572
בגרויות במתמטיקה
אוסף בגרויות והפתרונות שלהן



LEVELUP
π × √ ÷ מתמטיקה בחוויה אחרת

ברוכים הבאים!

בעמודים שלפניכם תמצאו אוסף מקיף של בחינות הבגרות ופתרונות מלאים, שנכתבו בקפידה במטרה לסייע לכם להבין את דרך החשיבה, להעמיק את ההבנה ולהצליח בבחינה.

מומלץ לסרוק את קוד ה־QR המופיע בעמוד זה. באמצעותו תוכלו לצפות בסרטון הסבר מפורט, שבו אני מסביר איך להשתמש בקובץ פתרון בגרויות.

הספר הזה הוא מסמך חי ומתעדכן.
אם מצאתם טעות, אי־דיוק, שגיאת הקלדה או דרך פתרון שניתן לשפר – אשמח מאוד אם תעדכנו אותי. ההערות שלכם מסייעות לי לשפר את הספר ולהעניק לכלל התלמידים והמורים חומר לימוד מדויק ואיכותי יותר.

גרסאות מעודכנות של הקובץ יועלו באופן שוטף לאתר ויופצו גם בקבוצות העדכונים, כך שתמיד תוכלו ליהנות מהגרסה העדכנית ביותר.

מאחל לכם למידה מהנה, הצלחה רבה והמון ביטחון בדרך אל הציון שאתם שואפים אליו!

אילון פרץ
Level Up מתמטיקה

הסבר על הספר

תודה רבה לדנה בקרמן על העריכה והעיצוב

האשטאגים

שאלה 1
שאלה 2
שאלה 3
שאלה 4
שאלה 5



שאלה 1 - אנליטית

עמוד	מועד	#הנושאים
121	קיץ ב' 26	#פרבולה #פרמטר #מעגל ומשיק #מרחק נקודה מישר #מעגלים משיקים מבפנים #מקום גיאומטרי מעגל
115	קיץ א' 26	#פרבולה #משיק לפרבולה #מעגל ומשיק #נקודה כללית #מקום גיאומטרי מעגל #סעיף חשיבה
109	חורף 26	#אליפסה #מקום גיאומטרי ישר #מעגל ומשיק
103	קיץ ב' 25	#אליפסה #מעגל #פרמטר #משיק #מרחק נקודה מישר
97	קיץ א' 25	#מעגל #פרמטר #משיק #מרחק נקודה מישר #מקום גיאומטרי אליפסה #היקף ושטח משולש באליפסה
91	חורף 25	#מקום גיאומטרי פרבולה #פרמטר #שטח משולש מקסימלי במעגל #משיק לפרבולה #מרחק נקודה מישר
85	קיץ ב' 24	#מעגל חסום במעוין #משיקים #מקום גיאומטרי פרבולה #מעגלים משיקים מבפנים ומבחוץ
80	קיץ א' 24	#מקום גיאומטרי ישר #מעגל #משיק #מרחק נקודה מישר #משיק לפרבולה
74	חורף 24	#מקום גיאומטרי פרבולה #פרמטר #משיק לפרבולה #מעגל ומשיק
69	קיץ ב' 23	#מקום גיאומטרי מעגל #אליפסה ככיווץ מעגל #מעגל ומשיק
63	מיוחד 23	#מעגל #ישר #מרחק נקודה מישר #פרבולה #משיק לפרבולה #מעגל ופרבולה משיקים
58	קיץ א' 23	#אליפסה #פרמטר #מעגל #משיק #מרחק נקודה מישר #היקף משולש באליפסה
52	חורף 23	#אליפסה #מעגל #כיווץ מעגל #שטח משולש באליפסה
45	קיץ ב' 22	#מקום גיאומטרי ישר #מעגל #אליפסה
39	קיץ א' 22	#מעגל #מעגלים משיקים #משיק משותף #מרחק נקודה מישר
34	נבצרים 22	#מעגל חסום במשולש #משיקים #נקודה כללית #מרחק נקודה מישר
28	חורף 22	#פרבולה #אליפסה #פרמטר #מרובע בר-חסימה
22	קיץ ב' 21	#פרבולה #מעגל #פרמטר #ישר #מרחק נקודה מישר #מקום גיאומטרי פרבולה
16	מיוחד 21	#מקום גיאומטרי ישר #פרמטר 2# מעגלים #משיק #מניפולציות
11	קיץ א' 21	#מקום גיאומטרי פרבולה #פרמטר #דלתון #שטחים

שאלה 2 - ווקטורים

עמוד	מועד	#הנושאים
122	קיץ ב' 26	#גיאומטרי #פירמידה #פרמטר #אלגברי #נורמל למישור #מרחק נקודה ממישור
116	קיץ א' 26	#גיאומטרי #תיבה #פרמטר #ווקטור מוכל במישור
109	חורף 26	#אלגברי #תיבה #מרחק נקודה ממישור #נורמל למישור #זווית בין ווקטורים
104	קיץ ב' 25	#גיאומטרי #מנסרה משולשת #שלוש נקודות על ישר אחד #אלגברי #נורמל למישור #מרחק נקודה ממישור #זווית בין ווקטורים
98	קיץ א' 25	#גיאומטרי #פירמידה #אלגברי #נורמל למישור #סעיף חשיבה
92	חורף 25	#גיאומטרי #אלגברי #פירמידה
86	קיץ ב' 24	#גיאומטרי #פירמידה #אלגברי #נורמל למישור
81	קיץ א' 24	#אלגברי #חיתוך בין ישרים #זווית בין מישורים #נורמל למישור #מרחק נקודה ממישור
75	חורף 24	#אלגברי #מצב הדדי בין ישר ומישור #פרמטר #חיתוך ישר ומישור #סעיף חשיבה
70	קיץ ב' 23	#גיאומטרי #פירמידה #פרמטר #ווקטור מקביל למישור #אלגברי #מצב הדדי בין ישרים
64	מיוחד 23	#גיאומטרי #פרמטר #תיבה #ווקטור מקביל למישור #אלגברי #נורמל למישור #ישר ומישור נחתכים
59	קיץ א' 23	#גיאומטרי #תיבה 3# נקודות על ישר אחד #אלגברי #הצגה פרמטרית של מישור
53	חורף 23	#אלגברי #מצב הדדי בין מישורים #פרמטר #נורמל למישור #ישר חיתוך של מישורים #זווית בין מישורים
46	קיץ ב' 22	#גיאומטרי #פירמידה #פרמטר #אלגברי #נורמל למישור
40	קיץ א' 22	#אלגברי #נורמל למישור #פירמידה #מרחק נקודה ממישור #זווית בין מישורים
34	נבצרים 22	#גיאומטרי #תיבה #פרמטר #אלגברי
28	חורף 22	#אלגברי #נורמל למישור #זווית בין מישורים #פרמטר #מרחק נקודה ממישור #ישר חיתוך בין מישורים
23	קיץ ב' 21	#גיאומטרי #פרמטר #אלגברי #נורמל למישור #פירמידה #מרחק נקודה ממישור #זווית בין ווקטורים
17	מיוחד 21	#גיאומטרי #מנסרה משולשת #אלגברי #נורמל למישור #זווית בין ווקטורים
12	קיץ א' 21	#גיאומטרי #פרמטר #פירמידה #אלגברי #נורמל למישור

שאלה 3 - מרוכבים

עמוד	מועד	#הנושאים
122	קיץ ב' 26	#קוסבי #משוואה מסדר 4 #דה-מואבר #שטח מרובע
117	קיץ א' 26	#קוסבי #משוואה מסדר 3 #שטח מרובע
110	חורף 26	#אלגברי #מקומות גיאומטריים פרבולה #קוסבי #משוואה מסדר 4 #פרמטר #הבע באמצעות
104	קיץ ב' 25	#אלגברי #משוואה מסדר 3 #קוסבי #מצולע לא משוכלל #הזזה סיבובית
98	קיץ א' 25	#אלגברי #מקומות גיאומטריים ישר #נוסחת שורשים #משוואה מסדר 8 #דה-מואבר #משוואה מסדר ח
92	חורף 25	#קוסבי #פרמטר #הבע באמצעות #משוואה מסדר 8 #דה-מואבר #שטח מצולע
86	קיץ ב' 24	#קוסבי #משוואה מסדר 6 #שטח מלבן #הזזה סיבובית
81	קיץ א' 24	#קוסבי #פרמטרים #משוואה מסדר 11 #דה-מואבר #הנדסית #סכום שטח מצולע
75	חורף 24	#אלגברי #מקומות גיאומטריים מעגל #הנדסית #משוואה מסדר 4 #סכום הנדסית
70	קיץ ב' 23	#קוסבי #דה-מואבר #הנדסית #סכום
64	מיוחד 23	#אלגברי #מקום גיאומטרי #קוסבי #משוואה מסדר 6 #מצולעים משוכללים
59	קיץ א' 23	#קוסבי #משוואה מסדר 6 #דה-מואבר #סעיף חשיבה
53	חורף 23	#קוסבי #משוואה מסדר 6 #הזזות מעגל #שטח מצולע #שטח דלתון
47	קיץ ב' 22	#קוסבי #דה-מואבר #משוואה מסדר 9 #פרמטר
40	קיץ א' 22	#אלגברי #משוואת מעגל #קוסבי
35	נבצרים 22	#אלגברי #מקומות גיאומטריים מעגל #קוסבי #משוואה מסדר 3
29	חורף 22	#אלגברי #פרמטר #קוסבי #משפט דה-מואבר
23	קיץ ב' 21	#אלגברי #נוסחת שורשים
17	מיוחד 21	#אלגברי #נוסחת שורשים #קוסבי #משוואה מסדר 3 #הזזה אנכית מעגל
12	קיץ א' 21	#קוסבי #משוואה מסדר 4 #משוואה מסדר ח #שטח מצולע

שאלה 4 - דיפרנציאלי ואינטגרלי

עמוד	מועד	#הנושאים
123	קיץ ב' 26	#לוגריתמית #פרמטר #מניפולציה ln(F) #אינטגרל חשיבה
118	קיץ א' 26	#מעריכית #פרמטר #אינטגרל ללא נוסחה #אינטגרל זיהוי פנימית מעריכית
111	חורף 26	#מעריכית #פרמטר #הופכית #אינטגרל חשיבה
105	קיץ ב' 25	#מעריכית #הרכבה של פונקציות
99	קיץ א' 25	#מעריכית #לוגריתמית #אינטגרל ללא נוסחה #פרמטר
93	חורף 25	#מעריכית #פרמטר #הזזות #אינטגרל חשיבה
87	קיץ ב' 24	#מעריכית #פרמטר #אינטגרל חשיבה
82	קיץ א' 24	#מעריכית #מניפולציה e^f #אינטגרל זיהוי פנימית מעריכית #פרמטר
76	חורף 24	#לוגריתמית #חזקה n #הופכית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
71	קיץ ב' 23	#מעריכית #פרמטר #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
65	מיוחד 23	#מעריכית #פרמטר #אינטגרל זיהוי פנימית מעריכית #הופכית #פונקציה בחזקה e^f #אינטגרל חשיבה
60	קיץ א' 23	#מעריכית #פרמטר #חזקה n #זוגי/אי-זוגי #אינטגרל מעריכי #ערך מוחלט #משיק y=k
54	חורף 23	#מעריכית #אינטגרל סעיף חשיבה #התאמת משוואה לגרפים #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
48	קיץ ב' 22	#מעריכית #פרמטר #אינטגרל ללא נוסחה #אינטגרל זיהוי פנימית מעריכית
41	קיץ א' 22	#מעריכית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
36	נבצרים 22	#לוגריתמית #פרמטר #הופכית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
30	חורף 22	#מעריכית #פרמטר #הופכית #הזזות #אינטגרל סעיף חשיבה
24	קיץ ב' 21	#מעריכית #פרמטר #זוגית #הזזות #אינטגרל ללא נוסחה
18	מיוחד 21	#מעריכית #אי-זוגית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
13	קיץ א' 21	#מעריכית #פרמטר #הופכית #אינטגרל ללא נוסחה

שאלה 5 - דיפרנציאלי ואינטגרלי

עמוד	מועד	#הנושאים
123	קיץ ב' 26	#לוגריתמית #הזזות #מניפולציה ln(F) #משיקה y=k
118	קיץ א' 26	#לוגריתמית #מעריכית #פרמטר #משיקה y=k
112	חורף 26	#לוגריתמית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית #ערך מוחלט #מניפולציה ln(F) #התאמת גרפים
105	קיץ ב' 25	#לוגריתמית #הופכית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
100	קיץ א' 25	#לוגריתמית #חזקה n #התאמת גרפים #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
94	חורף 25	#לוגריתמית #פרמטר #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית #התאמת לוגריתמית גרפים
88	קיץ ב' 24	#לוגריתמית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית #הופכית #הזזות #משיקה y=k #התאמת גרף
82	קיץ א' 24	#לוגריתמית #הזזות #אינטגרל ללא נוסחה #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
77	חורף 24	#לוגריתמית #הרכבת פונקציות #פרמטר #מניפולציה e^F
71	קיץ ב' 23	#מעריכית #הופכית #אינטגרל מעריכי #אינטגרל חצי מסוים
66	מיוחד 23	#לוגריתמית #מניפולציה ln(F) #סעיפי חשיבה
60	קיץ א' 23	#לוגריתמית #פרמטר #חזקה n #זוגי/אי-זוגי #זיהוי גרפים #הופכית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
55	חורף 23	#לוגריתמית #פרמטר #מניפולציה ln(F)
49	קיץ ב' 22	#לוגריתמית #זיהוי גרפים #משיקה y=k #הזזות #הופכית
42	קיץ א' 22	#מעריכית #פרמטר #מניפולציה ln(F) #אינטגרל חשיבה
36	נבצרים 22	#לוגריתמית #מניפולציה e^f #אינטגרל זיהוי פנימית מעריכית
31	חורף 22	#פונקציה בתיאור מילולי #מניפולציה ln(F) #זוגית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית #אינטגרל חשיבה
25	קיץ ב' 21	#לוגריתמית #הופכית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
19	מיוחד 21	#לוגריתמית #אינטגרל זיהוי פנימית לוגריתמית
13	קיץ א' 21	#לוגריתמית #מניפולציה ln(F) #אינטגרל חשיבה

תוכן עניינים

דף נוסחאות

בגרות 2021 קיץ מועד א	עמוד 10
בגרות 2021 מיוחד	עמוד 15
בגרות 2021 קיץ מועד ב	עמוד 21
בגרות 2022 חורף	עמוד 27
בגרות 2022 חורף נבצרים	עמוד 33
בגרות 2022 קיץ מועד א	עמוד 38
בגרות 2022 קיץ מועד ב	עמוד 44
בגרות 2023 חורף	עמוד 51
בגרות 2023 קיץ מועד א	עמוד 57
בגרות 2023 מיוחד	עמוד 62
בגרות 2023 קיץ מועד ב	עמוד 68
בגרות 2024 חורף	עמוד 73
בגרות 2024 קיץ מועד א	עמוד 79
בגרות 2024 קיץ מועד ב	עמוד 84
בגרות 2025 חורף	עמוד 90
בגרות 2025 קיץ מועד א	עמוד 96
בגרות 2025 קיץ מועד ב	עמוד 102
בגרות 2026 חורף	עמוד 108
בגרות 2026 קיץ מועד א	עמוד 114
בגרות 2026 קיץ מועד ב	עמוד 120

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

מועד קיץ

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון פרמטר a, $a > 0$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(a, 0)$ שווה למרחק שלהן מן הישר $x = a - 1$.

ב. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(0, a)$ שווה למרחק שלהן מן הישר $y = a - 1$.

נתון כי שני המקומות הגאומטריים שמצאת בסעיפים א-ב נחתכים בשתי נקודות. אחת הנקודות היא $(2, 2)$.

ג. **(1)** מצא את a.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך האחרת.

מחברים את שתי נקודות החיתוך של שני המקומות הגאומטריים עם הנקודות $(3a, 0)$ ו־$(0, 3a)$ כך שמתקבל מרובע.

ד. **(1)** מהו סוג המרובע שהתקבל? נמק.

(2) חשב את שטח המרובע.

2. נתונה פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

נתון: $\overrightarrow{SA}$ מאונך לבסיס הפירמידה, $\sphericalangle BAD = 60^o$, $SA = BA$, $\overrightarrow{SE} = t \cdot \overrightarrow{SC}$, $0 < t < 1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו־ $\overrightarrow{ED}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$, t.

ב. נתון: $t = \frac{1}{2}$.

(1) הוכח כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{ED}$.

(2) הוכח כי האנך מן הנקודה E לבסיס עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים של המעוין.

נתון: $A(0,0,0)$, $B(6\sqrt{3},6,0)$, קודקוד D נמצא על ציר ה־ y בכיוון החיובי, שיעור ה־ z של הנקודה S גדול מאפס.

ג. חשב את שיעורי הקודקודים S ו־ D .

ד. מצא את משוואת המישור SAB .

3. נתונה המשוואה $z^4 = -16$ (z הוא מספר מרוכב).

א. פתור את המשוואה.

נתון: פתרונות המשוואה מייצגים קודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. סרטט במערכת הצירים את המצולע שהתקבל.

כופלים ב־ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע.

ג. מצא את שיעורי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים שהתקבלו בהכפלה.

n הוא מספר טבעי, $11 < n < 17$ ו־ c הוא מספר ממשי.

כל אחד מן המספרים המרוכבים שמצאת בסעיפים הקודמים מקיים את המשוואה $z^n = c$.

ד. מצא את n ואת c .

הנקודות במישור גאוס, המיוצגות על ידי כל הפתרונות של המשוואה $z^n = c$ שמצאת בסעיף ד, יוצרות מצולע בעל n צלעות.

ה. מצא את שטח המצולע.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x)=1+ae^{-2x}$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר, $a>1$.

בטא את תשובותיך באמצעות a, לפי הצורך.

א. **(1)** מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק את תשובתך.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) ידוע כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת, המתקבלת כאשר $x=\frac{\ell n\,(a)}{2}$.

מצא את שיעור ה־y של נקודת הפיתול, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g'(x)$.

(2) סרטט את גרף הפונקציה $g'(x)$. פרט את שיקוליך.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g'(x)$ ועל ידי הישרים $x=0$, $y=\frac{1}{2}$.

5. **א.** נתונה הפונקציה: $f(x)=\ell n\left(\frac{x^2-1}{(x+2)(x-1)}\right)$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה: $g(x)=\ell n(f(x))$.

היעזר בתשובותיך על השאלות בסעיף א וענה על התת־סעיפים (1)-(3) שלפניך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקוליך.

ג. בעבור כל x המקיים $0<f(x)<1$, קבע אם המכפלה $f(x)\cdot g(x)$ חיובית. נמק את קביעתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2021 קיץ מועד א 572

1. פתרון מלא

א. $y^2=2x-2a+1$

ב. $x^2=2y-2a+1$

ג. (1) $a=\frac{1}{2}$

(2) $(0,0)$

ד. (1) דלתון

(2) 3

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{ED}=(1-t)\underline{v}-t\underline{u}+(t-1)\underline{w}$, $\overrightarrow{EB}=(1-t)\underline{u}-t\underline{v}+(t-1)\underline{w}$

ב. (1) הוכחה

(2) הוכחה

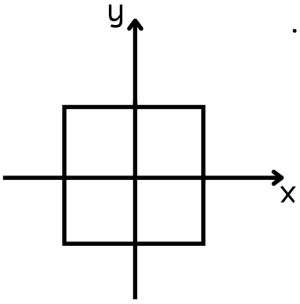
ג. $S(0\ ,\ 0\ ,\ 12)$, $D(0\ ,\ 12\ ,\ 0)$

ד. $x-\sqrt{3}y=0$

3. פתרון מלא

א. $2cis45^\circ$, $2cis135^\circ$
$2cis225^\circ$, $2cis315^\circ$

ב.



ג. $(0,-2)\ (0,\ 2)$
$(-2,\ 0)\ (2,\ 0)$

ד. $n=16$, $c=65536$

ה. $S=12.25$

4. פתרון מלא

א. (1) $y=1$

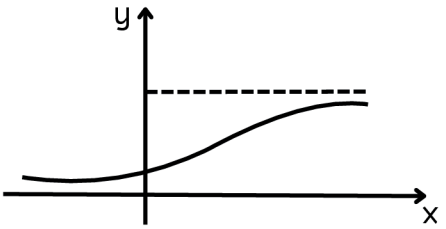
(2) עליה: אין
ירידה: בל x

(3) $(0\ ,\ 1+a)$

ב. (1) בל x

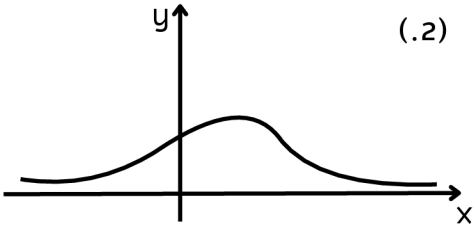
(2) $y=0$, $y=1$

(3) פיתול $\left(\frac{\ln a}{2}\ ,\ \frac{1}{2}\right)$



ג. (1) $\left(\frac{\ln a}{2}\ ,\ \frac{1}{2}\right)$

(2)



ד. $S=\frac{\ln a}{4}+\frac{1}{a+1}-\frac{1}{2}$

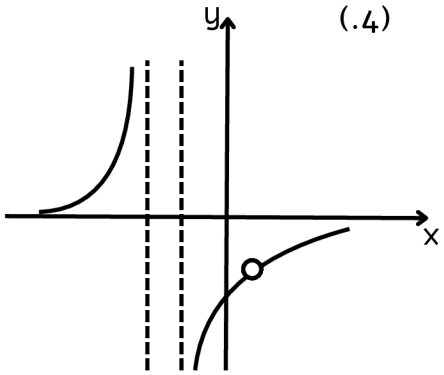
5. פתרון מלא

א. (1) $1<x$ **או** $-1<x<1$ **או** $x<-2$

(2) $x=-1$, $x=-2$, $y=0$

(3) עליה: $1<x$ **או** $-1<x<1$ **או** $x<-2$
ירידה: אין

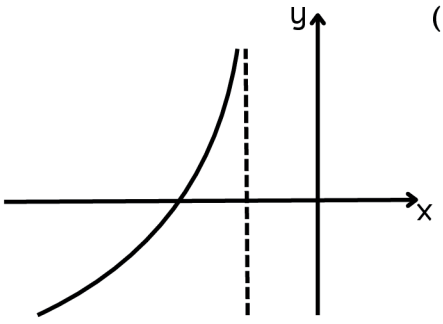
(4)



ב. (1) $x<-2$

(2) עליה: $x<-2$ ירידה: אין

(3)



ג. לא

מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד מיוחד

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **מועד מיוחד**, קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

פתרון הבגרות

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון פרמטר a שונה מאפס.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(a\ ,-1)$ שווה למרחק שלהן מן הנקודה $(-a\ ,1)$ הוא קו ישר. הבע את משוואת הישר באמצעות a.

נתון הישר $y=-ax$.

ב. מצא לאֵילו ערכים של a, הישר הנתון והישר שמצאת בסעיף א ניצבים זה לזה.

הישר שמצאת בסעיף א והישר הנתון ניצבים זה לזה ומשיקים לשני מעגלים, M ו־N. מרכזי שני המעגלים מונחים על ציר ה־x, המעגל M נמצא מימין לציר ה־y, והמעגל N נמצא משמאל לציר ה־y.

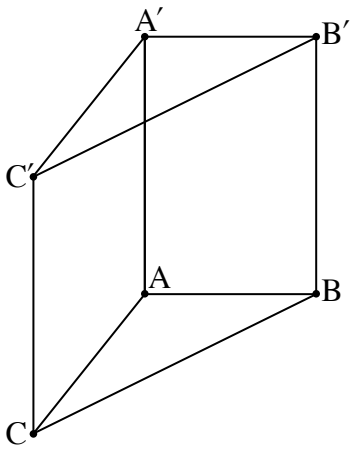
נתון כי המרחק בין מרכזי המעגלים הוא 6, והרדיוס של המעגל M גדול פי 2 מן הרדיוס של המעגל N.

ג. מצא את המשוואות של המעגלים M ו־N.

נתון הישר $-x+\sqrt{17}\,y-8=0$. הישר משיק לשני המעגלים M ו־N.

ד. מצא משוואה של ישר המשיק לשני המעגלים, נוסף על הישרים המשיקים המתוארים בשאלה. נמק את תשובתך.

2. בסרטוט שלפניך מתוארת מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$,
שהבסיס שלה הוא המשולש ABC.
נתון המספר k שבעבורו: $\overrightarrow{AA'}=(k-1,k-7,k+1)$,
$\overrightarrow{AC}=(k+1,0,k-3)$, $\overrightarrow{AB}=(k-1,k,3)$.



א. מצא את ערכו של k.

המקצועות AC ו־BC מונחים על הישרים ℓ_{AC} ו־ℓ_{BC} בהתאמה:

$$\ell_{AC}:\underline{x}=(8,-1,-1)+t(k+1,0,k-3)$$
$$\ell_{BC}:\underline{x}=(4,0,2)+m(k,-k,-4)$$

ב. מצא את משוואת המישור $A'B'C'$.

ג. חשב את גודל הזווית $C'A'B'$.

ד. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש $A'B'C'$. נמק.

3. נתונה משוואה I: $w^2-4iw-4+2i=0$. w הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

נתונה משוואה: $z^3=a+bi$. z הוא מספר מרוכב, a ו־b הם מספרים ממשיים.

ידוע כי אחד מפתרונות משוואה זו מתאים לנקודה הנמצאת במישור גאוס על הציר המדומה, בחלקו השלילי.

ב. אחת מן הטענות 1–3 שלפניך נכונה. קבע איזו ונמק את קביעתך.

1. $a=0,\ b>0$
2. $a<0,\ b=0$
3. $a\neq 0,\ b\neq 0$

נתונה משוואה II: $z^3=2(w_1+w_2)$, w_2 ו־w_1 הם הפתרונות של משוואה I.

ג. פתור את משוואה II.

פתרונות משוואה II מייצגים קודקודים של משולש במישור גאוס.

ד. סרטט את המשולש שהתקבל במישור גאוס.

נתון מספר מדומה $u=di$, d הוא פרמטר ממשי.

מוסיפים את u לכל אחד מן הפתרונות של משוואה II כך שהמספרים שמתקבלים מייצגים משולש חדש.

ה. מצא את הערך של d שבעבורו המעגל החוסם את המשולש החדש עובר דרך ראשית הצירים.

מצא את שתי האפשרויות.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון הישר: $g(x)=a\cdot x$, a הוא פרמטר.

ידוע כי $g(1)=f(1)$.

ג. **(1)** מצא את a .

(2) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין הישר $g(x)$.

5. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = x \cdot (\ell n(x))^n$, $n \geq 1$ הוא מספר טבעי.

א. ענה על הסעיפים שלפניך בעבור n זוגי ובעבור n אי־זוגי. אם יש צורך, בטא את תשובותיך באמצעות n.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

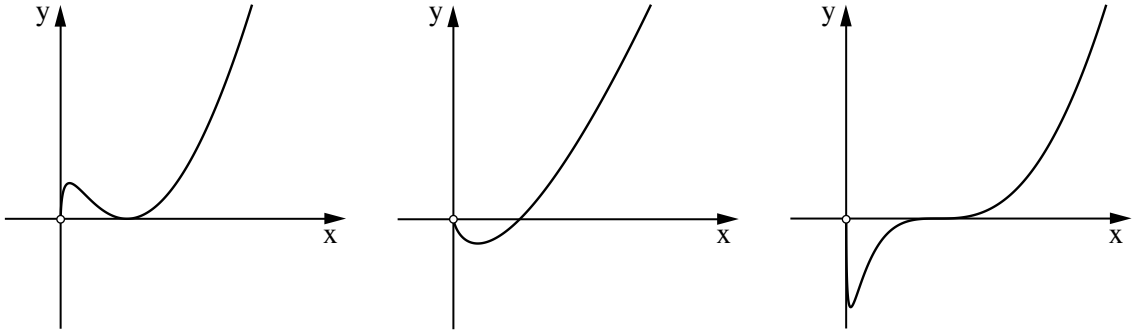
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. כל אחד מן הגרפים א–ג שלפניך מתאר פונקציה במשפחה.

קבע איזה גרף יכול להתאים ל־ $n = 1$, איזה גרף יכול להתאים ל־ $n = 2$ ואיזה גרף יכול להתאים ל־ $n = 3$.

נמק את קביעותיך.



גרף ג **גרף ב** **גרף א**

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{x \cdot (\ell n(x))^2}$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{e}$ ו־ $x = \frac{1}{e^2}$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2021 קיץ מועד מיוחד 572

1. פתרון מלא

א. $y=ax$

ב. $a=\pm 1$

ג. $(x+2)^2+y^2=2$

$(x-4)^2+y^2=8$

ד. $x+\sqrt{17}y+8=0$

2. פתרון מלא

א. $k=2$

ב. $x-5y+3z-45=0$

ג. 90°

ד. $(5\ ,\ -5\ ,\ 5)$

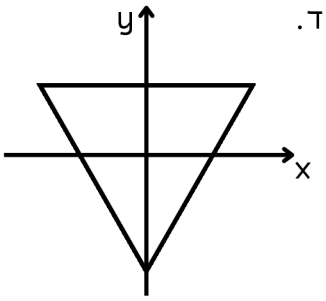
3. פתרון מלא

א. $-1+3i\ ,\ 1+i$

ב. טענה 1

ג. $\sqrt{3}+i\ ,\ -\sqrt{3}+i\ ,\ -2i$

ד.



ה. $d=-2\ ,\ d=2$

4. פתרון מלא

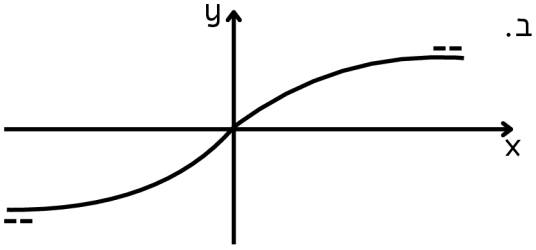
א. (1.) בל x

(2.) $x\to\infty\ :\ y=1\ ,\ x\to-\infty\ :\ y=-1$

(3.) עליה: בל x , ירידה: אין

(4.) הוכחה

ב.



ג. (1.) 0.761

(2.) 0.106

5. פתרון מלא

א. (1.) n זוגי: $x>0$, n אי זוגי: $x>0$

(2.) n אי זוגי- עליה: $x>\frac{1}{e^n}$ ירידה: $0<x<\frac{1}{e^n}$

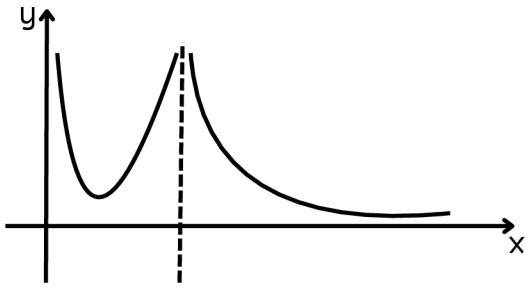
n זוגי- עליה : $0<x<\frac{1}{e^n}$ או $x>1$ ירידה: $\frac{1}{e^n}<x<1$

(3.) n אי זוגי- $\min\left(\frac{1}{e^n}\ ,\ \frac{(-n)^n}{e^n}\right)$

n זוגי- $\max\left(\frac{1}{e^n}\ ,\ \frac{(-n)^n}{e^n}\right)\ ,\ \min(1\ ,\ 0)$

ב. גרף א'- n=3 , גרף ב'- n=1 , גרף ג'- n=2

ג.



ד. $\frac{1}{2}$

מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד ב

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021, **מועד ב**
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

פתרון הבגרות

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. לפניך משוואת הפרבולה: $y^2 = 2ax$ ומשוואת המעגל: $x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$. a הוא פרמטר גדול מ־ 0 .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל. הבע באמצעות a , אם יש צורך.

דרך שתיים מנקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל עובר ישר ששיפועו חיובי.

ב. מצא את משוואת הישר. הבע באמצעות a , אם יש צורך.

ממרכז המעגל מעבירים אנך לישר. אורך האנך הוא $2\sqrt{5}$.

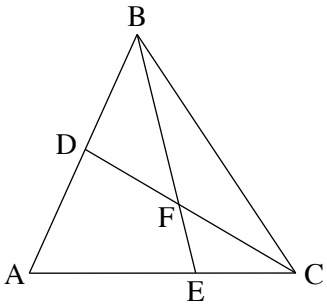
ג. **(1)** הבע באמצעות a את מרכז המעגל ואת הרדיוס שלו.

(2) מצא את a .

מגדירים מעגל חדש שמרכזו זהה למרכז המעגל הנתון והרדיוס שלו קטן ב־ 2 מרדיוס המעגל הנתון.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שאורך המשיק מהן למעגל החדש שווה למרחק שלהן מן הישר $x = -4$.

2. נתון משולש ABC (ראה סרטוט).



הנקודה D היא אמצע הצלע AB .

הנקודה E מחלקת את הצלע AC ביחס של $AE:EC=2:1$.

הנקודה F היא מפגש הקטעים BE ו־ CD .

נסמן: $\overrightarrow{CA}=\underline{u}$, $\overrightarrow{CB}=\underline{v}$

k ו־ t הם מספרים כך ש: $\overrightarrow{BF}=t\cdot\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CF}=k\cdot\overrightarrow{CD}$.

א. מצא את t ואת k .

המשולש ABC נמצא במישור $4x+2y+z-12=0$.

מישור זה חותך את ציר ה־ x בנקודה A , את ציר ה־ y בנקודה C

ואת ציר ה־ z בנקודה B . הנקודה O היא ראשית הצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו־ F .

ג. מצא את משוואת המישור AOE .

ד. מצא את נפח הפירמידה FAOE .

3. נתונה משוואה I: $z^4-2z^2+4=0$. z הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I .

פתרונות המשוואה מיוצגים על ידי כל הקודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. מצא את שטח המצולע.

נתונה משוואה II: $(a\cdot z^2+b)(z+1)=0$. z הוא מספר מרוכב, a ו־ b הם מספרים ממשיים השונים מאפס.

ידוע כי שניים מבין הפתרונות של המשוואה הם מספרים מדומים.

ג. הוכח כי $a\cdot b>0$.

ד. מצא את פתרונות משוואה II. הבע באמצעות a ו־ b , אם יש צורך.

ידוע כי הפתרונות המדומים של משוואה II מיוצגים על ידי נקודות הנמצאות על מעגל שמרכזו בראשית הצירים

והרדיוס שלו גדול פי שניים מן הערך המוחלט של פתרונות משוואה I .

ה. מצא את היחס $\frac{b}{a}$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=e^{(bx^2-2bx)}-1$ המוגדרת לכל x. $b<0$ הוא פרמטר.

הבע את תשובותיך באמצעות b, אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נגדיר את הפונקציה: $g(x)=f(x+a)$, a הוא פרמטר. נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון על ציר ה־ y.

ב. **(1)** מצא את a, ובטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות x ו־ b.

(2) האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מצא את שיעור ה־ x של כל אחת מנקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, וקבע את סוגן.

ד. הצב $b=-0.5$, וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים העוברים דרך נקודות הקיצון של $g'(x)$ ומאונכים לציר ה־ x.

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=a\cdot x^2-x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

ענה על סעיפים א-ג עבור $a>0$. הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\ell n(f(x))$.

ב. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

ג. נתון כי לגרף הפונקציה $g(x)$ יש נקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה־ x .

(1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את טווח הערכים האפשריים של a שעבורם גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה אחת בלבד.

ענה על סעיף ד עבור $a=0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ x .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2021 קיץ מועד ב 572

1. פתרון מלא

א. $(0\ ,\ 0),(2\ ,\ 2\sqrt{a})\ ,\ (2,\ -2\sqrt{a})$

ב. $y=\sqrt{a}\cdot x$

ג. (1.) מרכז המעגל: $(a+1,\ 0)$

רדיוס: $(a+1)$

(2.) $a=4$

ד. $y^2=18x$

2. פתרון מלא

א. $k=\frac{1}{2}\ ,\ t=\frac{3}{4}$

ב. $E(1\ ,\ 4,\ 0)\ ,\ F\left(\frac{3}{4}\ ,\ 3\ ,\ 3\right)$

ג. $z=0$

ד. $V=6$

3. פתרון מלא

א. $z=-\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\ ,\ z=-\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$

$z=\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\ ,\ z=\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$

ב. $S=2\sqrt{3}$

ג. הוכחה

ד. $z=-\sqrt{\frac{b}{a}}i\ ,\ z=\sqrt{\frac{b}{a}}i\ ,\ z=-1$

ה. $\frac{b}{a}=8$

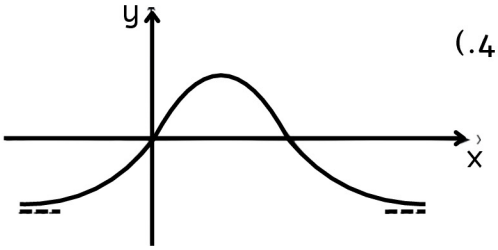
4. פתרון מלא

א. (1.) $(0\ ,\ 0)\ (2\ ,\ 0)$

(2.) אנכית: אין, אופקית: $y=-1$

(3.) $\max\left(1\ ,\ e^{-b}-1\right)$

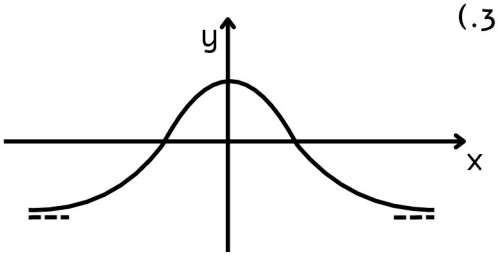
(4.)



ב. (1.) $a=1$

(2.) $g(x)=e^{b(x^2-1)}-1$, הפונקציה זוגית.

(3.)



ג. $x=-\sqrt{-\frac{1}{2b}}\max\ ,\ x=\sqrt{-\frac{1}{2b}}\min$

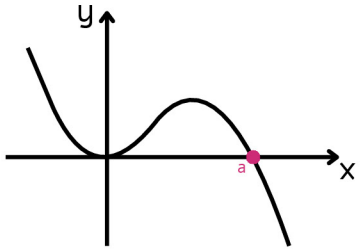
ד. $2\left(\sqrt{e}-1\right)=1.297$

5. פתרון מלא

א. (1.) חיובית: $x<0$ או $0<x<a$

שלילית: $a<x$

(2.)

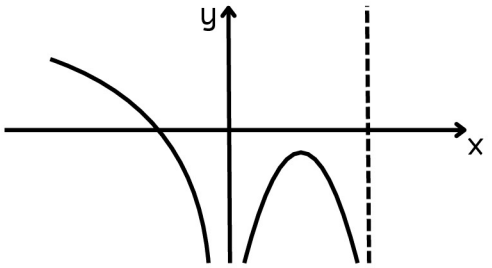


ב. (1.) $x\neq 0\ ,\ x<a$

(2.) $x=0\ ,\ x=a$

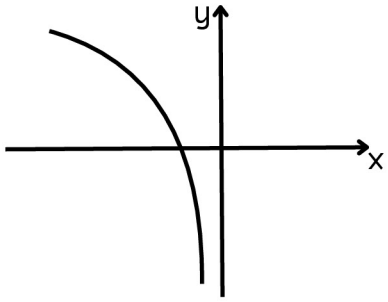
(3.) $\left(\frac{2a}{3}\ ,\ \ln\left(\frac{4}{27}a^3\right)\right)\max$

ג. (1.)



(2.) $0<a<1.890$

ד.



מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3}\times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3}\times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סך הכול — 100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/ המשך מעבר לדף /

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1–3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה $(t\,,0)$ היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית. t הוא פרמטר חיובי.
אורך הציר הראשי של האליפסה הוא $4t$.
בסעיפים שלפניך הבע את תשובותיך באמצעות t, אם יש צורך.

א. מצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.

המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות, A ו־B. הנקודה A נמצאת מעל לנקודה B.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו־B.

ישר המאונך לציר ה־x, עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות, C ו־D.
הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D.

ג. מצא את שיעורי הנקודות C ו־D.

ד. **(1)** הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C ו־D נמצאות על מעגל אחד.

(2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

2. נתונים שני מישורים: $\pi_1 : z-3=0$, $\pi_2 : ay+z-8=0$. a הוא פרמטר שונה מ־0.
הזווית בין המישורים היא 45^o.

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר a.

הנקודה $A(2\,,-2{,}6)$ נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה A הורידו אנך למישור האחר.
האנך חותך את המישור האחר בנקודה B.

ב. מצא את אורך הקטע AB.

ℓ הוא ישר החיתוך בין שני המישורים π_1 ו־π_2.

ג. מצא את ההצגה הפרמטרית של ℓ.

מן הנקודה B העבירו אנך לישר ℓ. האנך חותך את הישר ℓ בנקודה C.

ד. מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

3. נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים z_1 ו־z_2 צמודים זה לזה.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב–ג.

נתונים המספרים: $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$, $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$. n הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי:

(1) המספר w_1 הוא מספר ממשי.

(2) המספר w_2 הוא מספר מדומה טהור.

ג. נתונה המשוואה: $|z - p| = m$. p ו־m הם פרמטרים ממשיים, z הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של p ו־m שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים w_1 ו־w_2 לכל n טבעי? נמק.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33$\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4–5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}-3e^{x}+m}{4}$. m הוא פרמטר.

ידוע כי הישר $y=-1$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את m .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}+1$.

ג. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון פרמטר t בתחום $0<t<\ell n4$.

ה. מצא את הערך של t שבעבורו ערך הביטוי $\int_{0}^{t}g(x)dx$ הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{(\ell n(x))^2}{(\ell n(x))^2-1}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

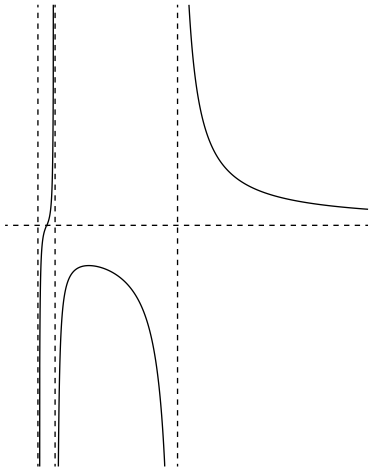
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. לפניך שלושה גרפים שבהם <u>לא מסומנים</u> הצירים x ו־y . הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת.

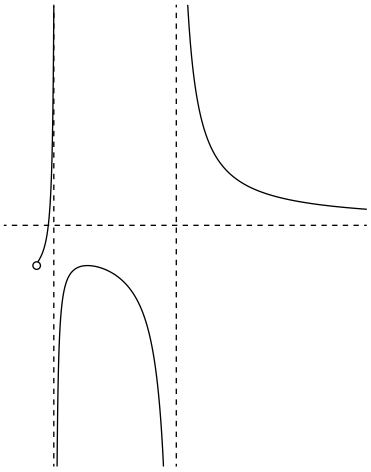
קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$, העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים.

פרט את שיקוליך.

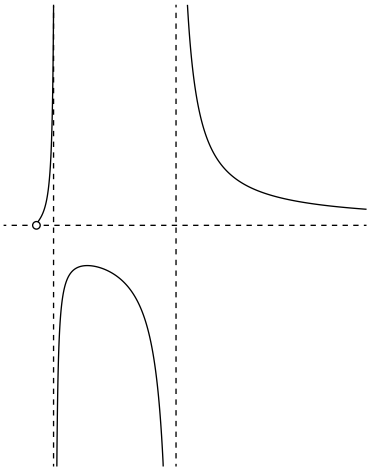
גרף א



גרף ב



גרף ג



ג. **(1)** האם יש פתרון למשוואה $f(x)=1$? נמק את תשובתך.

(2) מהו הערך של k שבעבורו יש למשוואה $f(x)=k$ פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות: $h(x)=(\ell n(x))^2+1$, $g(x)=\frac{1}{f(x)-1}$.

נסמן מלבן $ABCD$. הנקודות A ו־B הן שתי נקודות על ציר ה־x שבהן הפונקציה $g(x)$ אינה מוגדרת.

הנקודות C ו־D נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$.

ד. מהו שטח המלבן $ABCD$? נמק את תשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2022 חורף 572

1. פתרון מלא

א. משוואת אליפסה: $\frac{x^2}{4t^2}+\frac{y^2}{3t^2}=1$

משוואת פרבולה: $y^2=4tx$

ב. $A\left(-t,\frac{3t}{2}\right)$, $B\left(-t,-\frac{3t}{2}\right)$

ג. $C(t,\ 2t)$, $D(t,\ -2t)$

ד. (1.) טרפז שווה שוקיים

(2.) $\left(\frac{7t}{16},\ 0\right)$

2. פתרון מלא

א. $a=\pm 1$

ב. 3

ג. $x=(0,\ -5,\ 3)+t(1,\ 0,\ 0)$

ד. 4.5

3. פתרון מלא

א. $a=-1$

ב. (1.) הוכחה

(2.) הוכחה

ג. $m=1$, $p=0$

4. פתרון מלא

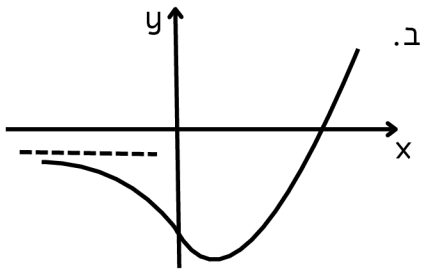
א. (1.) בכל x

(2.) $m=-4$

(3.) $(\ln 4,\ 0)$, $(0,\ -1.5)$

(4.) $\min\left(\ln\frac{3}{2},\ \frac{-25}{16}\right)$

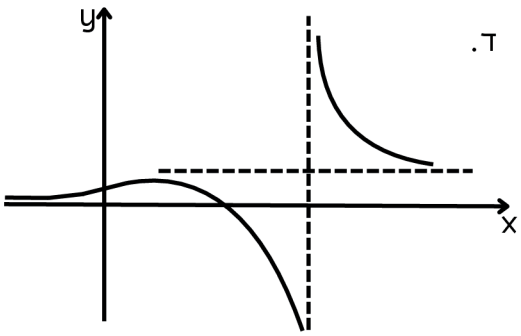
ב.



ג. (1.) $x\neq\ln 4$

(2.) $y=0$, $y=1$, $x=\ln 4$

ד.



ה. $t=\ln 3$

5. פתרון מלא

א. (1.) $x>0$, $x\neq\frac{1}{e},\ e$

(2.) $y=1$, $x=\frac{1}{e}$, $x=e$

(3.) עלייה: $0<x<\frac{1}{e}$ או $\frac{1}{e}<x<1$

ירידה: $e<x$ או $1<x<e$

ב. גרף ג'

ג. (1.) לא.

(2.) $k=0$

ד. $S=\frac{2e^2-2}{e}=2\left(e-\frac{1}{e}\right)$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף נבצרים**, תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC.

הצלע AB נמצאת על הישר $2x+y-13=0$ והצלע AC נמצאת על הישר $-x+2y+4=0$.

מרכז המעגל M נמצא על הישר $y=x-1$. ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC.

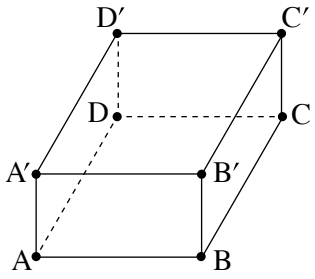
א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC.

נתון כי הישר BM מאונך לציר ה־ x.

ב. מצא את משוואת הצלע BC.

ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$, שבסיסה הוא מעוין $ABCD$ (ראה סרטוט).



נקודה F נמצאת על המישור ACD' כך ש: $\overrightarrow{D'F}=t\overrightarrow{D'A}+\frac{1}{4}\overrightarrow{D'C}$,

t הוא פרמטר.

נתון: DF מאונך למישור ACD', $\sphericalangle ADC=120^\circ$, $\left|\overrightarrow{DC}\right|=4$.

נסמן: $\overrightarrow{DD'}=\underline{w}$, $\overrightarrow{DC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{DA}=\underline{u}$.

א. בטא את $\overrightarrow{DF}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו־ t.

ב. מצא את t.

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה D היא ראשית הצירים, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x,

הקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z, $C=(-2,\sqrt{12},0)$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.

3. **א.** פתור את המשוואה: $(z+i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}\,i = 0$, z הוא מספר מרוכב.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב־a_1 וב־a_2 כך ש־$a_1 < a_2$.

נתונים שני מקומות גאומטריים:

I. $|z - ia_1| = \sqrt{3}$

II. $|z - ia_2| = \sqrt{3}$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר $y = x$ נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב בראשית הצירים ובשתי נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים w_1 ו־w_2 .

ג. פתור את המשוואה: $z^3 = w_1 \cdot \overline{w_1} \cdot w_2 \cdot \overline{w_2}$, z הוא מספר מרוכב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{ax}{\ell n(x)-a}$, $a>0$ הוא פרמטר.

בסעיפים א–ב, בטא את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ב. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך לציר ה־ x העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x=e^{a+2}$ ועל ידי ציר ה־ x , הוא 3 .

ג. מצא את a .

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=9^{-x}-6\cdot 3^{-x}+m$, m הוא פרמטר.

א. בתת־סעיפים (1)–(3) בטא את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה־ x .

ב. מצא את הערך של הפרמטר m .

ג. **(1)** סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $\ell n(f(x))$.

ד. הסבר מדוע: $\int_0^1 [\ell n(f(x))-\ell n(4)]dx < \ell n\left(\frac{9}{4}\right)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2022 חורף נבצרים 572

1. פתרון מלא

א. $y = 2x + 1$

ב. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$

ג. 2.5

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{DF} = t\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \left(\frac{3}{4} - t\right)\underline{w}$

ב. $t = \frac{1}{4}$

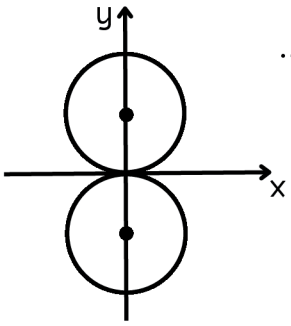
ג. $V = 16\sqrt{3}$

ד. $F\left(\frac{1}{2}\ ,\ \frac{\sqrt{12}}{4}\ ,\ 1\right)$

3. פתרון מלא

א. $Z_1 = -\sqrt{3} - 2i\ ,\ Z_2 = \sqrt{3}$

ב.



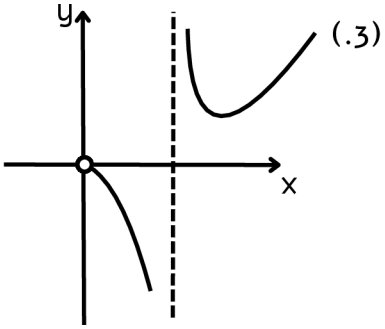
ג. $\sqrt[3]{36}cis240°,\ \sqrt[3]{36}cis120°,\ \sqrt[3]{36}cis0°$

4. פתרון מלא

א. (1) $0 < x \neq e^a$

(2) $\left(e^{a+1}\ ,\ ae^{a+1}\right)$ min

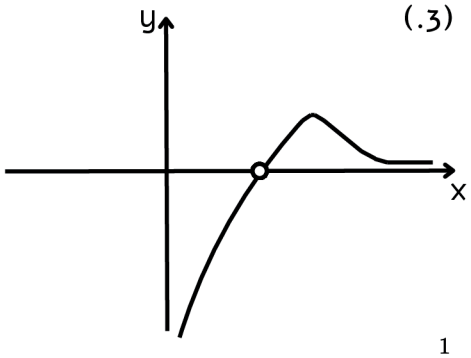
(3)



ב. (1) $0 < x \neq e^a$

(2) $\left(e^{a+1}\ ,\ \frac{1}{ae^{a+1}}\right)$ max

(3)



ג. $a = \frac{1}{2}$

5. פתרון מלא

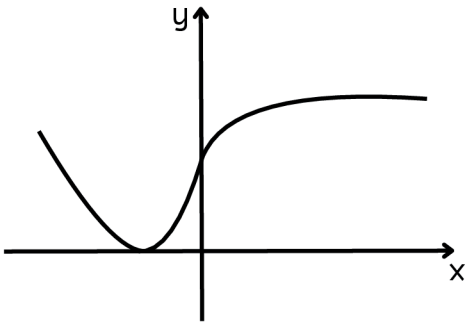
א. (1) בל x

(2) y = m

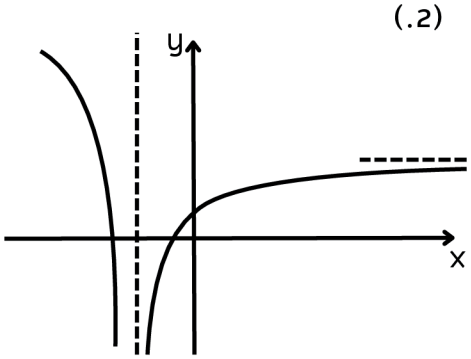
(3) $(-1\ ,\ m-9)$ min

ב. $m = 9$

ג. (1)



(2)



ד. הוכחה

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.

מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x-a)^2+y^2=r^2$, a הוא פרמטר חיובי.

מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x-13)^2+y^2=R^2$.

אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9 , והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא $1:2$, $r<R$.

א. מִצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M .

נתון כי $a<13$.

ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.

ג. מִצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.

ד. הישר $mx-y+n=0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מִצאו את m ואת n (שתי אפשרויות).

נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.

משוואות המעגלים הן: $(x-t)^2+y^2=r^2$; $(x-k)^2+y^2=R^2$, t ו־k הם פרמטרים.

ערכי הרדיוסים r ו־R זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.

ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?

אם כן – מִצאו את t ואת k . אם לא – נַמקו.

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $D(-2,5,-4)$, $C(1,-1,2)$, $B(7,5,5)$, $A(4,p,-1)$,
p הוא פרמטר.

א. מְצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חַשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\underline{x}=(0,-4,1)+t(1,3,1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81 .

ד. מְצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מְצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

3. נתונה המשוואה $z^2+z\bar{z}=z+2\bar{z}+9+7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מְצאו את משוואת המעגל.

חוסמים בַּמעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חַשבו את שטח הריבוע.

ג. מְצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב־ $r_1\cdot(\cos(\alpha)+i\sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב־ $r_2\cdot(\cos(\alpha+30^o)+i\sin(\alpha+30^o))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: r_1 ו־ r_2 חיוביים, $r_1\neq r_2$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נַמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי $\sqrt{3}$ משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חַשבו את $r_1\cdot r_2$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=xe^x-2e^x+1$ המוגדרת לכל x.

א. **(1)** מְצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ y (אם יש כאלה).

(2) מְצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

(3) מְצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1-e^x}{e^x-x}$ המוגדרת לכל x.

ב. **(1)** מְצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לציר ה־ y.

(2) מְצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) הוכיחו כי $g'(x)=\frac{f(x)}{(e^x-x)^2}$.

ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ ומְצאו <u>כמה</u> נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה $g(x)$. נַמקו את התשובה.

ד. סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. חַשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=-1$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \ell n(x^2 - 8)$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקִבעו את סוגה.

(4) סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

ב. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מְצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) סַרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

ג. **(1)** מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקִבעו את סוגה.

(2) מְצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. חַשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x = -4$ ו־ $x = -5$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

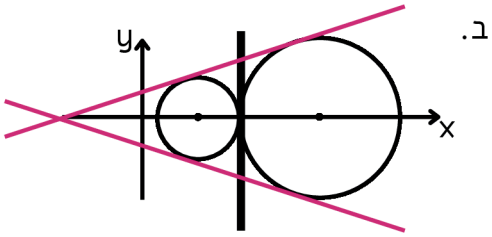
2022 קיץ תוכנית חדשה 572

1. פתרון מלא

א. משוואת מעגל N: $(x-13)^2+y^2=36$

M: $(x-22)^2+y^2=9$ או $(x-4)^2+y^2=9$

ב.



ג. $x=7$

ד. $m=\frac{1}{\sqrt{8}}\ ,\ n=\frac{5}{\sqrt{8}}$ או $m=-\frac{1}{\sqrt{8}}\ ,\ n=-\frac{5}{\sqrt{8}}$

ה. $t=-14\ ,k=-23$

2. פתרון מלא

א. $2x-y-2z+1=0$

ב. $p=11$

ג. הובחה

ד. $S(4\ ,\ 8\ ,\ 5)$
או
$S(-2\ ,\ -10\ ,\ -1)$

ה. 72.45°

3. פתרון מלא

א. $x^2+y^2=10$

ב. $S=20$

ג. $(1\ ,\ -3)\ ,\ (-3\ ,\ -1)\ ,\ (-1\ ,\ 3)$

ד. מקבילית.

ה. $r_1\cdot r_2=2$

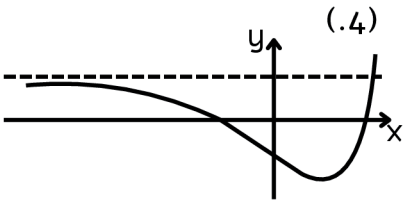
4. פתרון מלא

א. (1) $y=1\ (x\to-\infty)$

(2) $(0\ ,\ -1)$

(3) עליה: $x>1$
ירידה: $x<1$

(4)



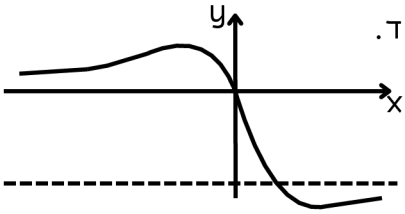
ב. (1) $y=-1\ (x\to+\infty)\ ,\ y=0\ (x\to-\infty)$

(2) $(0\ ,\ 0)$

(3) הובחה.

ג. $x<0$ max $\ ,x>1$ min

ד.



ה. $\ln\left(\frac{1+e}{e}\right)\approx0.3132$

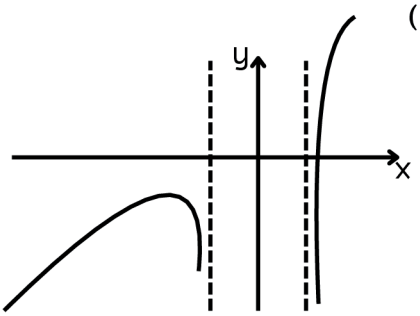
5. פתרון מלא

א. (1) $x>\sqrt{8}$ או $x<-\sqrt{8}$

(2) $x=\sqrt{8}\ ,\ x=-\sqrt{8}$

(3) $(-4\ ,\ -1.921)$ max

(4)

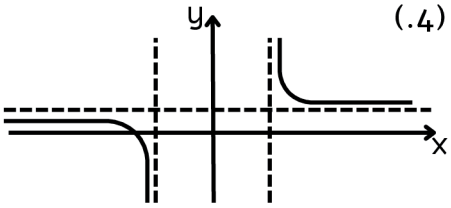


ב. (1) $x>\sqrt{8}$ או $x<-\sqrt{8}$

(2) $x=\sqrt{8}\ ,\ x=-\sqrt{8}\ ,(x\to\pm\infty)y=1$

(3) $(-4\ ,\ 0)$

(4)



ג. (1) $\left(-4\ ,\ e^{-1.921}\approx0.146\right)$ max

(2) עליה: $x>\sqrt{8}$ או $x<-4$ ירידה: $-4<x<-\sqrt{8}$

ד. $S=0.032$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, **מועד ב**
מספר השאלון: 035572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-5,3)$ ו־ $B(0,-2)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה־ x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M.

ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב־ F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה־ x עובר במוקד השמאלי של האליפסה.

הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו־ T, ואת המעגל M בנקודות K ו־ L.

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF.

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC .

נסמן: $\overrightarrow{OA}=\underline{u}$, $\overrightarrow{OB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{OC}=\underline{w}$.

נתון: $\sphericalangle AOB=\sphericalangle BOC=\sphericalangle COA=90^o$, $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|$.

הנקודה H מקיימת $\overrightarrow{OH}=t\underline{u}+s\underline{v}+k\underline{w}$. s , t ו־ k הם פרמטרים.

נתון כי $\overrightarrow{OH}$ מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

א. הוכיחו כי $t=s=k$.

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$, והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC .

ג. הביעו באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$, את הווקטור $\overrightarrow{OP}$ שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה־ x , הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה־ y , והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה־ z .

נתון: $|\underline{u}|=a$.

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP .

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC .

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא $20\frac{5}{6}$. חשבו את a .

3. המספר $z = R(\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

נתון: $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

א. מצאו את α .

נתון: $\left|\frac{z}{\bar{z}}\right| - \left|\frac{\bar{z}}{i}\right| + |2iz| = 8$.

ב. מצאו את R .

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{\bar{z}}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו־C מתאימים למספרים: $\frac{z}{\bar{z}}$ ו־$\frac{\bar{z}}{z}$.
קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k ?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=x^2e^{a-x^3}$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.

(2) מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה־ x הוא $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ $\left(g'(x)=f(x)\right)$.

ד. **(1)** מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.

נסמן ב־ B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה־ y של הנקודה B הוא $\frac{e-\sqrt[3]{e}}{3}$.

ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

5. נתונה פונקצייה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקצייה היא אי־זוגית, הישר $y=0$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם $(-1,-a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=\ell n\left(f(x)\right)$.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה־x בשתי נקודות.

נתון: $f(x)=\frac{4x}{1+x^2}$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת: $g'(x)=f(x)$ וגם: $g(0)=0$.

ג. **(1)** מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^{t} g(x)dx$, $t>-5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $2\cdot\int_{-5}^{t} g(x)dx=\int_{-5}^{5} g(x)dx$? נמקו.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2022 קיץ מועד ב תוכנית חדשה 572

1. פתרון מלא

א. $y = x + 3$

ב. $r = 5\ ,\ M\ (0\ ,\ 3)$

ג. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

ד. 5:3

2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$

או

$\overrightarrow{OP} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$

ד. $l\ :\ (0,0,0) + t\,(1,1,1)$

ה. $x + y + z - a = 0$

ו. $a = 5$

3. פתרון מלא

א. $\alpha = 240^\circ$

ב. $R = 3$

ג. הוכחה

ד. (1.) $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(2.) $S_{ABOC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

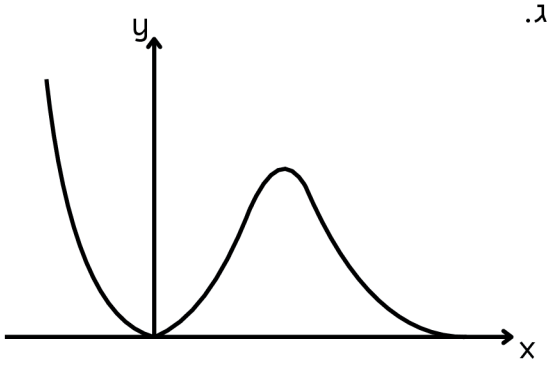
4. פתרון מלא

א. (1.) חיובית לכל $x \neq 0$

(2.) $x_{\min} = 0\ ,\ x_{\max} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.874$

ב. $a = 1$

ג.



ד. (1.) g(x) עולה לכל x .

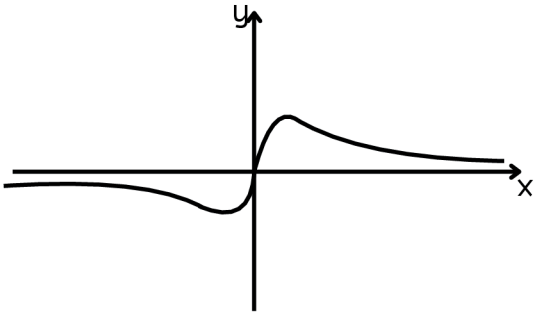
(2.) 2 נק' פיתול.

(3.)

ה. $g(x) = -\frac{1}{3}e^{1-x^3} + \frac{e}{3} = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$

5. פתרון מלא

א.

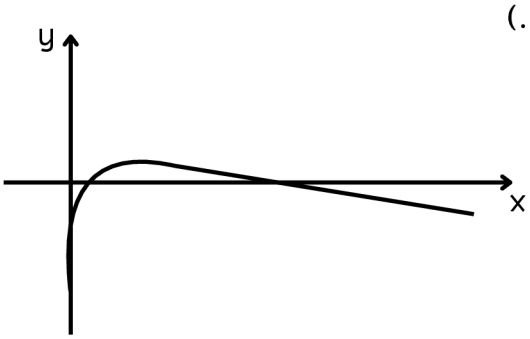


ב. (1.) x > 0

x = 0 (2.)

(3.) 2 נק' עבור a > 1

(4.)



ג. (1.) $g(x) = 2\ln\left(1 + x^2\right)$

(2.) g(x) זוגית.

ד. $t = 0$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035572
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

תוכנית חדשה

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{b^2}=1$, b הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה־ x .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה־ y ב־ D_1 ו־ D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב־ F_1 , ואת המוקד הימני שלה ב־ F_2 .

נתון כי המרובע $F_1D_1F_2D_2$ הוא ריבוע.

א. **(1)** מצאו את הערך של b .

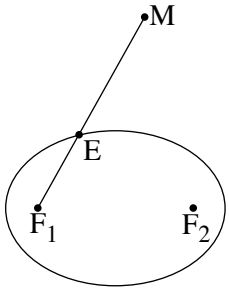
(2) חשבו את שטח הריבוע $F_1D_1F_2D_2$.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2=4.5$, וענו על הסעיפים ב–ד.

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים $EM=EF_2$.



ב. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב־ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

מכפילים ב־ $\frac{2}{3}$ את שיעור ה־ y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניים מקודקודיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה־ x , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.

2. נתונים שני מישורים, π_1 ו־ π_2 :

$$\pi_1: \ (k+2)x+y+(k+1)z+11=0$$

$$\pi_2: \ (k+1)x+y+z-5=0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \ \underline{x}=(1,2,-1)+m(-1,k,k)$.

ב. **(1)** מצאו את הערך של k .

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו־ π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור [yz] .

הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של ציר ה־ y עם המישורים π_1 ו־ π_2 בהתאמה.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודות A , P , ו־ B .

(2) מצאו את שטח המשולש APB .

3. נתונה משוואה I : $w^6=-27$, w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I .

נתונה משוואה II : $\left(z+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6=-27$, z הוא מספר מרוכב.

ב. **(1)** היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II .

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל, ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. **(1)** מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}-5e^{x}+4}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

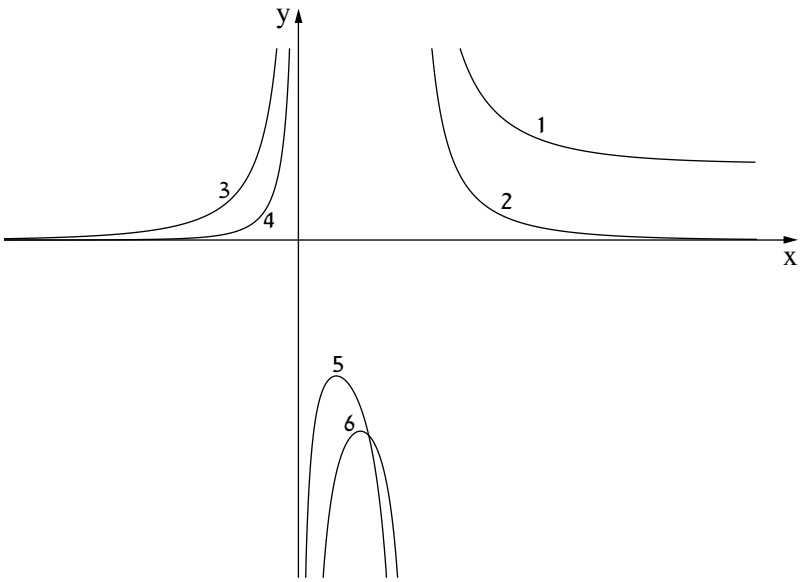
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\dfrac{5e^{x}}{e^{2x}-5e^{x}+4}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I–II . קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו <u>ללא חישוב</u>.

I. $\int_{-4}^{-1}(f(x)-g(x))\,dx$ **II.** $\int_{\ell n\frac{8}{5}}^{\ell n2}(f(x)-g(x))\,dx$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ ובין הישרים $x=\ell n9$ ו־ $x=\ell n16$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=4x(\ell n(x^2)-1)$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו־ $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.

ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 חורף 572

1. פתרון מלא

א. (1) $b=\sqrt{4.5}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(2) $S_{F_1D_1F_2D_2}=9$

ב. $\left(x+\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2+y^2=36$

ג. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$

ד. $S_{\max}=24$

2. פתרון מלא

א. הסבר.

ב. (1) $k=1$

(2) $(-16\ ,\ 37\ ,\ 0)+t\,(-1\ ,\ 1\ ,\ 1)$

(3) 10.89°

ג. (1) $A\,(0\ ,-11\ ,\ 0)\ ,\ P\,(0\ ,\ 21\ ,\ -16)$

$B\,(0\ ,\ 5\ ,\ 0)$

(2) $S_{APB}=128$

3. פתרון מלא

א. $w_0=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\ ,\ w_1=\sqrt{3}i\ ,\ w_2=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$w_3=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\ ,\ w_4=-\sqrt{3}i\ ,\ w_5=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ב. (1) $z_0=\frac{3}{2}\ ,\ z_1=\frac{\sqrt{3}}{2}i\ ,\ z_2=-\frac{3}{2}$

$z_3=-\frac{3}{2}-\sqrt{3}i\ ,\ z_4=-\frac{3\sqrt{3}}{2}i\ ,\ z_5=\frac{3}{2}-\sqrt{3}i$

(2) $x^2+\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$

(3) הובחה.

ג. (1) דלתון.

(2) $3:2$

4. פתרון מלא

א. (1) $x\neq 0\ ,\ x\neq \ln 4$

(2) $(x\to-\infty)y=0\ ,(x\to+\infty)y=2$

$x=0\ ,\ x=\ln 4$

(3) עלייה: $x<0$ או $0<x<\ln 1.6$

ירידה: $x>\ln 4$ או $\ln 1.6<x<\ln 4$

ב. $\left(\ln 2.5\ ,\ -5\frac{5}{9}\right)$

ג. $f\,(x):1,4,5$

$g\,(x):6,3,2$

ד. I שלילי

II חיובי

ה. $S=\ln\,(4.5)$

5. פתרון מלא

א. (1) $x\neq 0$

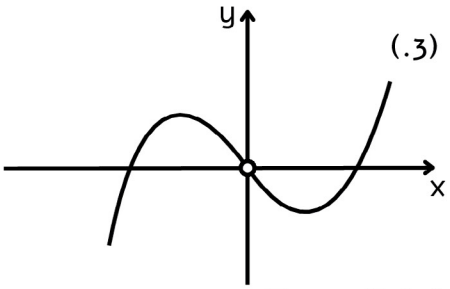
(2) $(-\sqrt{e},\ 0)\ ,\ (\sqrt{e},\ 0)$

(3) הובחה.

ב. (1) $\left(-\frac{1}{\sqrt{e}}\ ,\ \frac{8}{\sqrt{e}}\right)\max\ ,\ \left(\frac{1}{\sqrt{e}}\ ,\ -\frac{8}{\sqrt{e}}\right)\min$

(2) אין נק' פיתול.

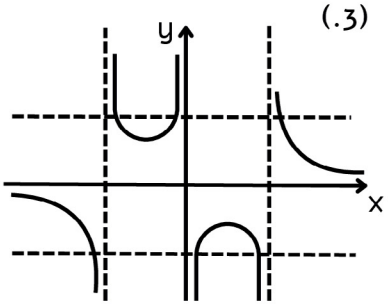
(3)



ג. (1) $x\neq-\sqrt{e},\ 0\ ,\ \sqrt{e}$

(2) $y=0\ ,\ x=-\sqrt{e}\ ,\ x=0\ ,\ x=\sqrt{e}$

(3)



(4) נחתכים ב6 נק'.

ד. $G\,(x)=\frac{1}{8}\cdot\ln\left|\left(\ln\left(x^2\right)-1\right)\right|+3$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{144-4k^2}=1$, $0<k<6$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו־ F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1=10k$.

ב. **(1)** הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

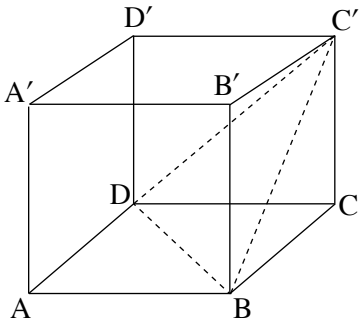
AF_1 הוא קוטר במעגל. הישר שמשוואתו $5x+12y=138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCDA'B'C'D'$.



נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. **(1)** הביעו את הווקטור $\overrightarrow{CE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו־ A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $D(0,0,0)$, $C(3,4,0)$, $A(4,n,p)$, n ו־ p הם פרמטרים.

שיעור ה־ z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z=0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ℓ הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר ℓ ואינו חותך את ציר ה־ x .

3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B ו־ C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $di \cdot z_0$ ו־ $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה,

$d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2}\right)(1+i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (n הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x)=(e^x-1)^n-4$, המוגדרת לכל x. n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל־ 2.

ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי־זוגי.

א. **(1)** מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ענו על הסעיפים ב–ג עבור $n=2$.

נתונה הפונקציה $g(x)=3e^x-7$, המוגדרת לכל x.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)=|f(x)|$, המוגדרת לכל x.

ג. **(1)** כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ ב־ 3 נקודות.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell n(x)+\frac{1}{x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=(x+1)(1-\ell n(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x.

(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה $\cup$ ואת תחום הקעירות כלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)=\frac{1}{x}\cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $g(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e$ ו־ $x=1$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 קיץ מועד א 572

1. פתרון מלא

א. $F_2(-2k,\ 0)\ ,\ F_1(2k,\ 0)$

ב. (1) $x=-2k$

(2) $A(8k,\ 8k)$

ג. $k=1$

ד. $\Delta F_1AF_2 < \Delta F_1DF_2$

2. פתרון מלא

א. הובחה.

ב. (1) $\overrightarrow{CE}=-\frac{1}{3}\underline{u}-\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$

(2) הובחה.

ג. (1) $A(4,-3,0)$

(2) $C'(3,4,5)$

ד. $l=\underline{x}=(7,1,0)+m(-4,3,5)$

ה. $x=(7,1,0)+m(-4,3,5)+n(1,0,0)$

3. פתרון מלא

א. $z_0=cis300^\circ=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ב. $d=6$

ג. $|w|=\sqrt{6}$

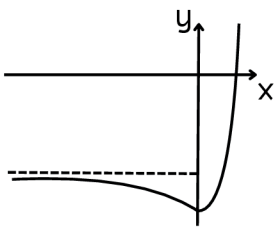
ד. $n=6$

4. פתרון מלא

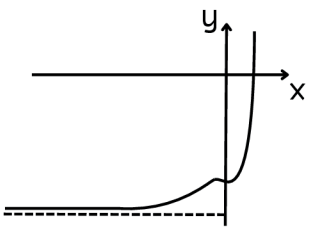
א. (1) $y_{(-\infty)}=-5\ ,\ y_{(-\infty)}=-3$

(2) $(0,-4)\min$

(3) n זוגי:



n אי זוגי:



ב. (1) $(0,-4)\ ,\ (\ln 4,5)$

(2) 1.95

ג. (1) $(0,4)\max\ ,\ (\ln 3,0)\min$

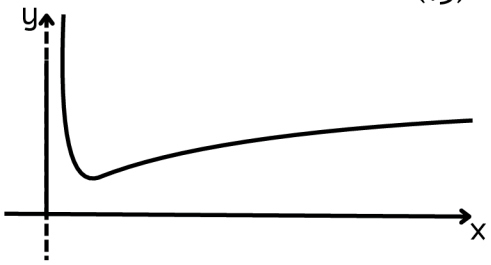
(2) $3<k<4$

5. פתרון מלא

א. (1) $x>0$

(2) $(1\ ,\ 1)\min$

(3)



ב. (1) $(e\ ,\ 0)$

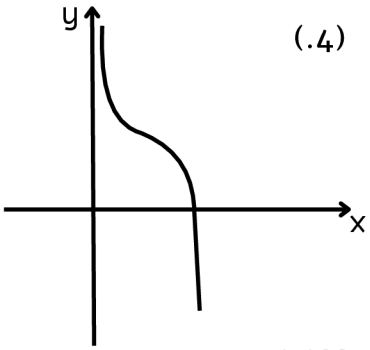
(2) ירידה: $0<x$

עלייה: אין.

(3) $\cup$: $0<x<1$

$\cap$: $1<x$

(4)



ג. 1.132

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, **מועד מיוחד**, 2023
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

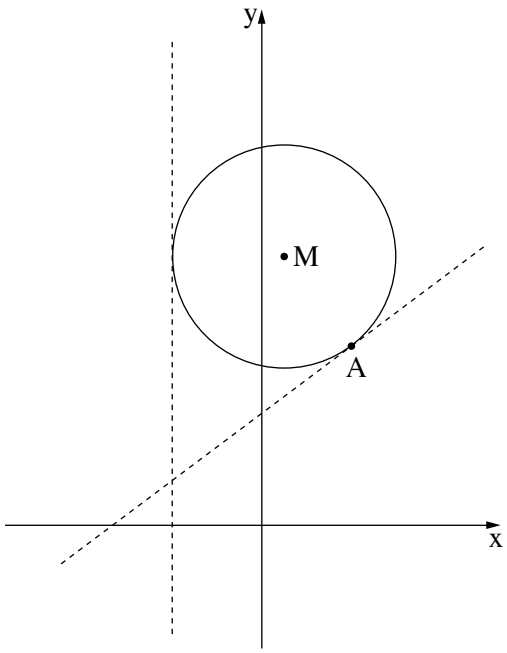
ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים הישרים שמשוואותיהם: $\ell_1:\ 4y-3x-20=0$,

$\ell_2:\ x=-4$.



א. מצאו את המשוואות המתארות את המקום הגאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מן הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

מעגל שמרכזו M משיק לישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

המעגל משיק לישר ℓ_1 בנקודה A שבה $x=4$.

המרכז M נמצא ברביע הראשון (ראו סרטוט).

ב. מצאו את שיעורי הנקודה M .

הישר ℓ_2 הוא מדריך של פרבולה קנונית.

ג. האם הישר ℓ_1 משיק בנקודה A לפרבולה זו? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את משוואת המעגל המשיק לפרבולה זו בשתי נקודות שאחת מהן היא הנקודה A .

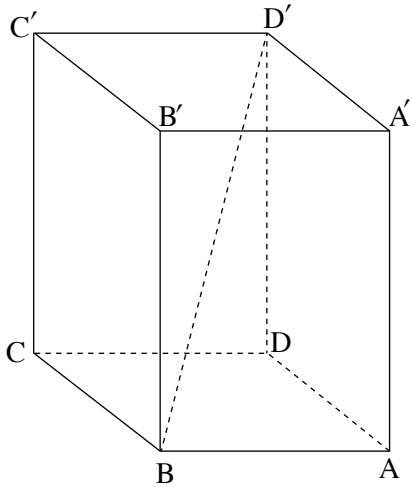
2. נתונה תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שהבסיס שלה, $ABCD$, הוא מלבן (ראו סרטוט).

הנקודה E נמצאת על המקצוע DD' כך ש־ $DE:ED'=3:2$,

הנקודה F נמצאת על האלכסון BD' ומתקיים: $\overrightarrow{BF}=t\cdot\overrightarrow{BD'}$,

$0<t<1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BD'}$ ו־ $\overrightarrow{FE}$ באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו־ t, אם יש צורך.

נתון כי FE מקביל למישור הבסיס $ABCD$.

ב. מצאו את t.

הנקודה C היא ראשית הצירים.

הנקודה B נמצאת על ציר ה־ x בכיוון החיובי שלו, והנקודה D נמצאת על ציר ה־ y בכיוון החיובי שלו.

נתון: $F(4,9,12)$.

ג. מצאו את $|\underline{u}|$, $|\underline{v}|$, ו־ $|\underline{w}|$.

מן הנקודה F העבירו ישר המאונך למישור $EFBD$.

ישר זה חותך את הפאה $CDD'C'$ בנקודה P.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה P.

3. $z=x+iy$ הוא מספר מרוכב (x ו־ y הם מספרים ממשיים).

א. **(1)** הראו כי משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות: $|z^2-i|=|z^2+3i|$,

היא $y=-\frac{1}{2x}$.

(2) תנו דוגמה למספר מרוכב הנמצא על המקום הגאומטרי הזה.

ב. פתרו את המשוואה: $z^6=1$.

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף **ב** מייצגים את קודקודיו של מצולע I.

המקום הגאומטרי שמצוין בתת־סעיף **א (1)** חותך ברביע הרביעי את המעגל החוסם את מצולע I בנקודה A.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A.

הנקודה A היא קודקוד של מצולע משוכלל אחר החסום באותו מעגל, מצולע II.

נתון: מספר הקודקודים של מצולע II שווה למספר הקודקודים של מצולע I.

ד. מצאו את המספרים המרוכבים המייצגים את כל הקודקודים של מצולע II.

נסמן: $w=r\cdot\text{cis}\,\alpha$, $0<\alpha<60^o$.

כופלים את כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I במספר w, כך שקודקודי מצולע I מתלכדים עם קודקודי מצולע II.

ה. מצאו את w.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. $f(x)$ היא פונקצייה המוגדרת לכל x, ו־ $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת שלה, המוגדרת גם היא לכל x.

נתון: $f'(x) = -2x \cdot e^{-\frac{x^2}{a}}$, a הוא פרמטר.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$.

א. מצאו את a.

נתון: $f(0) = a$.

ב. מצאו את הפונקצייה $f(x)$.

ג. **(1)** האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית **או** אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

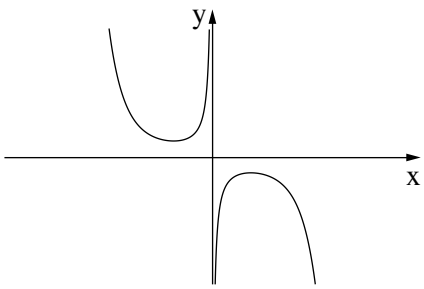
נתונות הפונקציות $h(x) = \frac{1}{f'(x)}$, $m(x) = e^{h(x)}$.

שלושה מבין הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתארים את הפונקציות $f'(x)$, $h(x)$, $m(x)$.

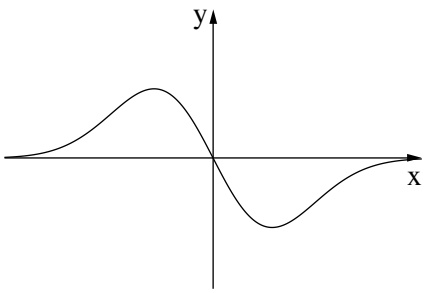
ד. התאימו לכל פונקצייה את הגרף המתאר אותה.

ה. **(1)** מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $m(x)$.

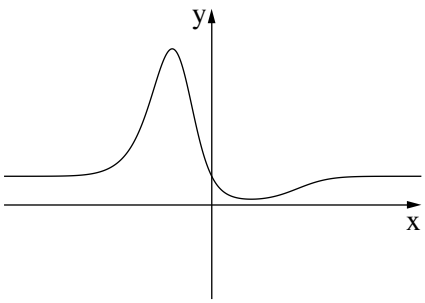
(2) קבעו אם הביטוי $\int_1^2 h(x) \cdot m(x)\,dx$ חיובי או שלילי. נמקו את קביעתכם.



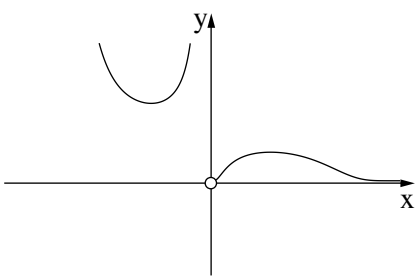
II



I



IV



III

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{1-\ell nx}{\ell nx}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\ell n(-f(x))$.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב־ a את שיעור ה־ x של נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$.

ג. מבין הביטויים I–III קבעו איזה ביטוי הוא הגדול ביותר ואיזה ביטוי הוא הקטן ביותר (אין צורך למצוא את הערך של a). נמקו את תשובתכם.

I. $\int_{a+1}^{a+2}(g(x)-f(x))\,dx$ II. $\int_{a+3}^{a+4}(g(x)-f(x))\,dx$ III. המספר 1

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 קיץ מועד מיוחד 572

1. פתרון מלא

א. $y=2x+10$

ב. $M\left(1\ ,\ 12\right)$

ג. לא.

ד. $\left(x-12\right)^2+y^2=128$

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{FE}=(t-1)\underline{u}+(1-t)\underline{v}+\left(\frac{3}{5}-t\right)\underline{w}$

ב. $t=\frac{3}{5}$

ג. $|u|=15\ ,|v|=10\ ,|w|=20$

ד. $P\left(0,\frac{19}{3},12\right)$

3. פתרון מלא

א. (1) $y=-\frac{1}{2x}$

(2) $z=x-\frac{1}{2}yi$

ב. $z_0=cis0\ ,\ z_1=cis60\ ,\ z_2=cis120$

$z_3=cis180\ ,\ z_4=cis240\ ,\ z_5=cis300$

ג. $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\ ,\ \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

ד. $cis15\ ,\ cis75\ ,\ cis135$

$cis195\ ,\ cis255\ ,\ cis315$

ה. $w=1\cdot cis15$

4. פתרון מלא

א. $a=4$

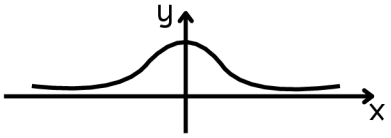
ב. $F\left(x\right)=4\cdot e^{-\frac{x^2}{4}}$

ג. (1) זוגית.

(2) $y_{(x\to\pm\infty)}=0$

(3) $(0,4)\ \max$

(4)



ד. $F'\left(x\right)$ – (3)

$M\left(x\right)$ – (4)

$h\left(x\right)$ – (1)

ה. (1) עלייה: $0<x<\sqrt{2}$ או $-\sqrt{2}<x<0$

ירידה: $\sqrt{2<x}$ או $x<-\sqrt{2}$

(2) שלילי.

5. פתרון מלא

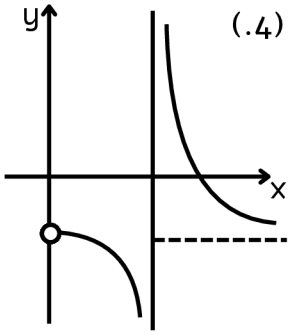
א. (1) $0<x<1$ או $1<x$

(2) $y_{(\infty)}=-1\ ,\ x=1,\ (0,-1)$

(3) ירידה: $0<x<1$ או $1<x$

עלייה: אין.

(4)



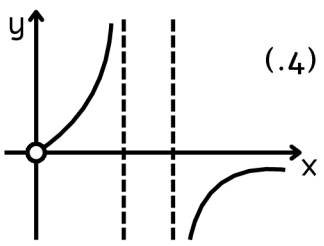
ב. (1) $0<x<1$ או $e<x$

(2) $y_{(\infty)}=0\ ,\ x=1\ ,\ x=e\ ,\ (0,0)$

(3) שליליות: $e<x$

חיוביות: $0<x<1$

(4)



ג. $I>III$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023, **מועד ב**
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

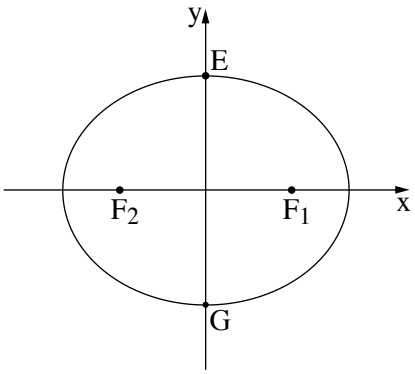
1. נתונות הנקודות $A(0,24)$, $B(18,0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,250$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 9 יחידות שמאלה ו־ 12 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה־ y בנקודות E ו־ G (E מעל G).

הנקודות F_1 ו־ F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו־ G, כמתואר בסרטוט.



נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו־ GF_2 הוא 24 .

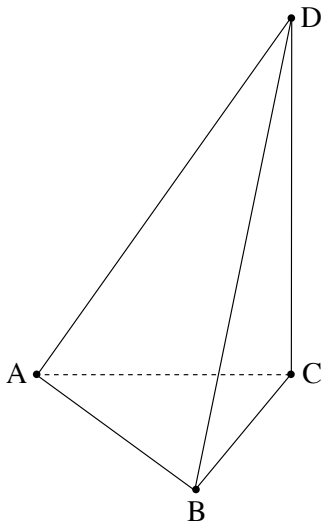
ב. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה־ x ולציר ה־ y .

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.

2. בפירמידה $ABCD$, המקצוע DC מאונך למישור ABC.



הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{DF} = \frac{k}{2} \cdot \overrightarrow{DB} + k \cdot \overrightarrow{DC}$, k הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו־k את $\overrightarrow{EF}$.

נתון: $\overrightarrow{EF}$ מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k.

נתון: $A(0,0,0)$, $C(0,n,0)$, $B(p,3,0)$, n ו־p הם פרמטרים חיוביים.

$\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$, $\overrightarrow{BD} = (-4,5,12)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו־D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה $ABCD$.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית $z_1, z_2, z_3, \ldots$ שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q.

z_1 נמצא ברביע הראשון.

נתון: $(z_1)^3 = z_3$

$-2z_1 = \overline{z_3}$

א. הוכיחו כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצאו את z_1.

ענו על הסעיפים ג–ד עבור: $q = z_1$.

z_{4n} ו־z_{4n-2} הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ג. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

ד. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \ldots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{\ell n(x)+\ell n(a)}{\ell n(x)-\ell n(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ־ 1 .

בסעיפים א–ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

לפניכם טענה: למשוואה $f(x)=f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x>a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת: $g(x)=\ell n(f(x))$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=2$ ו־ $x=5$.

נתון: $1<a<2$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_2^5 \ell n(2\cdot f(x))dx$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x}{e^x-4}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו־ $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים $x=\ell n5$ ו־ $x=\ell n8$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $s(x)=\int_x^{\ell n3}(f(t)-g(t))dt$, המוגדרת בתחום $x<\ell n3$.

ד. מצאו את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 קיץ מועד ב 572

1. פתרון מלא

א. $(x-9)^2+(y-12)^2=400$

ב. (1) $F_1=(15\ ,\ 0)$

(2) $\frac{x^2}{625}+\frac{y^2}{400}=1$

ג. רביע 1: $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

רביע 4: $(x-10)^2+(y+10)^2=100$

ה. ישרים מצטלבים.

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{EF}=\left(\frac{k}{2}\right)\underline{w}+\left(\frac{1}{2}-\frac{k}{2}\right)\underline{v}+\left(\frac{1}{2}-\frac{3k}{2}\right)\underline{w}$

ב. $k=\frac{1}{3}$

ג. $D(0,8,12)\ ,\ B(4,3,0)\ ,\ C(0,8,0)$

ד. $V=64$

3. פתרון מלא

א. הוכחה.

ב. $z_1=\sqrt{2}\cdot cis45$

ג. z_{4n-2} מדומה, z_{4n} ממשי.

ד. $S_{64}=0$

4. פתרון מלא

א. (1) $a<x$ או $0<x<a$

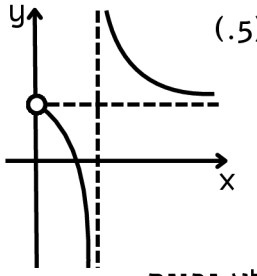
(2) $y_{(\infty)}=1\ ,\ x=a\ ,\ (0,1)$

(3) $\left(\frac{1}{a},0\right)$

(4) ירידה: $a<x$ או $0<x<a$

עלייה: אין.

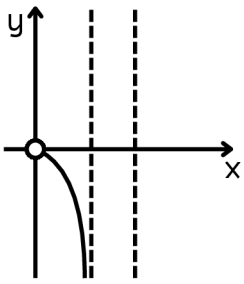
(5)



ב. לא נבונה.

ג. (1) $x>a$ או $0<x<\frac{1}{a}$

(2)



ד. $3\ln 2+S$

5. פתרון מלא

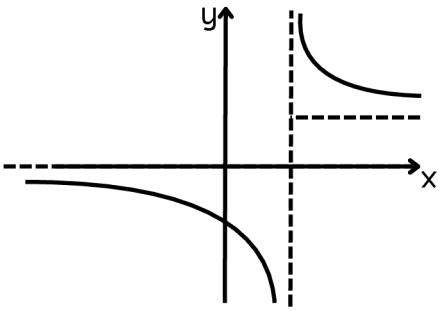
א. (1) $x\neq\ln 4$

(2) $y_{(-\infty)}=0\ ,\ y_{(\infty)}=1\ ,\ x=\ln 4$

(3) ירידה: $\ln 4<x$ או $x<\ln 4$

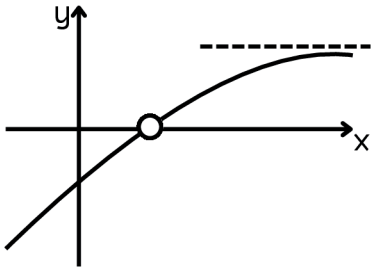
עלייה: אין.

(4)



ב. (1) $(\ln 4,0)\ ,\ y_{(\infty)}=1$

(2)



(3) $\frac{3}{10}$

ג. $(\ln 2\ ,\ -1)$

ד. $x_{max}=\ln 2$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle BAC = 90^o)$, שיעורי הקודקוד A הם $(a\ ,\ 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס.

שיעור ה־ x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה־ x.

הנקודה M היא אמצע הצלע BC.

א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M.

ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א.

סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.

באחת מן הנקודות M, שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר ℓ המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ג. הוכיחו כי הישר ℓ מקביל לישר AC.

נתון גם כי $AM = 10$ (הנקודה M נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר $x = -2$.

ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו־ C.

דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים ℓ ו־ AC.

ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

2. נתונים הישר ℓ והמישור π.

ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$.

משוואת המישור π היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$.

m הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של m הישר ℓ אינו מקביל למישור π.

נתון כי הישר ℓ ניצב למישור π וחותך אותו בנקודה A.

ב. מצאו את הערך של הפרמטר m.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. לפניכם טענה:

קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר ℓ ועובר דרך הנקודה $(5, -5, -9)$.

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3. $z = x + yi$ הוא מספר מרוכב (x ו־y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאוס המקיימות:

$|6 - \bar{z} - 8i|^2 - |10i| = |9 + 12i|$ הוא מעגל.

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים z_A ו־z_M מייצגים את הנקודות A ו־M, בהתאמה.

נתון: למספרים z_A ו־z_M יש אותו ארגומנט (זווית).

$|z_M| = 2|z_A|$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נתונה סדרה הנדסית $z_1, z_2, z_3, \ldots$.

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A, והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M.

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \overline{z_1} + z_2 \cdot \overline{z_2} + \ldots + z_{10} \cdot \overline{z_{10}}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{a-x^2}{e^x}$, $g(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של a שבעבורו $f(x)=g'(x)$ לכל ערך של x.

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב–ה שלפניכם.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

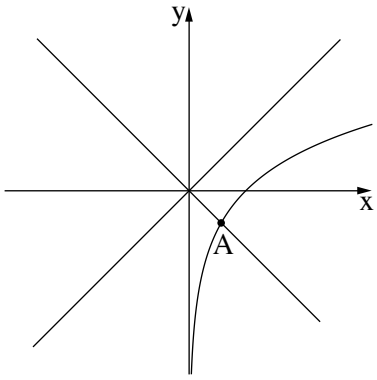
(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x.

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^2 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4}\right)\cdot\left(\frac{x^2-1}{e^x}\right)dx$.

5. בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקצייה $f(x)=\ell n(x)$ המוגדרת בתחום $x>0$,



ומתוארים הישרים $y=x$ ו־ $y=-x$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ a.

היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א–ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתונה הפונקצייה: $g(x)=\frac{\ell n(x)-x}{\ell n(x)+x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־ x של הפונקצייה $g(x)$.

ב. הסבירו מדוע מתקיים $0<a<1$.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)=e^{g(x)}$.

בהצלחה!

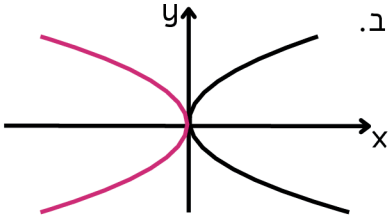
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2024 חורף 572

1. פתרון מלא

א. $y^2 = 4ax$

ב.



ג. הובחה.

ד. $B(-2,8)\ ,\ C(18,8)$

ה. $O(1,2)$

2. פתרון מלא

א. הובחה.

ב. $m = -5$

ג. $A(2,0,-10)$

ד. לא נכונה.

3. פתרון מלא

א. הובחה.

ב. $A(3,4)$

ג. $\sqrt[4]{2},\ \sqrt[4]{2}i\ ,\ -\sqrt[4]{2}\ ,\ -\sqrt[4]{2}i$

ד. $S = 775\left(\sqrt{2}+1\right)$

4. פתרון מלא

א. $a = 1$

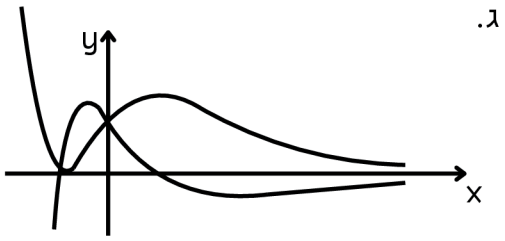
ב. (1) $(-1,0),\ (1,0),\ (0,1)$

(2) $(-1,0)\ ,\ (0,1)$

(3) $g(x)$: $\left(1,\frac{4}{e}\right)\max\ ,\ (-1,0)\min$

$F(x)$: $\left(1-\sqrt{2},1.25\right)\max\ ,\ \left(1+\sqrt{2},-0.43\right)\min$

ג.



ד. 1.47

ה. 0.141

5. פתרון מלא

א. (1) $x > 0\ ,\ x \neq a$

(2) אין.

(3) $y_{(\infty)} = -1$

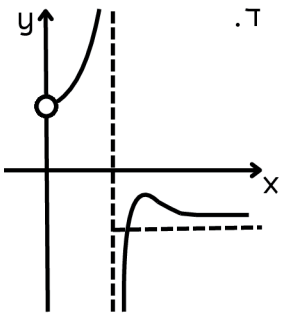
ב. $0 < a < 1$

ג. (1) $(e,-0.46)\max$

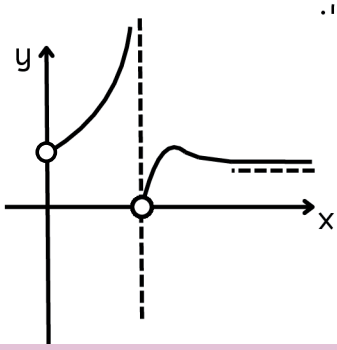
(2) עלייה: $0 < x < a\ ,\ a < x < e$

ירידה: $e < x$

ד.



ה.



מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו $(x-3)^2+(y-4)^2=9$, ומרכזו בנקודה K.

נתון מעגל II שמשוואתו $(x+5)^2+(y-2)^2=1$, ומרכזו בנקודה L.

הנקודה A נמצאת על מעגל I, והנקודה B נמצאת על מעגל II.

מעבירים משיק למעגל I דרך הנקודה A ומשיק למעגל II דרך הנקודה B. שני המשיקים נחתכים בנקודה M.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות $MA=MB$ הוא קו ישר, ומצאו את משוואתו.

ב. **(1)** הראו כי הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א והישר KL מאונכים זה לזה.

(2) האם קיימת נקודה M שמתקיים בעבורה $ML=MK$? נמקו את תשובתכם.

נתון כי בעבור אחת מן הנקודות M, הנמצאת מעל הישר KL, שטח המשולש KLM הוא 9.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

הנקודה M שמצאתם בסעיף ג נמצאת על הפרבולה $y^2=2px$, p הוא פרמטר.

ד. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה M.

2. נתונים שני ישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 . לפניכם הצגה פרמטרית של כל אחד מן הישרים.

$$\ell_1 : \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$
$$\ell_2 : \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

k הוא פרמטר.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נסמן ב־ α את הזווית בין הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

ב. מצאו את הערך של k שבעבורו מתקיים $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.

הציבו $k = 2$, וענו על הסעיפים ג–ה.

המישור π מכיל את הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2 .

ג. מצאו את משוואת המישור π .

הנקודה B נמצאת על הישר ℓ_2 , והנקודה O היא ראשית הצירים.

המשולש AOB הוא שווה שוקיים, $AO = AB$.

ד. הסבירו מדוע המשולש AOB נמצא במישור π .

מן הנקודה A מעלים אנך למישור π ומסמנים עליו את הנקודה S .

נתון: נפח הפירמידה SAOB הוא $\frac{14\sqrt{2}}{3}$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה S (את שתי האפשרויות).

3. במעוין ABCD הקודקוד A נמצא ברביע הראשון, והקודקוד B נמצא ברביע השני במישור גאוס.

אלכסוני המעוין נפגשים בראשית הצירים.

המספר המרוכב z מייצג את הקודקוד A .

נתון: $BD = 2AC$.

א. הביעו באמצעות z את המספרים שמייצגים את הקודקודים C , B ו־ D .

נסמן: $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$.

ב. ענו על התת־סעיפים (1) ו־ (2). הביעו את תשובותיכם באמצעות r ו־ θ אם יש צורך.

(1) כתבו הצגה קוטבית של ארבעת המספרים ההופכיים $(\ldots, \frac{1}{z})$ למספרים המייצגים את קודקודי המעוין.

(2) ארבעת המספרים שמצאתם בתת־סעיף ב(1) מייצגים קודקודים של מרובע.

מצאו את שטח המרובע שנוצר על ידי קודקודים אלה.

ג. נתונה המשוואה: $w^{11} = \overline{w}$, w הוא מספר מרוכב השונה מ־ 0 .

מצאו את סכום 12 הפתרונות של המשוואה.

פתרונות המשוואה שבסעיף ג מייצגים קודקודים של מצולע ששטחו שווה לשטח המרובע שמצאתם בתת־סעיף ב(2).

ד. מצאו את הערך של r .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{e^x-b}{(e^x-4)^2}$, b הוא פרמטר חיובי, $b\neq 4$.

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=\ell n(12)$.

ב. מצאו את הערך של b , ואת סוג נקודת הקיצון.

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ו.

נתונה הפונקצייה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.

ד. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. מהו שיעור ה־ y של נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו אם הערך של $\int_{-2}^{-1}(f(x)-g(x))dx$ קטן או גדול מ־ $1\frac{1}{2}$. נמקו את קביעתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=x\left((\ell n(x))^2-2\ell n(x)+2\right)$, המוגדרת בתחום $x>0$.

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. **(1)** סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונות הפונקציות $g(x)=(\ell n(x))^2-4$, $h(x)=\frac{f(x)}{x^2}$ המוגדרות בתחום $x>0$.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x העבירו אנכים לציר ה־ x .

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$ ועל ידי האנכים.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2024 קיץ מועד א 572

1. פתרון מלא

א. $y=-4x-3$

ב. (1) הובחה.

(2) אין.

ג. $M(-2,5)$

ד. $y=-1.25x+2.5$

2. פתרון מלא

א. $A(1,-3,0)$

ב. $k=\pm 2$

ג. $\pi:\ 3x+y-2z=0$

ד. הובחה.

ה. $S(7,-1,-4)\quad R=2$
$S(-5,-5,4)\quad R=-2$

3. פתרון מלא

א. $B:\ 2i\cdot z\ ,\ C:\ -z\ ,\ D:\ -2i\cdot z$

ב. (1) $\frac{1}{z_A}=\frac{1}{r}\cdot cis(-\theta)\ ,\ \frac{1}{z_B}=\frac{1}{2r}\cdot cis(-\theta-90)$

$\frac{1}{z_C}=\frac{1}{r}\cdot cis(-\theta-180)\ ,\ \frac{1}{z_D}=\frac{1}{2r}\cdot cis(-\theta-270)$

(2) $S=\frac{1}{r^2}$

ג. $S_{12}=0$

ד. $r=\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. פתרון מלא

א. (1) $x\neq \ln 4$

(2) $y=-\frac{b}{16}\ ,\ y=0\ ,\ x=\ln 4$

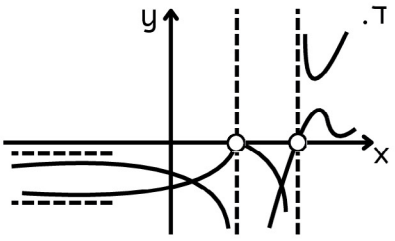
(3) $\left(0,\frac{1-b}{9}\right)\ ,\ (\ln b\ ,\ 0)$

ב. $\max\left(\ln 12,\frac{1}{16}\right)$

ג. (1) $x\neq \ln 8\ ,\ x\neq \ln 4$

(2) $g(-\infty)=2\ ,\ (\ln 4,0)\ ,\ x=\ln 8$

ד.



ה. $y=-1$

ו. $S<1\frac{1}{2}$

5. פתרון מלא

א. עלייה: $1<x\ ,\ 0<x<1$

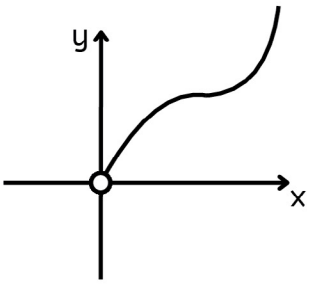
ירידה: אין x

ב. פיתול $(1,2)$

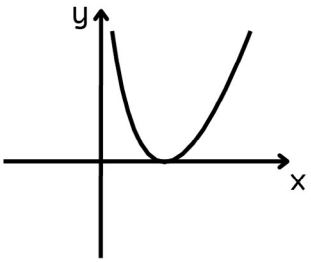
ג. חיוביות: $0<x$

שליליות: אין.

ד. (1)



(2)



ה. 15.59

ו. 28.92

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, **מועד ב**
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times 33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

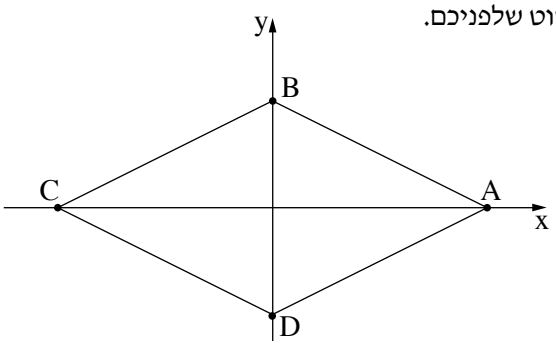
השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעוין $ABCD$. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.

המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB.

בתוך המעוין חסום מעגל.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה M היא נקודת ההשקה של המעגל והמעוין ברביע הראשון.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה־x החותך אותו בנקודה $K(a,0)$.

על הישר $x=-a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה־x.

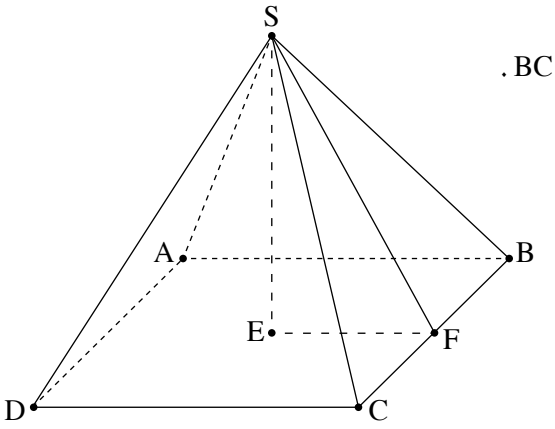
הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.

ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.

הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה־x של הנקודה N הוא 5.

ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.



הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\overrightarrow{SB}=\underline{w}$, $\overrightarrow{SF}=\underline{v}$, $\overrightarrow{SE}=\underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$ ו־ $\overrightarrow{DC}$.

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}|=7$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{BA}=(-3,4,5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0,4,5)$, מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה־ x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

3. **א.** **(1)** מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6+64i=0$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6+64i}{z^2-4i}=0$ (z הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת־סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^o<\alpha<90^o$.

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha=45^o$? נמקו את תשובתכם.

ד. **(1)** מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה מספר מדומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $k(x)=xe^x$, ונתונה הפונקצייה $m(x)=2e^x-1$, המוגדרות לכל x .

א. **(1)** מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$ עם ציר ה־ y .

הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו־ $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x=a$ ונקודה נוספת שבה $x=b$, $b>a$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x-1}{x-1}$, המוגדרת לכל $x\neq 1$.

ג. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

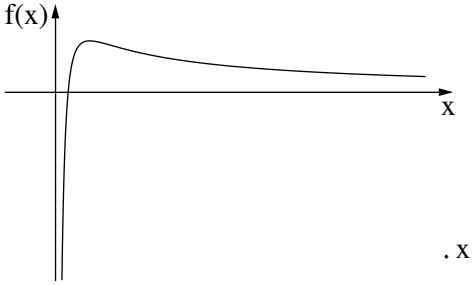
ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x)=0$ יש בדיוק שני פתרונות.

ה. **(1)** הסבירו מדוע $1<b$.

(2) הביעו באמצעות a ו־ b את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{2\ell n(x)-1}{x}$, המוגדרת בתחום $x>0$.



א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x>0$ ומקיימת: $g'(x)=f(x)$.
שיעור ה־ y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב. **(1)** מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

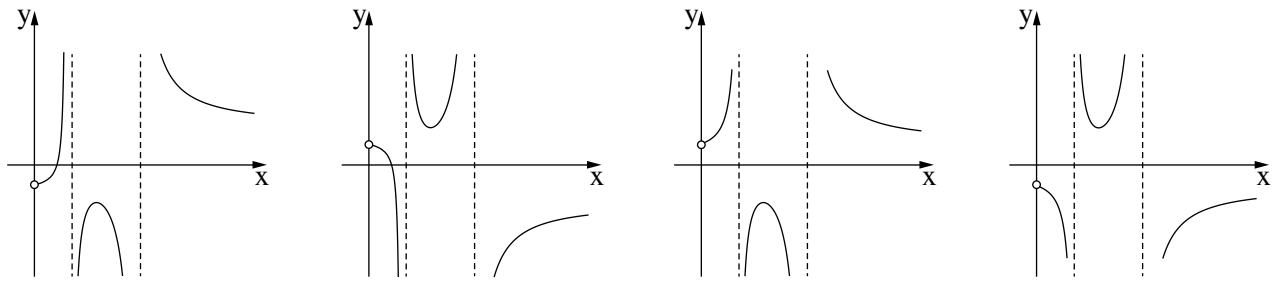
נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x)=1+\frac{b}{g(x)}$, b הוא פרמטר גדול מ־ $\frac{1}{4}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה־ x . נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה. הביעו את תשובתכם באמצעות b , אם יש צורך.

ה. קבעו איזה מן הגרפים $I-IV$ שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2024 קיץ מועד ב 572

1. פתרון מלא

א. $AB:\ y=-0.5x+2.5$

ב. $x^2+y^2=5$

ג. $M(1,2)$

ד. $y^2=4x$

ה. $(x-5)^2+\left(y-\sqrt{20}\right)^2=80$

$(x-5)^2+\left(y-\sqrt{20}\right)^2=20$

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{DC}=-2\vec{u}+2\vec{v}$, $\overrightarrow{BC}=-2\vec{w}+2\vec{v}$

ב. $\underline{u}\cdot\underline{w}=49$

ג. $\alpha=54.46$

ד. $4x+3y-12=0$

ה. $B(3,0,5)$

3. פתרון מלא

א. (1) $z_0=2cis45$, $z_1=2cis105$, $z_2=2cis165$

$z_3=2cis225$, $z_4=2cis285$, $z_5=2cis345$

(2) $2cis105$, $2cis165$, $2cis285$, $2cis345$

ב. $S=4\sqrt{3}$

ג. 16

ד. (1) $\alpha=22.5$, $\alpha=67.5$

(2) $-16i$, $16i$

4. פתרון מלא

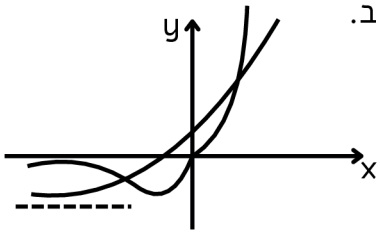
א. (1) $m(x):\ y=-1$, $k(x):\ y=0$

(2)

$k(x)$:	$m(x)$:
עלייה: $-1<x$	לכל x
ירידה: $x<-1$	אף x

(3) $(0,0)$, $(0,1)$

ב.



ג. (1) $x=1$, $y_{(-\infty)}=0$

(2) $(0,0)$

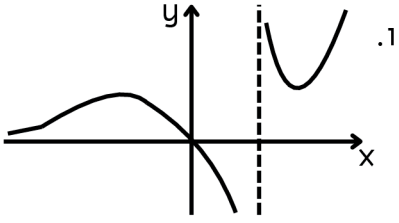
ד. 2 פתרונות.

ה. (1) $b>1$

(2) עלייה: $b<x$ או $x<a$

ירידה: $a<x<b$ $x\neq 1$

ו.



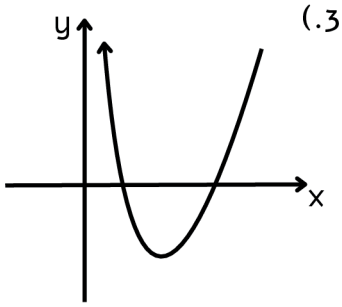
5. פתרון מלא

א. $\left(e^{\frac{1}{2}},0\right)$

ב. (1) $g(x)=\ln^2(x)-\ln(x)$

(2) $(e,0)$, $(1,0)$

(3)



ג. (1) $0<x<1$, $1<x<e$, $e<x$

(2) אין חיתוך.

ד. $\max\left(e^{\frac{1}{2}},1-4b\right)$

ה. גרף II

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-9a\,,\,0)$ ו־ $B(41a\,,\,0)$. a הוא פרמטר חיובי.

הנקודה P מקיימת $\sphericalangle APB = 90^o$.

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על מעגל, ומצאו את משוואתו.

הביעו את תשובתכם באמצעות a .

נתון כי השטח הגדול ביותר של המשולש APB הוא 156.25 .

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = \frac{1}{2}$ וענו על סעיפים ג–ד.

אמצע הקטע AB הוא מוקד של פרבולה שמשוואתה קנונית.

הפרבולה והמעגל שמצאתם נחתכים ברביע הראשון בנקודה C .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C .

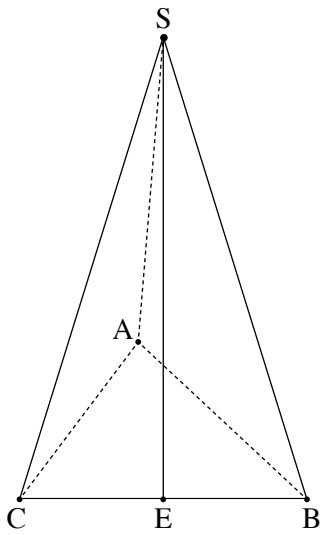
הישר ℓ משיק לפרבולה בנקודה C .

מעבירים משיק למעגל שמצאתם.

נתון כי משיק זה מקביל לישר ℓ .

ד. מצאו את המרחק בין הישר ℓ ובין המשיק למעגל (מצאו את שתי האפשרויות).

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. הנקודה E היא אמצע המקצוע BC.



נסמן: $\overrightarrow{AE}=\underline{u}$, $\overrightarrow{EC}=\underline{v}$.

נתון: $|\underline{u}+\underline{v}|=|\underline{u}-\underline{v}|$.

א. הוכיחו כי $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{BC}$.

נתון: הקטע SE הוא גובה בפירמידה והאורך שלו הוא 20.

$A(0,0,0)$, $B(6,8,0)$.

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x,

ושיעור ה־ z של הקודקוד S הוא חיובי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו־ S.

הנקודה F נמצאת על המקצוע SC כך ש־ $\overrightarrow{SF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SC}$.

דרך הנקודה F מעבירים ישר המקביל לישר AC, וחותך את המישור ABS בנקודה M.

ג. **(1)** מצאו הצגה פרמטרית של הישר FM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה $MABC$ מנפח הפירמידה $FAEC$. נמקו את תשובתכם.

3. נתון המספר המרוכב $w=r(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)$, $r>0$, $90^o<\theta<180^o$.

א. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה A במישור גאוס מייצגת את המספר w, והנקודה B מייצגת את המספר $\frac{1}{w}$.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $\frac{\sqrt{2}}{4}$ והזווית AOB היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של θ.

נתונות שתי משוואות: I. $z^8=w^8$

II. $z^8=(w\cdot\overline{w})^4$

z הוא מספר מרוכב.

נתון מצולע קמור שקודקודיו הם כל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה I וכל הנקודות המייצגות את הפתרונות של משוואה II.

ג. **(1)** מצאו כמה קודקודים יש למצולע.

(2) האם כל קודקודי המצולע נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים? נמקו את תשובתכם.

נתון כי שטח המצולע הוא 49.

ד. מצאו את הערך של r.

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=e^x-\frac{1}{1-e^x}$. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל $x\neq 0$.

א. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) האם לגרף הפונקצייה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=-x+\ell n(e^x-1)$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) הראו כי $g'(x)=f(x)-e^x$ לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

בנקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מעבירים אנך לציר ה־ x .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x , על ידי האנך ועל ידי הישר $x=\ell n(b)$.
$b>2$ הוא פרמטר. הביעו את תשובתכם באמצעות b .

נתון כי השטח שמצאתם בסעיף ד שווה ל־ $b-2+\ell n(1.8)$.

ה. מצאו את הערך של b .

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{a+\ell nx}{x}$, המוגדרת בתחום $x>0$. a הוא פרמטר.

א. בתת־סעיפים (1)–(3) הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{x}$, המוגדרת בתחום $x\neq 0$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ וגרף הפונקצייה $g(x)$ נחתכים בנקודה שבה $x=e^2$.

ג. מצאו את הערך של a .

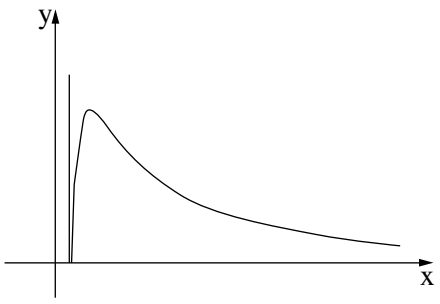
הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על סעיפים ד–ה.

נתונה הפונקצייה $h(x)$, המוגדרת בתחום $x>0$. גרף הפונקצייה $h(x)$ עובר בנקודה $(e^3,-1.5)$.

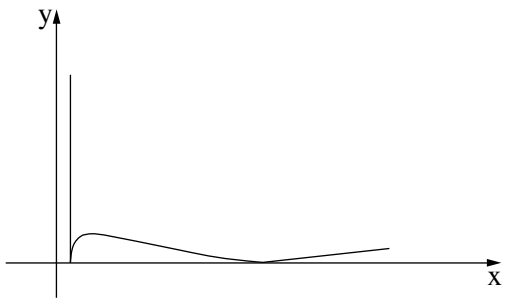
נגזרת הפונקצייה $h(x)$ מקיימת $h'(x)=f(x)-g(x)$.

ד. מצאו את הפונקצייה $h(x)$.

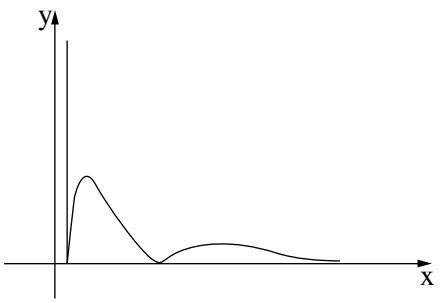
ה. קבעו איזה גרף מבין הגרפים I–IV מייצג את הפונקצייה $|h(x)|$. נמקו את קביעתכם.



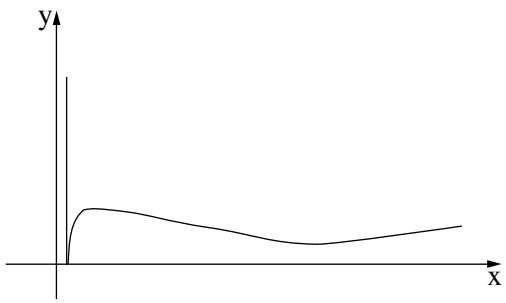
II



I



IV



III

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2025 חורף 572

1. פתרון מלא

א. $(x-16a)^2+y^2=625a^2$

ב. $a=\frac{1}{2}$

ג. $C(4.5,12)$

ד. $d=2.5\ ,\ d=22.5$

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{AE}\perp\overrightarrow{BC}$

ב. $S(8,4,20)\ ,\ C(10,0,0)$

ג. (1) $\overrightarrow{FM}=(8.5,3,15)+t(1,0,0)$

(2) $M(6,3,15)$

ד. 2

3. פתרון מלא

א. $\frac{1}{r}cis(-\theta)$

ב. $\theta=157.5$

ג. (1) 16

(2) כן.

ד. $r=4$

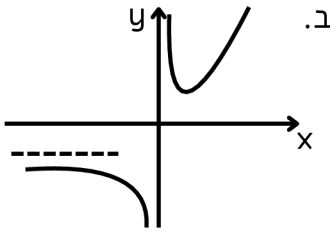
4. פתרון מלא

א. (1) $y_{(-\infty)}=-1\ ,\ x=0$

(2) אין.

(3) $\min(\ln 2,3)$

ב.



ג. (1) $x>0$

(2) $g'(x)=F(x)-e^x$

ד. $\ln\left(\frac{b-1}{b}\right)+b+\ln 2-2$

ה. $b=10$

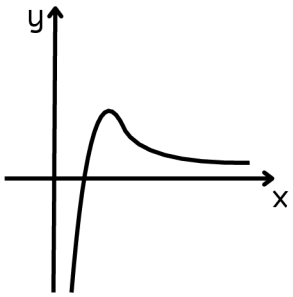
5. פתרון מלא

א. (1) $y_{(\infty)}=0\ ,\ x=0$

(2) $(e^{-a},0)$

(3) $\max\left(e^{1-a},\frac{1}{e^{1-a}}\right)$

ב.



ג. $a=-1$

ד. $h(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2-2(\ln x)$

ה. גרף I

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון מעגל I שמשוואתו היא $x^2-6x+y^2+t=0$. t הוא פרמטר קטן מ־ 9.

א. הביעו באמצעות t את רדיוס המעגל.

הישר $y=x$ משיק למעגל.

ב. מצאו את הערך של t.

הזיזו את מעגל I שמאלה כך שהתקבל מעגל II שמרכזו בראשית הצירים O.

A היא נקודה כלשהי על מעגל II כך ש־ $-1.5\le y_A\le 1.5$.

דרך נקודה A מעבירים מיתר AB המאונך לציר ה־ y.

נקודה P נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים $AB=2\cdot PO$.

ג. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה נמצא על אליפסה, ומצאו את משוואתה.

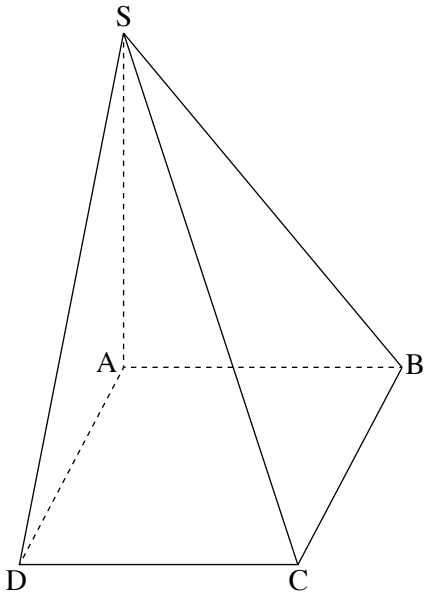
הנקודה K היא המוקד הימני, והנקודה F היא המוקד השמאלי של האליפסה שמצאתם בסעיף ג.

C היא נקודה כלשהי על האליפסה כך שמתקבל משולש CKF.

ד. חשבו את היקף המשולש CKF.

ה. האם קיימת נקודה C שבעבורה שטח המשולש CKF הוא 3 ? נמקו את תשובתכם.

2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.



SA הוא גובה הפירמידה.

הנקודה M היא אמצע האלכסון BD .

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$ את הווקטור $\overrightarrow{SM}$.

נתון כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך ל־ $\overrightarrow{DB}$.

ב. הוכיחו כי $|\underline{v}|=|\underline{u}|$.

נתון: $A(0,0,0)$, $B(0,5,0)$, $S(0,0,6)$.

$D(3,p,0)$, $p>0$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות D ו־ C .

דרך האלכסון AC מעבירים מישור המקביל למקצוע SD .

המישור חותך את המקצוע SB בנקודה K .

ד. מצאו את משוואת המישור.

ה. לפניכם שתי טענות I–II . קבעו בעבור כל אחת מן הטענות אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I . הישר KM מקביל לישר SD .

II . כל ישר שמאונך למישור ACK , מאונך לישר SD .

3. **א.** הביעו באמצעות x ו־ y את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z=x+iy$ במישור גאוס המקיימות $|z|=|z-(2+2i)|$.

z הוא משתנה מרוכב.

נתונה המשוואה $z^2-z(2+2i)+4i=0$.

A ו־ B הן נקודות המיוצגות על ידי שני פתרונות המשוואה.

ב. הראו כי הנקודות A ו־ B נמצאות על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

הנקודות C ו־ D נמצאות על הצירים כך ש־ ABCD הוא ריבוע.

סובבו את הריבוע ABCD סביב ראשית הצירים נגד כיוון השעון בזווית α $(0^o<\alpha<90^o)$.

כל שמונה הנקודות (הנקודות A , B , C ו־ D וארבע הנקודות שהתקבלו אחרי הסיבוב) מיוצגות על ידי פתרונות של המשוואה $z^n=b$, שבה n הוא מספר טבעי ו־ b הוא מספר ממשי.

ג. **(1)** מצאו את הערך של b ואת הערך של α בעבור $n=8$.

(2) מצאו ערך אפשרי של n בעבור $\alpha=15^o$, ומצאו את הערך של b המתאים לו.

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x}{a-e^x}$, a הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(3) בעבור $a>0$ ובעבור $a<0$.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה־ y של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a=3$ ואיזה מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$ בעבור $a=-3$. נמקו את קביעותיכם.

הציבו $a=3$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ה.

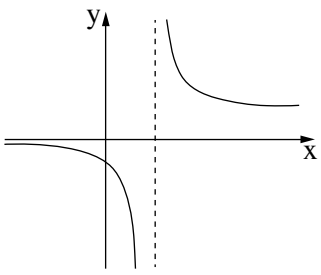
נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{f(x)+2}$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

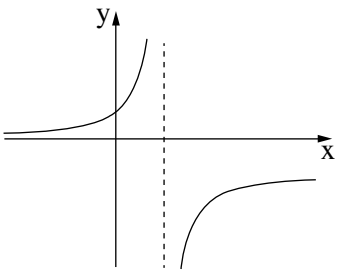
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

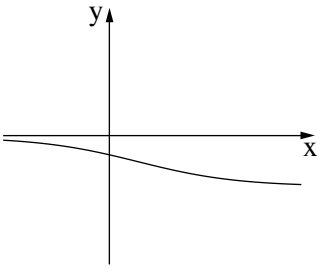
ה. לפניכם טענה: $\int_{-4}^{-2}g(x)dx>\int_{2}^{3}g(x)dx$. האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.



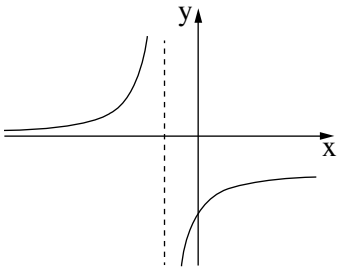
I



II



III

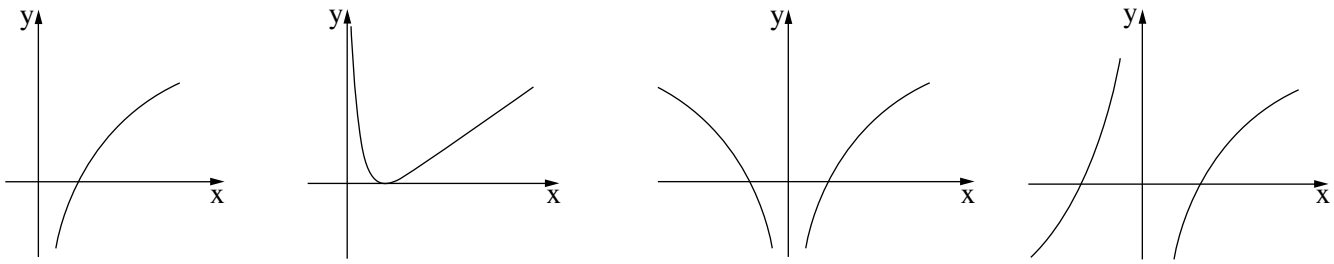


IV

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\ln(x^n)$, n הוא מספר טבעי זוגי.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) לפניכם ארבעה גרפים, I–IV . קבעו איזה מהם מייצג את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.



I II III IV

הציבו $n=2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על סעיפים ב–ד.

נתונה הפונקציה $g(x)=(f(x))^2-4$, המוגדרת לכל $x\neq 0$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $k(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}$, בתחום $x>0$.

ד. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $k(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $k(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e^2$ ו־ $x=e^3$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2025 קיץ מועד א 572

1. פתרון מלא

א. $R=\sqrt{9-t}$

ב. $t=4.5$

ג. $\frac{x^2}{4.5}+\frac{y^2}{2.25}=1$

ד. 7.24

ה. לא קיימת.

2. פתרון מלא

א. $\left(\frac{1}{2}\right)\underline{u}+\left(\frac{1}{2}\right)\underline{v}+(-1)\underline{w}$

ב. $|\underline{u}|=|\underline{v}|$

ג. $C(3,9,0)$, $D(3,4,0)$

ד. $18x-6y+5z=0$

ה. (1.) טענה נכונה.

(2.) טענה נכונה.

3. פתרון מלא

א. $y=-x+2$

ב. הוכחה.

ג. (1.) $\alpha=45$, $b=256$

(2.) $b=2^{24}$, $n=24$

4. פתרון מלא

א. (1.) $x\neq\ln a$, בל x

(2.) $F_{(-\infty)}=0$, $F_{(\infty)}=-1$

(3.) $a>0$: עלייה $x>\ln a$ או $x<\ln a$

$a<0$: ירידה לבל x

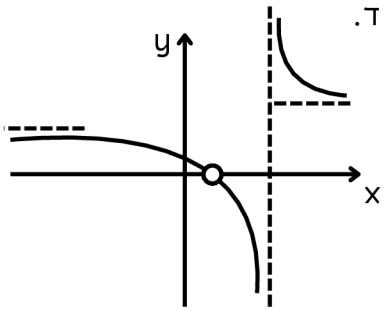
ב. $a=3$: גרף II

$a=-3$: גרף III

ג. (1.) $x\neq\ln 3$, $x\neq\ln 6$

(2.) $y_{(-\infty)}=\frac{1}{2}$, $y_{(\infty)}=1$, $(\ln 3,0)$, $x=\ln 6$

ד.



ה. לא נכונה.

5. פתרון מלא

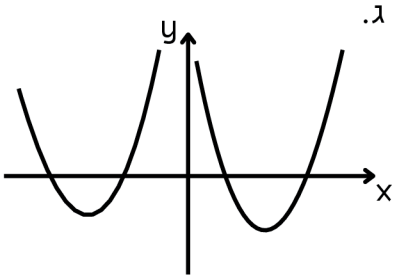
א. (1.) $x<0$, $x>0$

(2.) גרף II

ב. (1.) $(\pm e,0)$, $\left(\pm\frac{1}{e},0\right)$

(2.) $(1,-4)\min$, $(-1,-4)\min$

ג.



ד. (1.) $0<x<\frac{1}{e}$, $\frac{1}{e}<x<e$, $e<x$

(2.) 0.98

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025, **מועד ב**
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה היא $\frac{x^2}{25k^2}+\frac{y^2}{16k^2}=1$. k הוא פרמטר חיובי.

הנקודה F היא המוקד הימני של האליפסה.

נתון מעגל שמרכזו בנקודה F והוא עובר בנקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ x.

א. הביעו באמצעות k את משוואת המעגל.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ y.

הנקודה D היא נקודת החיתוך של הקטע BF עם המעגל.

ב. **(1)** מצאו את היחס בין הקטע BD ובין הקטע DF.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה D.

ג. הביעו באמצעות k את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

בונים ריבוע שאורך הצלע שלו הוא 15.

אחת מצלעות הריבוע נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג.

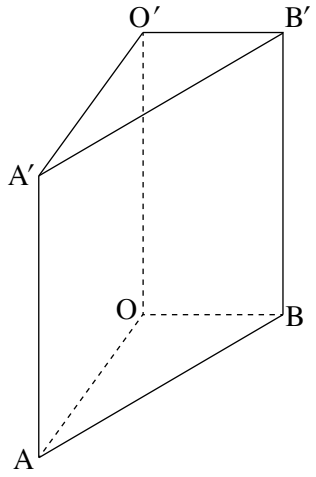
הנקודה B נמצאת בתוך הריבוע.

ד. הביעו באמצעות k את משוואת הישר שעליו נמצאת צלע הריבוע המקבילה למשיק.

נתון כי הנקודה B היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע.

ה. מצאו את הערך של k.

2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $AOBA'O'B'$



שבסיסה AOB הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle AOB = 90^o$.

הנקודה K היא אמצע המקצוע AB .

הנקודה E נמצאת על הקטע $O'B$ כך ש־ $\overrightarrow{O'E} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{O'B}$.

הנקודה N נמצאת על הקטע AE כך ש־ $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AE}$.

נסמן: $\overrightarrow{OA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{OO'} = \underline{w}$,

א. **(1)** הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ את $\overrightarrow{O'N}$.

(2) הוכיחו כי הנקודות O' , N , K נמצאות על ישר אחד,
ומצאו את היחס בין $O'K$ ובין $O'N$.

נתון: $O(0,0,0)$, $A(4,0,0)$, $E(0,1,6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ y , והקודקוד O' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות N ו־ B .

ג. מצאו את משוואת המישור $A'KB'$.

ד. **(1)** מצאו את המרחק בין הנקודה N ובין המישור $A'KB'$.

(2) מצאו את נפח הפירמידה $NA'KB'$.

3. נתונים שני מספרים מרוכבים z_1 ו־ z_2 שמכפלתם היא $-19+4i$.

$z_1 = 2+3i$.

א. מצאו את המספר z_2 .

נתונה המשוואה $w^3 = z_1 + z_2$, w הוא משתנה מרוכב.

ב. מצאו את פתרונות המשוואה.

נתון מספר מרוכב $z = 2(\cos\theta + i \cdot \sin\theta)$, $0^o \le \theta < 360^o$.

נתון כי המספרים z ו־ z^3 נמצאים על ישר אחד שעובר בראשית הצירים.

ג. מצאו את ארבע האפשרויות של המספר z .

פתרונות המשוואה שמצאתם בסעיף ב וארבעת המספרים שמצאתם בסעיף ג, מייצגים את כל הקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ד. **(1)** סרטטו את המצולע במערכת צירים.

(2) חשבו את השטח של המצולע.

נתון מספר מרוכב $3(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, $0^o \le \alpha < 360^o$.

מכפילים כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע במספר מרוכב זה, כך שנוצר מצולע חדש.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המצולע החדש משטח המצולע שמצאתם בסעיף ד.

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{e^x+x}{e^x-x}+b$, המוגדרת לכל x.
b הוא פרמטר.

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(3). הביעו את תשובותיכם באמצעות b, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y=1.5$.

ב. מצאו את הערך של b (מצאו את שתי האפשרויות).

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הערך של b הקטן ביותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג–ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y היא אחת משתי נקודות הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת לכל x.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ה. לפניכם טענה: $\int_0^1 (f(x)-1.5)\,dx > \frac{1}{e-1}$.
האם הטענה נכונה? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x\cdot \ell n(x)}{1+\ell n(x)}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1+\ell n(x)}{x\cdot \ell n(x)}$.

ד. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון הביטוי $\int_{e^k}^{e^{2k}}\left(\frac{1}{x\cdot \ell n(x)}+\frac{1}{x}\right)dx$, k הוא פרמטר גדול מ־ 1 .

ה. **(1)** קבעו איזה מן הביטויים $I-II$ שווה לערך של הביטוי הנתון. נמקו את קביעתכם.

I. $k+\ell n(k)$ **II.** $k+\ell n2$

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e^3$ ו־ $x=e^6$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2025 קיץ מועד ב 572

1. פתרון מלא

א. $(x-3k)^2+y^2=4k^2$

ב. (1.) $3:2$

(2.) $D(1.8k\ ,\ 1.6k)$

ג. $y=\frac{3}{4}x+\frac{k}{4}$

ד. $y=\frac{3}{4}x+\frac{k+75}{4}$

ה. $k=2.5$

2. פתרון מלא

א. (1.) $\overrightarrow{O'N}=\frac{1}{4}\underline{u}+\frac{1}{4}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$

(2.) הוכחה.

ב. $B(0\ ,3,\ 0)\ ,\ N(1,\ 0.75\ ,\ 4.5)$

ג. $3x+4y-12=0$

ד. (1.) $d=1.2$

(2.) 9

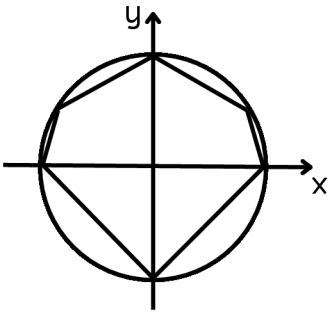
3. פתרון מלא

א. $z_2=-2+5i$

ב. $w_0=\sqrt{3}+i\ ,\ w_1=-\sqrt{3}+i\ ,\ w_2=-2i$

ג. $z=-2i\ ,\ z=2i\ ,\ z=-2\ ,\ z=2$

ד. (1.)



(2.) $6+2\sqrt{3}$

ה. 9

4. פתרון מלא

א. (1.) $(x\to+\infty)\ y=1+b$

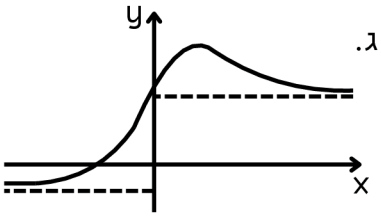
$(x\to\ \infty)\ y=-1+b$

(2.) $(0\ ,\ 1+b)$

(3.) $\left(1\ ,\ \frac{e+1}{e-1}+b\right)\max$

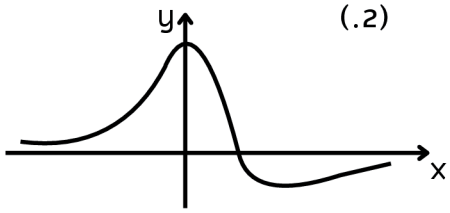
ב. $b=2.5\ ,\ b=0.5$

ג.



ד. (1.) $(x\to\pm\infty)y=0$

(2.)



ה. הטענה נכונה.

5. פתרון מלא

א. (1.) $x>0\ ,\ x\neq\frac{1}{e}$

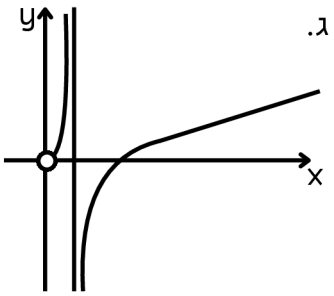
(2.) $x=\frac{1}{e}$

(3.) $(1,0)$

ב. עלייה: $x>\frac{1}{e}$ או $0<x<\frac{1}{e}$

ירידה: אף.

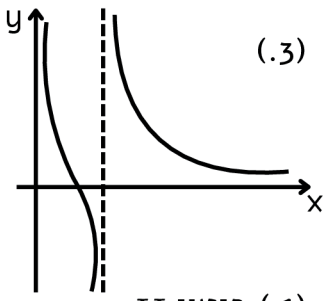
ג.



ד. (1.) $x>0\ ,x\neq1$

(2.) $x=0\ ,\ x=1\ ,\ y=0$

(3.)



ה. (1.) ביטוי II

(2.) $S=\ln(2)+3$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה קנונית. הנקודה $A(2,6)$ נמצאת על האליפסה.

שיעורי המוקד הימני של האליפסה הם $(\sqrt{25.6},0)$.

א. מצאו את משוואת האליפסה.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של האליפסה עם החלק החיובי של ציר ה־ x.

דרך הנקודה A העבירו ישר העובר דרך ראשית הצירים, הנקודה O.

הנקודה C היא נקודה כלשהי על הישר AO. הנקודה P היא אמצע הקטע BC.

ב. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P.

ג. מצאו את משוואת המעגל המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם, ומשיק לישר AO בנקודה O.

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נתון כי משוואת המישור $A'B'C'D'$ היא $x+4y-8z-126=0$,

וכי $B(0,7,8)$.

א. מצאו את אורך המקצוע BB'.

נתון כי הצגה פרמטרית של הישר AB היא $\underline{x}=(0,7,8)+t(0,2,1)$.

אורך המקצוע AB הוא $5\sqrt{5}$, ושיעור ה־ y של הקודקוד A הוא שלילי.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

ג. מצאו את משוואת המישור $ABB'A'$.

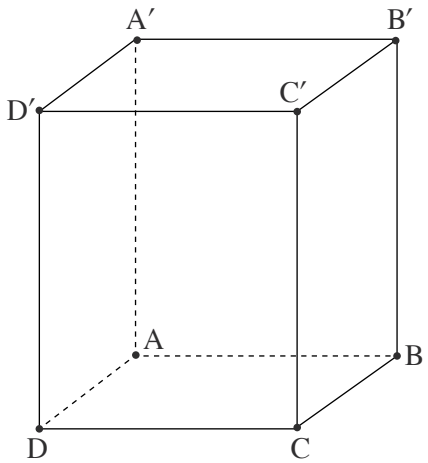
נתונה נקודה $M(k,1,5)$, k הוא פרמטר חיובי.

נתון כי גודל הזווית שבין הישר AB ובין הישר AM הוא 60°.

ד. מצאו את הערך של k (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

נתון כי הנקודה M נמצאת על המישור $DCC'D'$.

ה. מצאו את נפח התיבה.



3. א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z - 3i| = \frac{z - \bar{z}}{2i} + 3$ הוא פרבולה, ומצאו את משוואתה.

נתון מספר מרוכב $w = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $0^o < \theta < 90^o$, $r > 0$.

נתון מצולע קמור I , שקודקודיו מיוצגים על ידי פתרונות המשוואה $z^4 = \frac{1}{r^4} \cdot (\cos(4\theta) + i\sin(4\theta))$, z הוא משתנה מרוכב.

ב. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע I .

נתון מצולע II , שקודקודיו מיוצגים על ידי המספרים $-\frac{1}{w}$, $\frac{1}{w}$, $-w$, w .

ג. הביעו באמצעות r ו־ θ הצגה קוטבית של כל המספרים המייצגים את קודקודי מצולע II .

נתון כי מצולע II הוא מעוין.

ד. מצאו את הערך של θ .

נתון כי הנקודה המייצגת את w נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.

ה. מצאו את היחס בין שטח מצולע II ובין שטח מצולע I .

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. $f'(x)$ הוא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת $g(x)=e^{f(x)}\cdot f'(x)$.

הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות בתחום $x\neq 0$.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ יורדת בתחום $x>0$ ובתחום $x<0$,

וכי $f'(x)\neq 0$ בכל תחום הגדרתה.

א. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמקו את תשובתכם.

נתון כי $f(x)=\frac{1}{x}$.

ב. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ־ 1.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=\frac{1}{\ell na}$ ו־ $x=\frac{1}{\ell n(5a)}$ הוא 9.

ד. מצאו את הערך של a.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}\left(a+\frac{1}{(\ell nx)^2}\right)$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x=\frac{1}{e}$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

$g(x)$ היא פונקציה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x)=f(x)$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ידוע שלפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול שנמצאת על ציר ה־ x .

ג. מצאו פונקציה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

בעבור הפונקציה $g(x)$ שמצאתם ענו על הסעיפים ד–ו.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

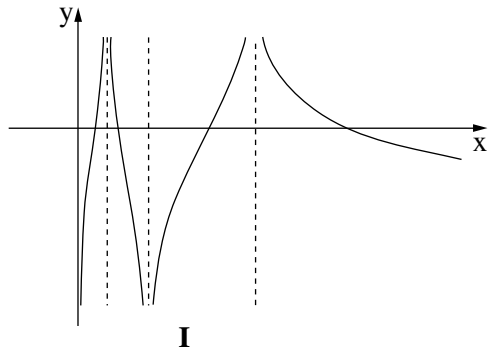
(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

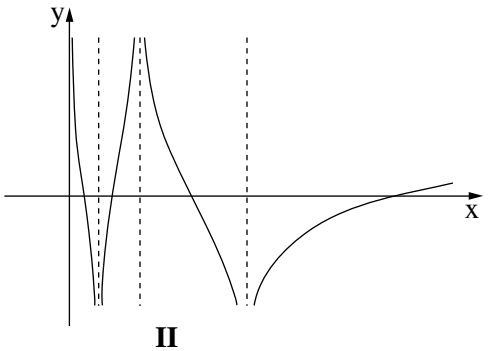
נתונה הפונקציה $h(x)=\ell n\left|g(x)\right|$.

ו. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

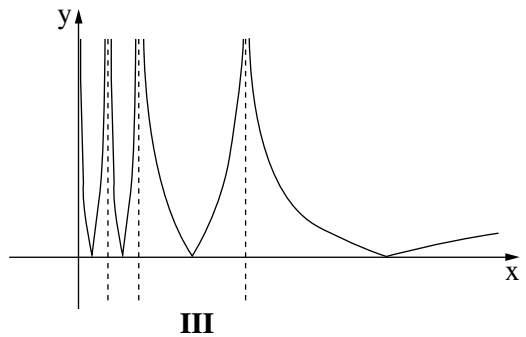
(2) אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $h(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



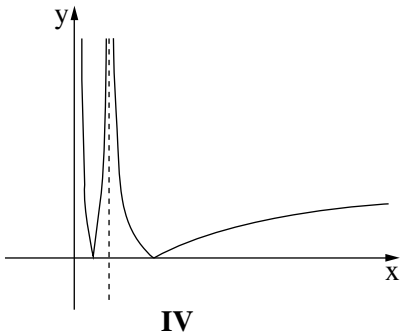
I



II



III



IV

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2026 חורף 572

1. פתרון מלא

א. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{38.4}=1$

ב. $y=3x-12$

ג. $(x-1.8)^2+(y+0.6)^2=3.6$

2. פתרון מלא

א. $BB'=18$

ב. $A(0\ ,\ -3\ ,\ 3)$

ג. $20x-y+2z-9=0$

ד. $K=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

ה. $V=1549.19$

3. פתרון מלא

א. $y=\frac{1}{12}x^2$

ב. $z_2=\frac{1}{r}cis\,(\theta+90^\circ)\ ,\ z_1=\frac{1}{r}cis\,\theta$

$z_4=\frac{1}{r}cis\,(\theta+270^\circ)\ ,\ z_3=\frac{1}{r}cis\,(\theta+180^\circ)$

ג. $w=r\,cis\theta\ ,\ -w=r\,cis\,(\theta+180^\circ)$

$-\frac{1}{w}=\frac{1}{r}cis\,(180^\circ-\theta)\ ,\ \frac{1}{w}=\frac{1}{r}cis\,(-\theta)$

ד. $\theta=45^\circ$

ה. $\frac{S_{II}}{S_I}=288$

4. פתרון מלא

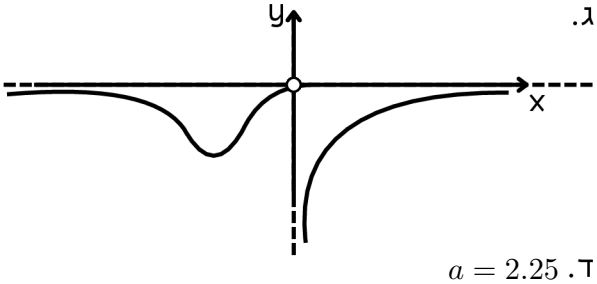
א. שלילות: $x<0\ ,\ x>0$

חיוביות: אף x

ב. (1) $y=0\ ,x=0$

(2) $\min\left(-0.5\ ,\ -\frac{4}{e^2}\right)$

ג.



ד. $a=2.25$

5. פתרון מלא

א. $0<x\neq 1$

ב. $a=1$

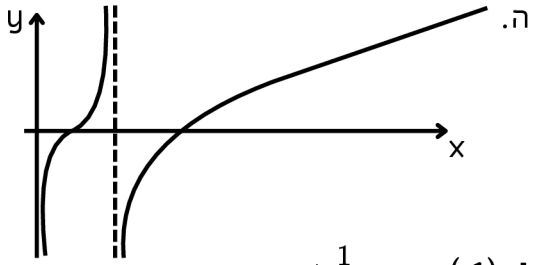
ג. $g(x)=\ln x-\frac{1}{\ln x}$

ד. (1) $x=1\ ,\ x=0$

(2) $\left(\frac{1}{e}\ ,\ 0\right)\ ,\ (e\ ,\ 0)$

(3) עלייה: $1<x\ ,\ 0<x<1$

ה.



ו. (1) $0<x\neq\frac{1}{e}\ ,\ 1\ ,\ e$

(2) גרף II

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

(המשך מעבר לדף)

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 54x$.

בנקודה A , שנמצאת על הפרבולה, מעבירים משיק לפרבולה ששיפועו $\frac{3}{4}$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A .

הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M .

נתון כי המשיק לפרבולה הוא גם משיק למעגל בנקודה A ,

וכי ציר ה־ y משיק למעגל כך ששיעור ה־ x של הנקודה M קטן משיעור ה־ x של הנקודה A .

ב. **(1)** מצאו את משוואת הישר AM .

(2) מצאו את משוואת המעגל.

נקודה B היא נקודה כלשהי על המעגל. דרך נקודה B מעבירים משיק למעגל.

נקודה P נמצאת על המשיק כך ש־ $BP = 36$.

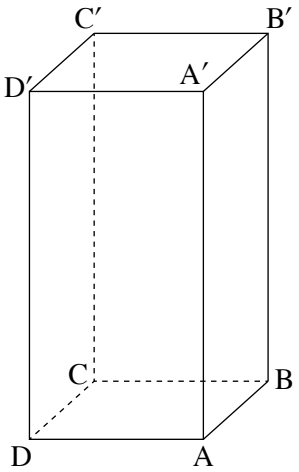
ג. **(1)** מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המתקבלות באופן זה.

(2) האם על המקום הגאומטרי שמצאתם יש שתי נקודות שהמרחק ביניהן הוא 80 ? נמקו את תשובתכם.

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע BB' .



א. הביעו את $\overrightarrow{EA}$ ו־ $\overrightarrow{EC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

הנקודה M מקיימת $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{6}\underline{u}-\frac{2}{3}\underline{v}+\frac{1}{12}\underline{w}$.

ב. הביעו את $\overrightarrow{EM}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־ $\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{EM}=a\cdot\overrightarrow{EA}+b\cdot\overrightarrow{EC}$.

a ו־ b הם פרמטרים.

ג. **(1)** מצאו את הערך של a ואת הערך של b .

(2) האם הנקודה M נמצאת במישור AEC ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי $|\underline{w}|=4$ והווקטור $\overrightarrow{BM}$ מאונך למישור AEC .

ד. מצאו את הערך של $|\underline{u}|$ ואת הערך של $|\underline{v}|$.

ה. חשבו את המרחק בין הנקודה B ובין המישור AEC .

3. נתונה המשוואה $z^3 = -64$.

z הוא משתנה מרוכב.

א. מצאו את כל פתרונות המשוואה.

נתונים שני מספרים מרוכבים:

$w_1 = r \cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$, $w_2 = 2r \cdot (\cos 4\alpha + i \cdot \sin 4\alpha)$,

$50^o < \alpha < 130^o$.

שתי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים w_1 ו־ w_2 נמצאות על ישר אחד, שעובר דרך ראשית הצירים O במישור גאוס.

ב. מצאו את שני הערכים האפשריים של α .

נתון כי w_1 הוא אחד מן הפתרונות שמצאתם בסעיף א.

ג. מצאו את הערך של α ואת הערך של r .

נתונים שני מספרים מרוכבים נוספים: $w_3 = 4 \cdot i$, $w_4 = \frac{8}{i}$.

$ABCD$ הוא מרובע קמור. הקודקוד A מיוצג על ידי המספר w_1 , הקודקוד B מיוצג על ידי המספר w_3 ,

הקודקוד C מיוצג על ידי המספר w_2 , והקודקוד D מיוצג על ידי המספר w_4 .

ד. הראו כי שטח המרובע $ABCD$ הוא 36 .

u הוא מספר מרוכב. הנקודה E , שמיוצגת על ידי המספר u , נמצאת ברביע הראשון על חוצה הזווית BOA .

נתון כי $\bar{u} + \frac{1}{u} = 5.2 \cdot (\cos 285^o + i \cdot \sin 285^o)$, $|u| > 1$.

ה. מצאו את המספר המרוכב u .

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=x^n\cdot(3-\ell nx)$, המוגדרת בתחום $x>0$.

n הוא פרמטר טבעי.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$ הוא 2.

ב. מצאו את הערך של n.

הציבו $n=1$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

a הוא פרמטר, $1<a<3$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=e$ ו־ $x=e^a$ הוא $\ell n10$.

ו. מצאו את הערך של a.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=4e^x-x+9\cdot\ell n(4-e^x)$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. הראו כי $f'(x)=\frac{-4(e^x-1)^2}{4-e^x}$.

ג. **(1)** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ המקביל לציר ה־ x.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד. סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x<\ell n4$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+ax$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

a הוא פרמטר.

ו. היעזרו בגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצאו בעבור אילו ערכים של a יש לפונקצייה $g(x)$ שתי נקודות קיצון.

נמקו את תשובתכם.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2026 קיץ מועד א 572

1. פתרון מלא

א. $A(24\ ,\ 36)$

ב. (1.) $y=-\frac{4}{3}x+68$

(2.) $(x-15)^2+(y-48)^2=225$

ג. (1.) $(x-15)^2+(y-48)^2=1521$

(2.) לא.

2. פתרון מלא

א. $EA=-\frac{1}{2}w-v$

$EC=-\frac{1}{2}w+u$

ב. $EM=\frac{1}{6}u-\frac{2}{3}v-\frac{5}{12}w$

ג. (1.) $a=\frac{2}{3}\ ,\ b=\frac{1}{6}$

(2.) כן.

ד. $|u|=2\ ,\ |v|=1$

ה. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

3. פתרון מלא

א. $4cis60^\circ\ ,\ 4cis180^\circ\ ,\ 4cis300^\circ$

ב. $\alpha=60^\circ$ או $\alpha=120^\circ$

ג. $\alpha=60^\circ$

$r=4$

ד. הובחה

ה. $u=5cis75^\circ$

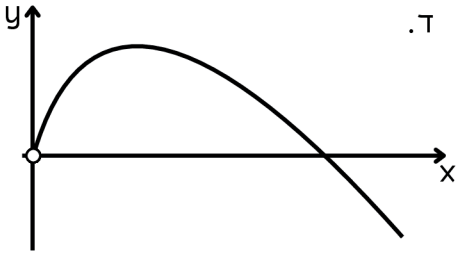
4. פתרון מלא

א. $(e^3\ ,\ 0)$

ב. $n=1$

ג. $\max(e^2\ ,\ e^2)$

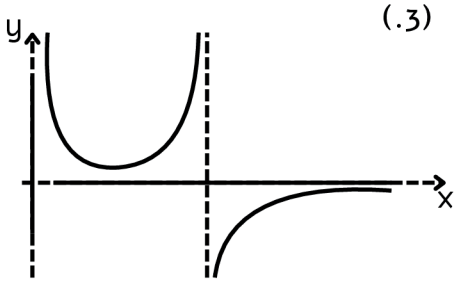
ד.



ה. (1.) $x>e^3\ ,\ 0<x<e^3$

(2.) $y=0\ ,\ x=0\ ,\ x=e^3$

(3.)



ו. $a=2.8$

5. פתרון מלא

א. (1.) $x<\ln 4$

(2.) $x=\ln 4$

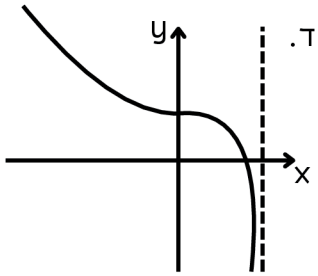
ב. הובחה

ג. (1.) עלייה: אין

ירידה: $x<\ln 4$

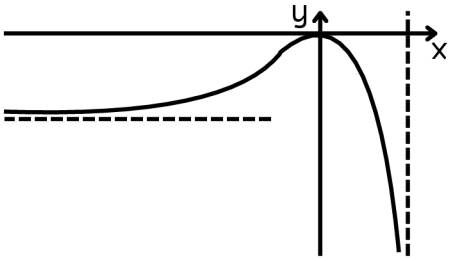
(2.) $y=4+9\ln 3$

ד.



ה. (1.) $y=-1\ ,\ x=\ln 4$

(2.) $x=\ln 4$



ו. $0<a<1$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ו, 2026, **מועד ב**
מספר השאלון: 35572
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וחמישים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3\times33\frac{1}{3}=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון הישר $y = x$ ונתונה הפרבולה $y^2 = 2px$.

p הוא פרמטר חיובי.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון, והיא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הישר.

א. הביעו באמצעות p את שיעורי הנקודה A.

נסמן ב־ ℓ את המשיק לפרבולה בנקודה A.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה. מעגל I שמרכזו בנקודה F משיק לישר ℓ בנקודה B.

ב. הביעו באמצעות p את משוואת מעגל I.

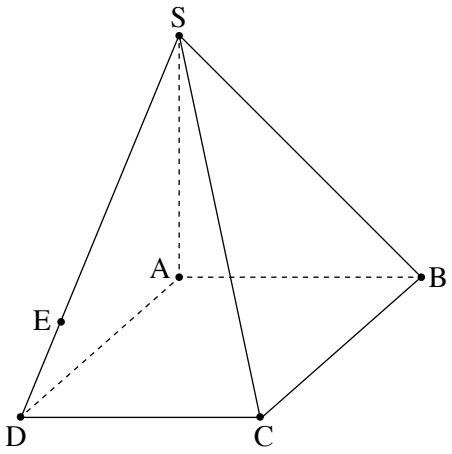
ג. הראו כי הנקודה B נמצאת על ציר ה־ y.

נתון: $AB = 4\sqrt{5}$.

ד. מצאו את הערך של p.

ה. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים מבפנים למעגל I ואורך הרדיוס שלהם הוא $2\sqrt{5} - 3$.

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.



המקצוע AS הוא גובה בפירמידה.

אורך המקצוע AS שווה לאורך צלע הריבוע ABCD .

הנקודה E נמצאת על המקצוע SD כך ש־ $SE = \frac{3}{4} \cdot SD$.

הנקודה N מקיימת: $\overrightarrow{SN} = k \cdot \overrightarrow{SC}$. k הוא פרמטר.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AS} = \underline{w}$,

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו־ k את הווקטור $\overrightarrow{EN}$.

נתון: $|\overrightarrow{EN}| = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\underline{w}|$.

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k = \frac{1}{2}$, וענו על הסעיפים ג–ד.

ממקמים את הפירמידה במערכת צירים כך ש־ $A(0,0,0)$, $B(0,12,0)$.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x , והקודקוד S נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ z .

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודות N ו־ E .

(2) מצאו את משוואת המישור ENB .

ד. האם נפח הפירמידה SENB גדול מנפח הפירמידה CENB , קטן ממנו או שווה לו? נמקו את תשובתכם.

3. נתונים שלושה מספרים מרוכבים:

$z_1 = r \cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$, $z_2 = \frac{1}{r} \cdot (\cos(\alpha + 90^o) + i \cdot \sin(\alpha + 90^o))$, $w = z_1 \cdot z_2 + \frac{z_1}{z_2}$.

$r > 0$, $0^o < \alpha < 90^o$.

הנקודה A מייצגת את המספר w במישור גאוס. נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה A הוא -1 .

א. מצאו את הערך של α .

נתון כי הנקודה A נמצאת על הישר $y = -1$.

ב. מצאו את הערך של r .

נתונה המשוואה $z^4 = 128 \cdot (z_1 \cdot w)^2$.

z הוא משתנה מרוכב.

ג. מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

כל אחת מן הנקודות B ו־ C מייצגת פתרון אחד מבין הפתרונות שמצאתם בסעיף ג.

הנקודה B נמצאת ברביע הראשון והנקודה C נמצאת ברביע השני.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות $z = x + iy$ במישור גאוס המקיימות $|z| = b$ חותך את החלק החיובי של ציר ה־ y בנקודה K .

b הוא מספר ממשי חיובי.

נתון כי שטח המרובע CKBO הוא $7\sqrt{2}$.

ד. מצאו את הערך של b .

פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{1}{e^x-1}+\frac{5}{e^x-5}+a$.

a הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

ב. הוכיחו כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית בכל תחום הגדרתה.

נתון כי הישר $y=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שני הערכים האפשריים של a .

הציבו $a=2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד–ו .

ד. הראו כי $f(x)=\frac{2e^{2x}-6e^x}{e^{2x}-6e^x+5}$.

ה. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=\ell n2$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x)=8\cdot\ell n(x^2+7)-2x$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ חותכת את ציר ה־ x בנקודה אחת בלבד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\ell n(f(x)-18)$, המוגדרת בתחום שבו $f(x)>18$.

ד. **(1)** כמה אסימפטוטות מאונכות לציר ה־ x יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2026 קיץ מועד ב 572

1. פתרון מלא

א. $A(2p\ ,\ 2p)$

ב. $\left(x-\frac{1}{2}p\right)^2+y^2=1.25p^2$

ג. הובחה $B(0\ ,\ p)$

ד. $p=4$

ה. $(x-2)^2+y^2=9$

2. פתרון מלא

א. $\overrightarrow{EN}=\left(k-\frac{3}{4}\right)\underline{u}+k\underline{v}+\left(\frac{3}{4}-k\right)\underline{w}$

ב. $k=\frac{1}{2}$

ג. (1.) $N(6\ ,6\ ,6)\ ,\ E(9\ ,0\ ,3)$

(2.) $3x+2y-z-24=0$

ד. נפח הפירמידות שווה.

3. פתרון מלא

א. $\alpha=45^\circ$

ב. $r=1$

ג. $4cis45^\circ\ ,\ 4cis135^\circ\ ,\ 4cis225^\circ\ ,\ 4cis315^\circ$

ד. $b=3.5$

4. פתרון מלא

א. (1.) $x\neq\ln 5\ ,\ x\neq 0$

(2.) $x=\ln 5\ ,\ x=0$

$y=a\ \ (x\to\infty)$

$y=a-2\ \ (x\to-\infty)$

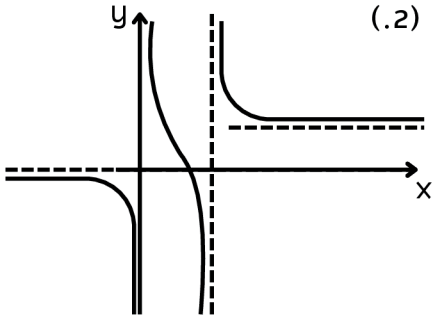
ב. הובחה

ג. $a=4\ ,\ a=2$

ד. הובחה

ה. (1.) $(\ln 3\ ,\ 0)$

(2.)



ו. $S=\ln 4-\ln 3=\ln\frac{4}{3}=0.2877$

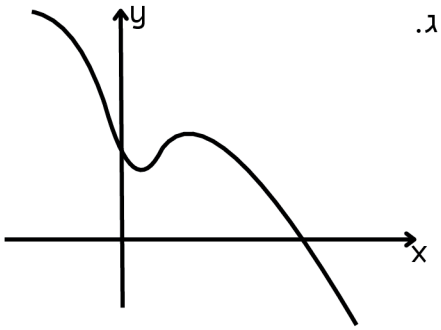
5. פתרון מלא

א. $\max(7\ ,\ 18.202)\ ,\ \min(1\ ,\ 14.63)$

ב. קעירות מעלה: $-\sqrt{7}<x<\sqrt{7}$

קעירות מטה: $\sqrt{7}<x\ ,\ x<-\sqrt{7}$

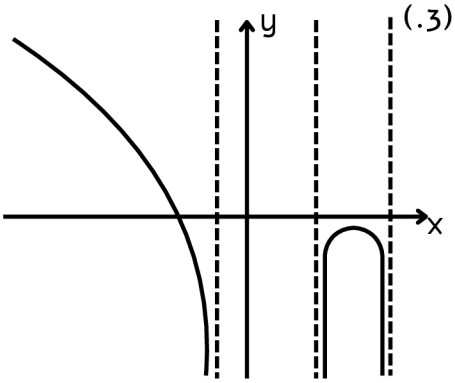
ג.



ד. (1.) 3 אסימפטוטות אנכיות

(2.) $\max(7, \ln(0.202))$

(3.)



נוסחאון מתמטיקה

5 יחידות לימוד

תוכנית חדשה

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

משוואה ריבועית: $(a \neq 0)\ ax^2 + bx + c = 0$ השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

סדרות:

	סדרה חשבונית	סדרה הנדסית
כלל נסיגה:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
איבר n-י:	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
סכום:	$S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}$	$S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1} \quad q \neq 1$ סכום סדרה אין־סופית שסכומה מתכנס: $S = \frac{a_1}{1-q}$

חזקות: $(b \neq 0\ ,\ a \neq 0)$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}\ ,\ a > 0$	$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

לוגריתמים (לפי אילוצי תחום ההגדרה):

$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a x$	$a^{\log_a x} = x$	$\log_a(a^b) = b$
$\log_c x = \frac{\log_a x}{\log_a c}$	$\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$

גדילה ודעיכה: הכמות לאחר t יחידות זמן: $f(t) = f(0) \cdot q^t$ כאשר q מקדם הגדילה / הדעיכה

הסתברות

הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל־ k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר ההסתברות להצלחה היא p:

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

טריגונומטרייה וגאומטרייה

זהויות:

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ | $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha$ | $\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$

$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$ | $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$ | $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$ | $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ | $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ | $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם את המשולש)

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין הצלעות a ו- b)

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין הצלעות b ו- c)

$S = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \cdot \sin(\beta+\gamma)}$ (β ו- γ זוויות ליד הצלע a)

שטח עיגול: $S = \pi \cdot R^2$ **היקף מעגל:** $P = 2\pi \cdot R$ (R – רדיוס)

אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha \cdot R$ **שטח גִזרה** של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2}\alpha \cdot R^2$ (R – רדיוס)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$(x^t)' = t \cdot x^{t-1}$ (t ממשי)	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\sin x)' = \cos x$
	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ell na}$	$(a^x)' = a^x \cdot \ell na$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקצייה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

$f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית) ו-

אינטגרלים:

$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1$ ממשי, $t)$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ell n a} + C$	$\int \frac{1}{x} dx = \ell n \lvert x \rvert + C$

אם $F(x)$ היא פונקצייה קדומה של הפונקצייה $f(x)$ אז: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C \quad (m \neq 0)$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

גאומטרייה אנליטית

קו ישר:

השיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2): $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2)$

משוואת ישר ששיפועו m, העובר בנקודה (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$: $\left(\frac{\ell x_1 + k x_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + k y_2}{k + \ell}\right)$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

המרחק d בין הנקודה (x_0, y_0) ובין הישר $Ax + By + C = 0$: $d = \frac{\lvert Ax_0 + By_0 + C \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

המרחק d בין הישרים המקבילים $Ax + By + C_1 = 0$ ו- $Ax + By + C_2 = 0$: $d = \frac{\lvert C_1 - C_2 \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

מעגל:

משוואת המשיק למעגל $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) על המעגל: $(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

מדריך של פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$: $x = -\frac{p}{2}$

מוקד של פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$: $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

	משוואה	מרחק המוקד מהראשית	
אליפסה	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	
היפרבולה	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	משוואות האסימפטוטות של היפרבולה: $y = \pm \frac{b}{a}x$

מספרים מרוכבים

מכפלה בהצגה קוטבית של המספרים המרוכבים $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ ו־ $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

משפט דה־מואבר:

$$[R(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

פתרונות המשוואה $z^n = R(\cos\varphi + i\sin\varphi)$:

$$z_k = \sqrt[n]{R}\left[\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)\right]$$

$$k = 0, 1, 2, ..., n-1$$

גופים במרחב

מנסרה וגליל: נפח: $V = S \cdot h$ (S – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{S \cdot h}{3}$ (S – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט ישר: שטח מעטפת: $M = \pi R\ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

כדור: נפח: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (R – רדיוס הכדור)

שטח הפנים: $M = 4\pi R^2$ (R – רדיוס הכדור)

וקטורים

אורך של וקטור $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$:

$$|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

מכפלה סקלרית של שני וקטורים $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ו־ $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$:

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$$

המכפלה הסקלרית כאשר α היא הזווית בין הווקטורים $\underline{u}$ ו־ $\underline{v}$:

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos\alpha$$

המרחק של נקודה $P(x_1, y_1, z_1)$ ממישור $ax + by + cz + d = 0$:

$$\frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c \cdot z_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

המרחק בין מישורים מקבילים $ax + by + cz + d_1 = 0$ ו־ $ax + by + cz + d_2 = 0$:

$$\frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

הזווית β בין הישר $\underline{x} = \underline{v} + t \cdot \underline{u}$ למישור $ax + by + cz + d = 0$ כאשר $\underline{n} = (a, b, c)$:

$$\sin\beta = \frac{|\underline{n} \cdot \underline{u}|}{|\underline{n}| \cdot |\underline{u}|}$$

הזווית α בין המישורים $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \text{ כאשר } \underline{n_1} = (a_1, b_1, c_1) \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \text{ כאשר } \underline{n_2} = (a_2, b_2, c_2) \end{cases}$:

$$\cos\alpha = \frac{|\underline{n_1} \cdot \underline{n_2}|}{|\underline{n_1}| \cdot |\underline{n_2}|}$$