלמיד

שורה 1 המשולשים ADE ו־ABC דומים.

שורה 2 $k = DB \div AD = 8 \div 4 = 2$

שורה 3 $BC = 2 \cdot 5 = 10$

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: צלעות מתאימות

מצאו את הטעות 2 שטח ויחס הדמיון

שני משולשים דומים ביחס 3. שטח הקטן הוא 10 סנטימטרים רבועים. מהו שטח הגדול?

הפתרון של התלמיד

שורה 1 יחס הדמיון הוא $k = 3$.

שורה 2 שטח הגדול הוא $10 \cdot 3 = 30$ סנטימטרים רבועים.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: k מול k^2

מצאו את הטעות 3 המרת יחידות במפה

במפה בקנה מידה 1 : 50,000 המרחק בין שתי נקודות הוא 4 סנטימטרים. מהו המרחק במציאות?

הפתרון של התלמיד

שורה 1 $4 \cdot 50{,}000 = 200{,}000$

שורה 2 לכן המרחק הוא 200,000 מטרים, כלומר 200 קילומטרים.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: יחידות בקנה מידה, בדיקת סבירות

© אור בן שטרית · אינסוף

מצאו את הטעות 4 התאמת קודקודים

נתון ש־$\triangle ABC \sim \triangle EFD$, ו־$AB = 6$, $EF = 9$, $DE = 12$. מצאו את AC.

הפתרון של התלמיד

שורה 1 יחס הדמיון הוא $k = 9 \div 6 = 1.5$.

שורה 2 הצלע AC מתאימה ל־EF, ולכן $AC = 9 \div 1.5 = 6$.

א. באיזו שורה נמצאת הטעות?

ב. הסבירו במילים מדוע זו טעות.

ג. תקנו את השורה, והשלימו את הפתרון.

מה מתרגלים: סדר הקודקודים

תרגול עצמאי יחס, קנה מידה ודמיון

מהקל אל הקשה. נסו בלי רמז, ורק אם נתקעתם פנו לעמוד התשובות.

1. פשטו את היחסים: (א) $18 : 12$; (ב) $60 : 45$; (ג) 2 מטרים ל־50 סנטימטרים.

2. פתרו: (א) $\frac{10}{15} = \frac{x}{6}$; (ב) $\frac{5}{2} = \frac{x+1}{4}$.

3. היחס בין הרוחב לאורך של מלבן הוא $3 : 8$, והיקפו 110 סנטימטרים. מצאו את מידותיו ואת שטחו.

4. מחלקים 450 שקלים ביחס $2 : 3 : 4$. כמה מקבל כל אחד?

5. בתוכנית דירה בקנה מידה $1 : 200$: (א) אורך קיר בתוכנית הוא 7.5 סנטימטרים. מה אורכו במציאות? (ב) רוחב חדר במציאות הוא 9 מטרים. מה רוחבו בתוכנית?

6. במפה בקנה מידה $1 : 100{,}000$, מהו האורך במפה של דרך שאורכה 12 קילומטרים?

7. תמונה של 8 סנטימטרים על 12 סנטימטרים מוגדלת פי 1.5. מהן מידות התמונה החדשה? פי כמה גדל השטח?

8. במשולש אחד יש זוויות של $35°$ ושל $75°$. במשולש אחר יש זוויות של $70°$ ושל $75°$. האם המשולשים דומים?

9. יחס הדמיון בין שני משולשים הוא 2.5. במשולש הקטן צלע של 6 סנטימטרים, היקף של 20 סנטימטרים ושטח של 8 סנטימטרים רבועים. מצאו את הגדלים המתאימים במשולש הגדול.

10. יחס השטחים של שני משולשים דומים הוא $16 : 25$. צלע במשולש הגדול היא 15 סנטימטרים. מהי הצלע המתאימה במשולש הקטן?

11. הצל של עמוד שגובהו 2 מטרים הוא באורך 1.5 מטרים. באותה שעה הצל של עץ הוא באורך 6 מטרים. מהו גובה העץ?

12. במשולש ABC הקטע DE מקביל ל־BC. נתון ש־$AD = 5$, $DB = 10$ ו־$DE = 4$. מצאו את BC.

© אור בן שטרית · אינסוף

תרגול מעורב שאלות מסכמות

13. אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הם 9 ו־12 סנטימטרים. אורך היתר במשולש דומה לו הוא 25 סנטימטרים. (א) מצאו את היתר של המשולש הראשון. (ב) מצאו את יחס הדמיון ואת הניצבים של המשולש השני. (ג) מצאו את ההיקף ואת השטח של המשולש השני.

14. בתוכנית בקנה מידה $1:50$ חדר הוא מלבן של 8 סנטימטרים על 6 סנטימטרים. (א) מצאו את מידות החדר ואת שטחו. (ב) כמה מרצפות ריבועיות שצלען 20 סנטימטרים נדרשות לריצוף?

15. במסוע במפעל, AB הוא משטח המסוע, ו־BC הוא עמוד שניצב לקרקע. עמוד נוסף DE ניצב לקרקע, והנקודה D על AB. נתון ש־$AC = 12$, $BC = 5$, $AD = 6.5$. מצאו את AB, את יחס הדמיון, את DE ואת EC.

16. בסרטוט שני משולשים שווי צלעות, אחד בתוך האחר. אורכי הצלעות שלהם הם 12 ו־8 סנטימטרים. (א) הסבירו מדוע הם דומים. (ב) מצאו את יחס השטחים. (ג) ידוע ששטח הגדול הוא בקירוב 62.35 סנטימטרים רבועים. מצאו את השטח שביניהם.

17. נכון או לא נכון? נמקו. (א) כל שני משולשים ישרי זווית דומים. (ב) כל שני משולשים שווי צלעות דומים. (ג) אם יחס הדמיון הוא 4, יחס השטחים הוא 8. (ד) כל שני ריבועים דומים.

© אור בן שטרית · אינסוף

13. תשובות ורמזים

רמזים לתרגול העצמאי

3. מחצית ההיקף היא 55.

10. מוציאים שורש מיחס השטחים.

15. $AE = AC \div k$, ו־$EC = AC - AE$.

תרגילים מודרכים ומציאת טעויות

תרגיל מודרך 1

12; 12, 20; 60, 80, 100.

תרגיל מודרך 2

200,000; 2,000; 2.

תרגיל מודרך 3

ABC; 9; 9, 1.5; 1.5, 1.5, 8.

מצאו את הטעות 1

הטעות בשורה 2: DB אינו צלע של המשולש. הצלע המתאימה ל־AD היא $AB = 12$. נכון: $k = 12 \div 4 = 3$, ו־$BC = 15$.

מצאו את הטעות 2

הטעות בשורה 2: יחס השטחים הוא k^2. נכון: $10 \cdot 9 = 90$ סנטימטרים רבועים.

מצאו את הטעות 3

הטעות בשורה 2: התוצאה היא בסנטימטרים, כמו במפה. נכון: 200,000 סנטימטרים הם 2,000 מטרים, כלומר 2 קילומטרים. גם סבירות מראה את הטעות: 4 סנטימטרים במפת טיולים אינם 200 קילומטרים.

מצאו את הטעות 4

הטעות בשורה 2: לפי סדר הקודקודים, A מתאימה ל־E ו־C מתאימה ל־D, ולכן AC מתאימה ל־ED. נכון: $AC = 12 \div 1.5 = 8$.

תשובות לתרגול העצמאי

1. (א) 3 : 2. (ב) 4 : 3. (ג) 1 : 4.

2. (א) $x = 4$. (ב) $x = 9$.

3. 15 ו־40 סנטימטרים; 600 סנטימטרים רבועים.

4. 100, 150 ו־200 שקלים.

5. (א) 15 מטרים. (ב) 4.5 סנטימטרים.

6. 12 סנטימטרים.

7. 12 על 18 סנטימטרים; פי 2.25.

8. כן: בשניהם הזוויות $75°$, $70°$, $35°$.

9. 15 סנטימטרים; 50 סנטימטרים; 50 סנטימטרים רבועים.

10. $k = \frac{5}{4}$; 12 סנטימטרים.

11. 8 מטרים.

12. $k = 15 \div 5 = 3$; $BC = 12$.

13. (א) 15. (ב) $k = \frac{5}{3}$, הניצבים 15 ו־20. (ג) היקף 60, שטח 150.

14. (א) 4 על 3 מטרים, 12 מטרים רבועים. (ב) $120{,}000 \div 400 = 300$ מרצפות.

15. $AB = 13$; $k = 2$; $DE = 2.5$; $EC = 6$.

16. (א) כל הזוויות $60°$. (ב) $\frac{9}{4}$. (ג) שטח הקטן כ־27.71, ההפרש כ־34.64 סנטימטרים רבועים.

17. (א) לא נכון: הזוויות החדות יכולות להיות שונות. (ב) נכון. (ג) לא נכון: 16. (ד) נכון: אותן זוויות, ובכל ריבוע כל הצלעות שוות.

© אור בן שטרית · אינסוף

14. דף סיכום

יחס ופרופורציה

- אותן יחידות לפני הכול.
- חלוקה ביחס: סופרים חלקים, מוצאים חלק אחד וכופלים.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \rightarrow \quad a\cdot d=b\cdot c$$

קנה מידה

- $n:1$: אורך במציאות שווה לאורך בסרטוט כפול n.
- $100\div$ למטרים, $1{,}000\div$ לקילומטרים.
- שטח גדל פי n^2.

משפט הדמיון

- שתי זוויות שוות: המשולשים דומים.
- קטע מקביל: זווית משותפת וזוויות מתאימות.
- צורת X: זוויות קודקודיות וזוויות מתחלפות.
- ישרי זווית: זווית ישרה וזווית חדה שווה.
- שווי צלעות: תמיד דומים.

יחס הדמיון

$$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}=k$$

$$\frac{P_1}{P_2}=k \qquad \frac{S_1}{S_2}=k^2$$

- צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות.
- מהקטן לגדול כופלים, מהגדול לקטן מחלקים.
- יחס שטחים נתון: k הוא השורש.

כלים נלווים

- גובה בשווה שוקיים חוצה את הבסיס.
- פיתגורס: $a^2+b^2=c^2$.
- שטח אפור: הפרש השטחים.
- 1 מ״ר = 10,000 סמ״ר.

מלכודות

- בקטע מקביל: AD מול AB, ולא מול DB.
- שטח: k^2, ולא k.
- נימוק: שני זוגות זוויות, עם סיבה לכל אחד.
- «האם מספיק?»: אותן יחידות, השוואה, משפט.

© אור בן שטרית · אינסוף