571

בגרויות במתמטיקה

אוסף בגרויות ופתרונותיהן



LEVELUP

π × √ ÷ מתמטיקה בחוויה אחרת

ברוכים הבאים!

בעמודים שלפניכם תמצאו אוסף מקיף של בחינות הבגרות ופתרונות מלאים, שנכתבו בקפידה במטרה לסייע לכם להבין את דרך החשיבה, להעמיק את ההבנה ולהצליח בבחינה.

מומלץ לסרוק את קוד ה־QR המופיע בעמוד זה. באמצעותו תוכלו לצפות בסרטון הסבר מפורט, שבו אני מסביר איך להשתמש בקובץ פתרון בגרויות.

הספר הזה הוא מסמך חי ומתעדכן.
אם מצאתם טעות, אי־דיוק, שגיאת הקלדה או דרך פתרון שניתן לשפר – אשמח מאוד אם תעדכנו אותי. ההערות שלכם מסייעות לי לשפר את הספר ולהעניק לכלל התלמידים והמורים חומר לימוד מדויק ואיכותי יותר.

גרסאות מעודכנות של הקובץ יועלו באופן שוטף לאתר ויופצו גם בקבוצות העדכונים, כך שתמיד תוכלו ליהנות מהגרסה העדכנית ביותר.

מאחל לכם למידה מהנה, הצלחה רבה והמון ביטחון בדרך אל הציון שאתם שואפים אליו!

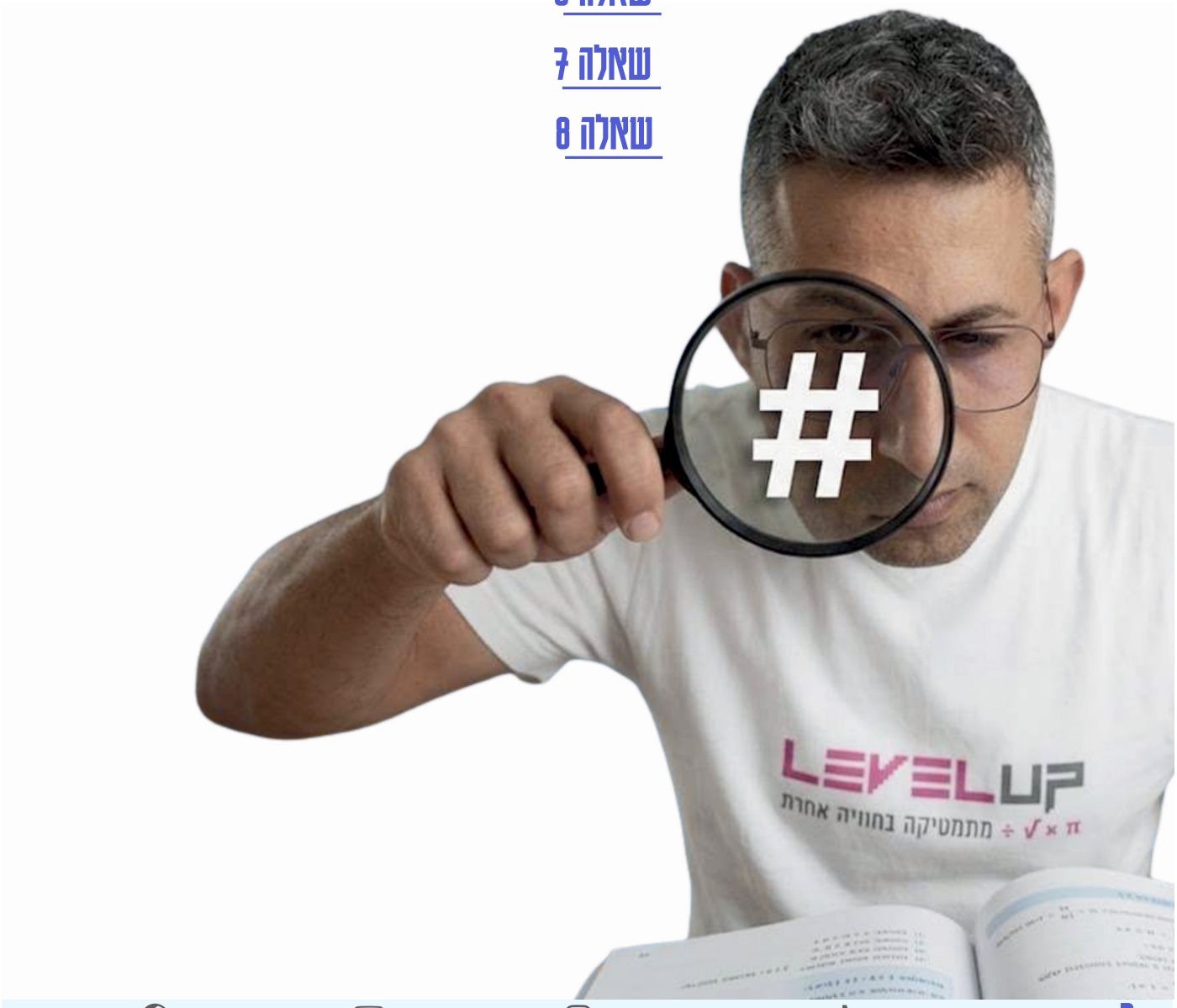
אילון פרץ
מתמטיקה Level Up

הסבר על הספר

תודה רבה לדנה בקרמן על העריכה והעיצוב

האשטאגים

שאלה 1
שאלה 2
שאלה 3
שאלה 4
שאלה 5
שאלה 6
שאלה 7
שאלה 8



שאלה 1 - שאלות קצרות

עמוד	מועד	סעיף	#הנושאים
185	קיץ ב' 26	א	#אינדוקציה #מציאת פרמטר #הוכחת זהות
		ב	#אנליזה #שורשים #אינטגרל פולינום
		ג	#אנליזה #מניפולציות
		ד	#הנדסית #ויזואלית
176	קיץ א' 26	א	#אינדוקציה #הוכחת זהות #רציונלית
		ב	#הסתברות #טבלה #מותנית
		ג	#אנליזה #מניפולציות #חשיבה y=k
		ד	#אינטגרל #זיהוי נגזרת פנימית #קשר פונקציה נגזרת
167	חורף 26	א'	#גיאומטריה #טריגונומטריה #מעגל #שטחים
		ב'	#הסתברות #עץ #מותנית
		ג'	#אנליזה #פונקציית שורש #התאמת משוואה לגרף
		ד'	#הנדסית #אינסופית #שימוש בטריגו
158	קיץ ב' 25	א'	#אינדוקציה #הוכחת זהות #מעריכית
		ב'	#טריגונומטריה #פרמטר #מציאת זווית #שטחים
		ג'	#אנליזה #חזקת n #מקרה זוגי ואי-זוגי #אינטגרל מסוים
		ד'	#אנליזה #צובר שטח
148	קיץ א' 25	א	#אינדוקציה #הוכחת זהות #חישוב סכום
		ב	#גיאומטריה #טרפז #פרופורציה
		ג	#אנליזה #קשר פונקציה ונגזרתה #פרמטרים #אינטגרל לא מסוים
		ד	#אנליזה #רציונלית #אינטגרל לפי זיהוי נגזרת
139	חורף 25	א	#אינדוקציה #לכל n זוגי #הוכחת זהות
		ב	#הסתברות #טבלה #מותנית
		ג	#אנליזה #שורשים #תחום הגדרה #התאמת גרף
		ד	#אנליזה #קשר פונקציה ונגזרת #אינטגרל זיהוי נגזרת
130	קיץ ב' 24	א	#אינדוקציה #הוכחת זהות #רציונלית #אינדוקציה כושלת
		ב	#טריגונומטריה #מעגלים נחתכים #פרמטרים
		ג	#אנליזה #קשר פונקציה ונגזרת #מניפולציות
		ד	#אנליזה #מניפולציות #אינטגרל מניפולציות

שאלה 2 - סדרות

עמוד	מועד	# נושאים
188	קיץ ב' 26	#אינסופית #סעיפי חשיבה #שלוש סדרות #סימנים מתחלפים
179	קיץ א' 26	#אינסופית #שלוש סדרות #סכום #סעיפי חשיבה
170	חורף 26	#אינסופית #סעיפי חשיבה #סכום #שלוש סדרות
161	קיץ ב' 25	#אינסופית #סעיפי חשיבה #סכום #שלוש סדרות
152	קיץ א' 25	#אינסופית #שלוש סדרות #סעיפי חשיבה
142	חורף 25	#הנדסית #סכום #אחרונים #סעיפי חשיבה #שתי סדרות #אינסופית
133	קיץ ב' 24	#הנדסית #אינסופית #סכום #אחרונים #איבר אמצעי #שתי סדרות #סכום זוגיים/אי-זוגיים
124	קיץ א' 24	#הנדסית #שלוש סדרות #סעיפי חשיבה #אינסופית
115	חורף 24	#חשבונית #סעיפי חשיבה #שתי סדרות #הוכחת זהות #סכום
106	קיץ ב' 23	#חשבונית #סכום #אמצעיים #סעיפי חשיבה #סכום פשוטים
95	מיוחד 23	#חשבונית #שתי סדרות #סכום #איבר אמצעי
88	קיץ א' 23	#הנדסית #חשבונית #אינסופית #שלוש סדרות #סכום #סעיפי חשיבה
79	חורף 23	#הנדסית #שלוש סדרות #אינסופית #סעיפי חשיבה #סכום
70	קיץ ב' 22	#הנדסית #אינסופית #סכום #סימנים מתחלפים #הוכחת זהות #שלוש סדרות
61	קיץ א' 22	#אינסופית #סעיפי חשיבה #סכום #שתי סדרות #סכום זוגיים
51	נבצרים 22	#הנדסית #סכום #הוכחת זהויות #שלוש סדרות #סימנים מתחלפים
42	חורף 22	#חשבונית #שתי סדרות #סכום #סעיפי חשיבה #הוכחת זהות #סכום אי-זוגיים
32	קיץ ב' 21	#הנדסית #שתי סדרות #סכום זוגיים #אינסופית #סימים מתחלפים #חשבונית #סעיפי חשיבה
24	מיוחד 21	#חשבונית #סכום זוגיים/אי-זוגיים #סכום אחרונים
15	קיץ א' 21	#חשבונית #סכום #מתכנסת #סעיפי חשיבה

שאלה 3 - הסתברות

עמוד	מועד	# נושאים
188	קיץ ב' 26	#עץ עם משתנה #מותנה, #ברנולי
179	קיץ א' 26	#עץ עם משתנה #מותנה, #ברנולי, #מקדם בינומי
170	חורף 26	#טבלה עם נעלם #מותנית, #ברנולי, מותנה
161	קיץ ב' 25	#טבלה עם נעלם #מותנית #ברנולי, מותנה
152	קיץ א' 25	#ברנולי עם נעלם #ברנולי עם מותנה #טבלה עם נעלם
142	חורף 25	#עץ #מותנית #עץ עם נעלם
133	קיץ ב' 24	#טבלה עם נעלם #מותנית #עץ צומח מתוך טבלה
124	קיץ א' 24	#משלים עם נעלם #ברנולי, #ברנולי עם מותנה
115	חורף 24	#טבלה עם שני נעלמים #מותנית #ברנולי חשיבה
106	קיץ ב' 23	#טבלה עם נעלם #מותנית #ברנולי
97	מיוחד 23	# עץ עם נעלם # מותנית # חזרה N פעמים
88	קיץ א' 23	# טבלה עם נעלם # מותנית # ברנולי מותנה
79	חורף 23	# עץ עם 2 נעלמים # מותנית # ברנולי # ברנולי חשיבה # ברנולי מותנה
70	קיץ ב' 22	# טבלה עם נעלם # מותנית # ברנולי # תחום הגדרה של הסתברות # בלתי תלויים
61	קיץ א' 22	# עץ עם נעלם # ברנולי # מותנית
52	נבצרים 22	# עץ עם נעלם # מותנית
42	חורף 22	# עץ # מותנית # משלים # N חזרות
33	קיץ ב' 21	# עץ עם נעלמים מרובים # ברנולי
24	מיוחד 21	# עץ עם נעלם # טבלה מתוך עץ # מותנה
16	קיץ א' 21	# טבלה עם נעלם # ברנולי # ברנולי מותנה

שאלה 4 - גיאומטריה

עמוד	מועד	#הנושאים
189	קיץ ב' 26	#מעגל #פרופורציה #שטחים
180	קיץ א' 26	#מעגל #פרופורציה #שטחים
171	חורף 26	#מעגל #מרובע בר-חסימה #דמיון
162	קיץ ב' 25	#מעגל #דמיון #קטע אמצעים #שטחים
153	קיץ א' 25	#שני מעגלים נחתכים #דמיון #שטחים
143	חורף 25	#מעגל #דמיון #פרופורציה #שטחים #משיק
134	קיץ ב' 24	#מעגל #מרובע בר-חסימה #שני מעגלים משיקים #הוכחת משיק
125	קיץ א' 24	#מעגל #משיק #פרופורציה #שטחים
116	חורף 24	#שני מעגלים נחתכים #פרופורציה #מרובע בר-חסימה
107	קיץ ב' 23	#מעגל #משיק #פרופורציה #שטחים
98	מיוחד 23	#מעגל #משיק #פרופורציה #מרובע בר-חסימה #שני מעגלים נחתכים
89	קיץ א' 23	#מעגל #משיק #פרופורציה #שטחים
80	חורף 23	#שני מעגלים נחתכים #פרופורציה #מרובע בר-חסימה
71	קיץ ב' 22	#ללא מעגל #פרופורציה #שטחים #מרובע בר-חסימה (סעיף אחרון)
62	קיץ א' 22	#מעגל #משיק #פרופורציה #שטחים
53	נבצרים 22	#ללא מעגל #פרופורציה #מרובע בר-חסימה (סעיף אחרון)
43	חורף 22	#מעגל #משיק #פרופורציה #מרובע בר-חסימה #שטחים
34	קיץ ב' 21	#שני מעגלים משיקים #משיק #פרופורציה
25	מיוחד 21	#שני מעגלים נחתכים #מרובע בר-חסימה #משיק #פרופורציה #שטחים
17	קיץ א' 21	#שני מעגלים משיקים #משיק #פרופורציה #שטחים

שאלה 5 - טריגונומטריה

עמוד	מועד	#הנושאים
189	קיץ ב' 26	#מרובעים #פרמטרים #מציאת זווית #מעגל חוסם משולש
180	קיץ א' 26	#מרובעים #פרמטרים #מציאת זווית #מעגל חסום במשולש
171	חורף 26	#מצולעים #פרמטרים #מעגל חוסם משולש #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית
162	קיץ ב' 25	#מרובעים #פרמטרים #מציאת זווית #מעגל חסום במשולש
153	קיץ א' 25	#מעגל חסום במשולש #פרמטרים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית #שטחים
143	חורף 25	#מעגל #פרמטרים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית #שטחים
134	קיץ ב' 24	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #מציאת זווית #מעגל חסום במשולש
125	קיץ א' 24	#מרובעים #פרמטרים #שטחים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית #מעגל חוסם משולש
116	חורף 24	#מעגל #פרמטרים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית #שטחים
107	קיץ ב' 23	#מעגל #פרמטרים #שטחים
98	מיוחד 23	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #שטחים #מציאת זווית
89	קיץ א' 23	#מעגל חוסם משולש #מעגל חסום במשולש #פרמטרים #מציאת זווית #שטחים
80	חורף 23	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #מציאת זווית
71	קיץ ב' 22	#מעגל #פרמטרים #הוכחת זהות #מציאת זווית
62	קיץ א' 22	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית
53	נבצרים 22	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #שטחים #מציאת זווית
43	חורף 22	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #שטחים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית
34	קיץ ב' 21	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית
25	מיוחד 21	#מעגל חוסם משולש #פרמטרים #הוכחת זהות #מציאת זווית #שטחים #מעגל חסום במשולש
17	קיץ א' 21	#מעגל #פרמטרים #מעגל חוסם משולש #משוואה טריגונומטרית #זהויות #מציאת זווית

שאלה 6 - דיפרנציאלי ואינטגרלי

עמוד	מועד	#הנושאים
190	קיץ ב' 26	#פונקציה רציונלית #מציאת פרמטר #אינטגרל זיהוי נגזרת
181	קיץ א' 26	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #מציאת פרמטר #סעיף חשיבה קשר נגזרת #אינטגרל זיהוי נגזרת
172	חורף 26	#פונקציית מנה שורש #פרמטר מתמשך #מציאת פרמטר #מניפולציות #אינטגרל פולינום
163	קיץ ב' 25	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #מציאת פרמטר x #אינטגרל זיהוי נגזרת
154	קיץ א' 25	#פונקציית שורש #פרמטר מתמשך #אי-זוגית #מניפולציות #אינטגרל פולינום #מציאת פרמטר
144	חורף 25	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #אינטגרל זיהוי נגזרת #מניפולציות #מציאת פרמטר
135	קיץ ב' 24	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #מניפולציות #אינטגרל של מורכבת פנימית ליניארית
126	קיץ א' 24	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #קעירות #אינטגרל זיהוי נגזרת #סעיף חשיבה קשר נגזרת
117	חורף 24	#פונקציית מנה שורש #סעיף חשיבה קשר נגזרת #אינטגרל זיהוי נגזרת
108	קיץ ב' 23	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #מניפולציות #אינטגרל מורכב פנימית ליניארית
99	מיוחד 23	#חקירת שורש #אי-זוגית #מניפולציות
90	קיץ א' 23	#פונקציה רציונלית #פרמטר מתמשך #אי-זוגית #קעירות #מניפולציות #מציאת פרמטר #אינטגרל חיבור שטח
81	חורף 23	#פונקציה פולינום מעלה ח #פרמטר מתמשך #סעיף חשיבה אינטגרל #מניפולציות
72	קיץ ב' 22	#פונקציית שורש #מציאת פרמטר #מניפולציות #סעיף חשיבה אינטגרל
63	קיץ א' 22	#פונקציה רציונלית #זוגית #סעיף חשיבה קשר נגזרת #אינטגרל זיהוי נגזרת #חיבור שטח
54	נבצרים 22	#פונקציה ללא תבנית #פרמטר מתמשך #קעירות #פונקציה רציונלית #מציאת פרמטר #סעיפי חשיבה קשר נגזרת #אינטגרל זיהוי נגזרת
44	חורף 22	#פונקציה רציונלית #מציאת פרמטר #מניפולציות #אינטגרל זיהוי נגזרת
35	קיץ ב' 21	#פונקציית שורש #פרמטר מתמשך #זוגית #מניפולציות #אינטגרל פולינום
26	מיוחד 21	#פונקציית שורש #סעיף חשיבה אינטגרל #מניפולציות #אינטגרל זיהוי נגזרת
18	קיץ א' 21	#פונקציה רציונלית #אי-זוגית #סעיף חשיבה קשר נגזרת #אינטגרל זיהוי נגזרת

שאלה 7 - דיפרנציאלי ואינטגרלי

עמוד	מועד	#הנושאים
190	קיץ ב' 26	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #מניפולציות
181	קיץ א' 26	#פונקציה טריגונומטרית #פרמטר מתמשך #זוגיות #מציאת פרמטר #מניפולציות
172	חורף 26	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #מניפולציות #מציאת פרמטר
164	קיץ ב' 25	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #סעיף חשיבה y=k
155	קיץ א' 25	#סעיף חשיבה קשר נגזרת #פונקציה טריגונומטרית #מניפולציות
145	חורף 25	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #מציאת פרמטר #מניפולציות
136	קיץ ב' 24	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #פרמטר מתמשך #מציאת פרמטר #אינטגרל זיהוי נגזרת
127	קיץ א' 24	#פונקציה טריגונומטרית עם שורש #זוגיות #מניפולציות #חשיבה אינטגרל ומניפולציות
117	חורף 24	#פונקציה טריגונומטרית #מציאת פרמטר #סעיף חשיבה y=k #סעיף חשיבה אינטגרל מניפולציות
109	קיץ ב' 23	#פונקציית שורש #סעיף חשיבה קשר נגזרת #אינטגרל ללא נוסחה
100	מיוחד 23	#פונקציית שורש #קעירות #מניפולציות #סעיף חשיבה אינטגרל מניפולציות
91	קיץ א' 23	#פונקציה ללא תבנית #סעיף חשיבה קשר נגזרת #פרמטר מתמשך #פונקציית שורש #מציאת פרמטר #אינטגרל פולינום
82	חורף 23	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #אינטגרל ללא נוסחה
73	קיץ ב' 22	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות #מניפולציות #סעיף חשיבה אינטגרל
64	קיץ א' 22	#פונקציה טריגונומטרית #סעיף חשיבה y=k #אינטגרל ללא נוסחה
55	נבצרים 22	#פונקציה טריגונומטרית #זוגיות
45	חורף 22	#פונקציית שורש
36	קיץ ב' 21	#פונקציה טריגונומטרית #מניפולציות
27	מיוחד 21	#פונקציה טריגונומטרית #מציאת פרמטר #סעיף חשיבה קשר נגזרת
19	קיץ א' 21	#פונקציית שורש #פרמטר מתמשך #אי-זוגית #מניפולציות #מציאת a

שאלה 8 - דיפרנציאלי ואינטגרלי

עמוד	מועד	#הנושאים
191	קיץ ב' 26	#קיצון גרפי #פרמטר מתמשך #אורך קטע
182	קיץ א' 26	#קיצון גרפי #שורשים #סכום אורכים
173	חורף 26	#קיצון גרפי #פרמטר מתמשך #סכום שטחים
164	קיץ ב' 25	#קיצון גיאומטרי #מעגל #שורשים #פרמטר מתמשך #היקף מלבן
155	קיץ א' 25	#קיצון גרפים #פרמטר מתמשך #שטח משולש #מציאת פרמטר
145	חורף 25	#קיצון גרפים #שורשים #היקף מלבן
136	קיץ ב' 24	#קיצון גרפים #פונקציית שורש #מכפלת אורכים #סעיף חשיבה מניפולציות
127	קיץ א' 24	#קיצון גיאומטרי #מעגל #פונקציית שורש #פרמטר מתמשך #שטח מלבן
118	חורף 24	#קיצון גיאומטרי #פרמטר מתמשך #שטח מלבנים #סעיף חשיבה
109	קיץ ב' 23	#קיצון גיאומטרי טריגונומטרי #פרמטר מתמשך #הפרש קטעים
100	מיוחד 23	#קיצון גרפי #יחס שטחים
91	קיץ א' 23	#קיצון גיאומטרי טריגונומטרי #פונקציית שורש #אורך קטע
82	חורף 23	#קיצון גרפי #היקף מלבן
73	קיץ ב' 22	#קיצון גרפי #משיק לפונקציה #שטח משולש
64	קיץ א' 22	#קיצון גרפי #שטח משולש
55	נבצרים 22	#קיצון גיאומטרי #מעגל #פרמטר מתמשך #סכום שטחי משולש ומעגל
45	חורף 22	#קיצון גיאומטרי טריגונומטרי #פרמטר מתמשך #אורך צלע #מציאת פרמטר
37	קיץ ב' 21	#קיצון גרפי #פרמטר מתמשך #שטח משולש
28	מיוחד 21	#קיצון גרפי #שטח מלבן
19	קיץ א' 21	#קיצון גיאומטרי טריגונומטרי #פרמטר מתמשך #היקף משולש

תוכן עניינים

דף נוסחאות

בגרות 2021 קיץ מועד א	עמוד 13
בגרות 2021 מיוחד	עמוד 22
בגרות 2021 קיץ מועד ב	עמוד 31
בגרות 2022 חורף	עמוד 40
בגרות 2022 נבצרים	עמוד 48
בגרות 2022 קיץ מועד א	עמוד 58
בגרות 2022 קיץ מועד ב	עמוד 67
בגרות 2023 חורף	עמוד 76
בגרות 2023 קיץ מועד א	עמוד 85
בגרות 2023 מיוחד	עמוד 94
בגרות 2023 קיץ מועד ב	עמוד 103
בגרות 2024 חורף	עמוד 112
בגרות 2024 קיץ מועד א	עמוד 121
בגרות 2024 קיץ מועד ב	עמוד 130
בגרות 2025 חורף	עמוד 139
בגרות 2025 קיץ מועד א	עמוד 148
בגרות 2025 קיץ מועד ב	עמוד 158
בגרות 2026 חורף	עמוד 167
בגרות 2026 קיץ מועד א	עמוד 176
בגרות 2026 קיץ מועד ב	עמוד 185

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

מועד קיץ

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035581
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה והסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך — $4 \times 25 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

מדינת ישראל סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים

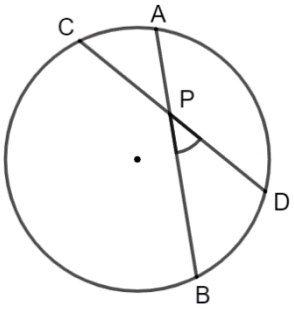
משרד החינוך מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021

מספר השאלון: **035581, תוכנית ניסוי**

מ ת מ ט י ק ה

שאלות קצרות

1. **ענה על שלושה מארבעת הסעיפים.**



א. הראה כי במעגל, הזווית הנוצרת על ידי שני מיתרים שווה למחצית סכום שתי הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית ובין המשכיהן.

כלומר יש להראות: $\sphericalangle BPD = \frac{\widehat{AC}+\widehat{BD}}{2}$.

ב. לפניך שתי טענות אשר רק אחת מהן נכונה לכל n טבעי.

קבע איזו מהטענות נכונה.

הוכח את הטענה הנכונה לכל n טבעי באינדוקציה (או בדרך אחרת).

I. $\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\cdots+\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{n}{2n+4}$

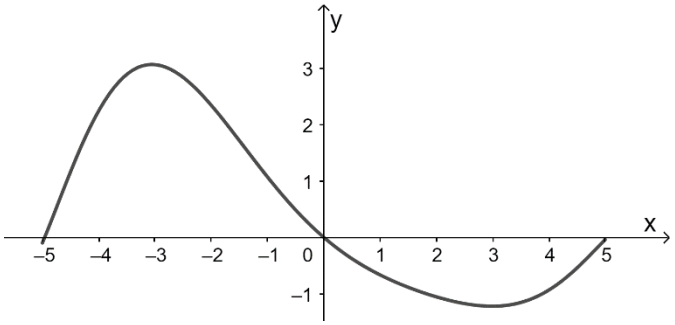
II. $\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\cdots+\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{n}{3(n+1)}$

ג. קבע אם הטענות הבאות נכונות. נמק.

I. הפונקציה $f(x)=\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-3}$ זהה לפונקציה $h(x)=\sqrt{(x+1)(x-3)}$.

II. הפונקציה $f(x)=x\sqrt{x+1}$ זהה לפונקציה $h(x)=\sqrt{x^2(x+1)}$.

ד. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-5 \le x \le 5$



ונתונה הפונקציה עבור $a > -4$:

$$h(a) = \int_{-4}^{a} f(x)\,dx$$

1. קבע באיזה תחום הפונקציה $h(a)$ עולה. נמק.
2. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה $h(a)$. נמק.

2. נתונה סדרה a_n שסכום n האיברים הראשונים שלה, לכל n טבעי, הוא:

$S_n = k \cdot n^2 - p \cdot n$. $p > 0$, $k > 0$ הם פרמטרים.

א. **(1)** הבע את האיבר הכללי של הסדרה באמצעות k, p ו־ n, בעבור $n \geq 2$.

(2) הנוסחה שמצאת בתת־סעיף א(1) נכונה בעבור כל n טבעי. הסבר מדוע.

(3) הוכח כי הסדרה היא סדרה חשבונית והבע את d, ההפרש של הסדרה, באמצעות k .

נתונות שתי סדרות הנדסיות b_n ו־ c_n .

מנת הסדרה b_n שווה ל־ d (הפרש הסדרה החשבונית a_n).

הסדרה c_n היא סדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה שווה ל־ $\frac{2}{d}$.

נתון: $a_1 = b_1 = c_1$,

$k = 1.5$, $p = 4.5$.

ב. הסבר מדוע הסדרה c_n היא סדרה מתכנסת.

נתון כי היחס בין סכום m האיברים הראשונים של הסדרה b_n ובין סכום כל אברי הסדרה האינסופית c_n הוא $40\frac{1}{3}$.

ג. חשב את m .

ד. האם הסדרה c_n היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת? נמק את תשובתך.

3. בבית ספר תיכון גדול מאוד, מספר התלמידים גדול פי 9 ממספר המורים.

בבית הספר נערך סקר שהשתתפו בו כל המורים והתלמידים בבית הספר, והם בלבד.

המשתתפים בסקר נשאלו אם הם נבדקו לגילוי קורונה.

נמצא כי 80% מן המורים בבית הספר נבדקו לגילוי קורונה.

כמו כן נמצא כי $\frac{13}{15}$ מכלל המשתתפים בסקר (מורים ותלמידים), שנבדקו לגילוי קורונה, היו תלמידים.

א. מהי ההסתברות שמבין כלל המשתתפים בסקר ייבחֵר באקראי תלמיד שלא נבדק לגילוי קורונה?

בחרו באקראי בזה אחר זה 5 משתתפים מבין כלל משתתפי הסקר.

ב. מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם נבדקו לגילוי קורונה?

ג. ידוע כי מבין החמישה שנבחרו, לפחות משתתף אחד נבדק לגילוי קורונה.

מהי ההסתברות שלפחות 4 מן המשתתפים שנבחרו נבדקו לגילוי קורונה?

ד. ידוע כי מבין החמישה שנבחרו, בדיוק 2 נבדקו לגילוי קורונה.

מהי ההסתברות שהאחרון שנבחר נבדק לגילוי קורונה?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

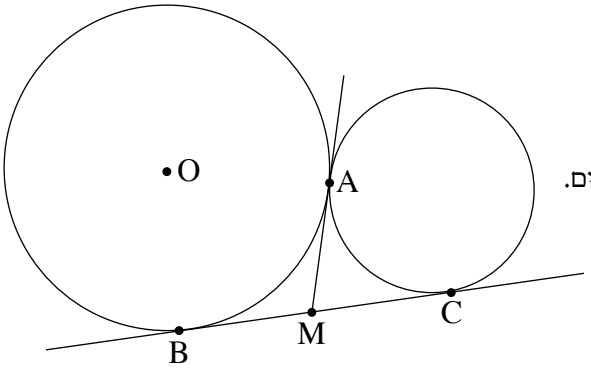
4. שני מעגלים משיקים זה לזה בנקודה A (ראה סרטוט).

הנקודה O היא מרכז המעגל השמאלי.

מעבירים בנקודה A משיק משותף לשני המעגלים.

B ו־ C הן נקודות ההשקה של ישר נוסף שמשיק לשני המעגלים.

שני המשיקים נחתכים בנקודה M .



א. הוכח כי הזווית $\sphericalangle BAC$ ישרה.

ב. הוכח כי $4 \cdot AM^2 = AC^2 + AB^2$

נתון: $AC = 6$, $AB = 8$.

ג. חשב את רדיוס המעגל שמרכזו הוא בנקודה O .

ד. חשב את יחס השטחים $\frac{S_{\Delta OBM}}{S_{\Delta AMC}}$.

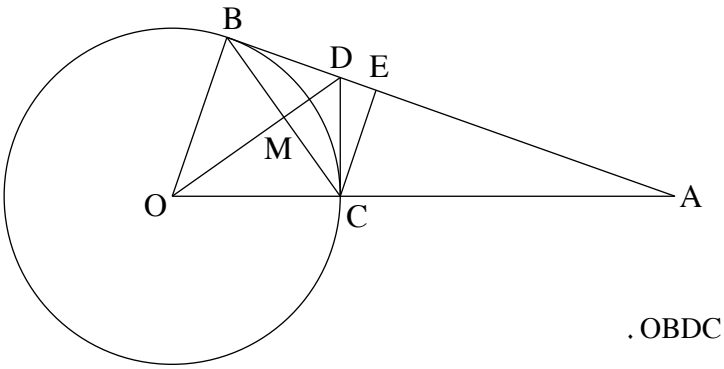
5. DB ו־ DC משיקים למעגל שמרכזו O , כמתואר בסרטוט. רדיוס המעגל: R .

המשך BD חותך את המשך OC בנקודה A .

הקטע OD והמיתר BC נחתכים בנקודה M .

הקטע CE מאונך ל־ AB .

נסמן: $\sphericalangle ABC = \alpha$.



א. הסבר מדוע אפשר לחסום במעגל:

(1) את המרובע OBDC .

(2) את המרובע MDEC .

נסמן: d_1 הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע OBDC .

d_2 הוא קוטר המעגל החוסם את המרובע MDEC .

d_3 הוא קוטר המעגל החוסם את המשולש AOD .

ב. הבע באמצעות α ו־ R את d_1 , את d_2 ואת d_3 .

ג. מצא את הערך של α שבעבורו מתקיים: $\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1}{d_3}$.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונות הפונקציות: $g(x)=\frac{x}{(x^2-2)^3}$, $f(x)=\frac{x}{(x^2-2)^2}$.

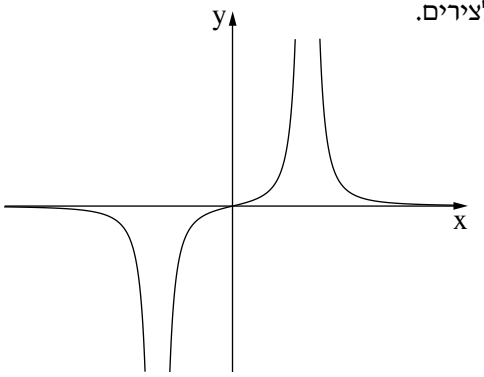
א. ענה על תת־סעיפים (1)-(4) בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.

(4) הוכח כי הפונקציה אי־זוגית.



ב. **(1)** הגרף שלפניך מתאר את אחת הפונקציות $g(x)$, $f(x)$.
קבע איזו מן הפונקציות הגרף מתאר. נמק את קביעתך.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה האחרת.

נתונה פונקציה $h(x)$ שמקיימת: $h'(x)=f(x)$.
$f(x)$ ו־ $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.

ג. מה הם תחומי העלייה והירידה של $h(x)$?

ד. חשב את:

(1) $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$. נמק את תשובתך.

(2) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה־ x והישרים $x=-1$, $x=1$.

נתונה הפונקציה $k(x)=f(x)+b$. $b\neq 0$ הוא פרמטר.

ה. האם הפונקציה $k(x)$ זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמק את תשובתך.

7. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-4a}}{x^3}$. $a>0$ הוא פרמטר.

בסעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות a , לפי הצורך.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ אי־זוגית.

ג. **(1)** מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים?

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

ה. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$, אם יש כאלה?

ידוע כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$, יש לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ משיק משותף.

ו. **(1)** הוסף לסרטוט שבמחברתך סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקוליך.

(2) מהו הערך של a ? נמק את תשובתך.

8. במשולש ABC אורך הצלע BC הוא a .

נתון: $\sphericalangle BAC=\alpha$ (α ברדיאנים).

נסמן: $\sphericalangle ABC=x$. $(0<x<\pi-\alpha)$

א. הבע באמצעות x , a ו־ α את היקף המשולש ABC .

ב. הבע באמצעות α את ערך ה־ x שבעבורו היקף המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. הסבר מדוע מתקיים המשפט הזה: מכל המשולשים בעלי צלע נתונה וזווית מולה נתונה, המשולש בעל ההיקף המקסימלי הוא משולש שווה שוקיים.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2021 קיץ מועד א תובנית חדשה 571

1. פתרון מלא



א. הוכחה

ב. טענה I.

ג. טענה I : לא נכונה

טענה II : לא נכונה

ד. (1.) עלייה: $-4 < x < 0$

(2.) $3 < x < 5$ או $-4 < x < -3$: $\cup$

$-3 < x < 3$: $\cap$

2. פתרון מלא



א. (1.) $a_n = 2kn - k - p \quad : \quad n \geq 2$

(2.) $a_n = 2kn - k - p$

(3.) הוכחה

ב. הוכחה

ג. m=5

ד. עולה

3. פתרון מלא



א. $P = 0.38$

ב. $P = 0.33696$

ג. $P = \frac{351}{1031} \approx 0.340446$

ד. $P = 0.4$

4. פתרון מלא



א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. $\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

ד. $\frac{25}{18}$

5. פתרון מלא



א. (1.) הוכחה

(2.) הוכחה

ב.

$$d_3 = \frac{R}{\cos(\alpha) \cdot \cos(2\alpha)} \; , \; d_2 = R\tan(\alpha) \; , \; d_1 = \frac{R}{\cos(\alpha)}$$

ג. $\alpha = 30^\circ$

2021 קיץ מועד א תוכנית חדשה 571

6. פתרון מלא

א. (1) $f(x): x \neq \pm\sqrt{2}$

$g(x): x \neq \pm\sqrt{2}$

(2) $f(x): x = \sqrt{2},\ x = -\sqrt{2},\ y = 0$

$g(x): x = \sqrt{2},\ x = -\sqrt{2},\ y = 0$

(3) $f(x)$: הוכחה

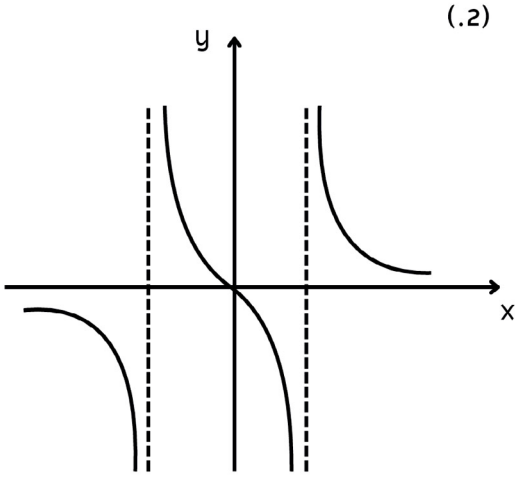
$g(x)$: הוכחה

(4) $f(x)$: הוכחה

$g(x)$: הוכחה

ב. (1) $f(x)$

(2)



ג. עליה: $\sqrt{2} < x$ או $0 < x < \sqrt{2}$

ירידה: $x < -\sqrt{2}$ או $-\sqrt{2} < x < 0$

ד. (1) $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 0$

(2) $S = \frac{1}{2}$

ה. לא זוגית ולא אי זוגית

7. פתרון מלא

א. $x \geq 2\sqrt{\frac{a}{3}}$ או $x \leq -2\sqrt{\frac{a}{3}}$

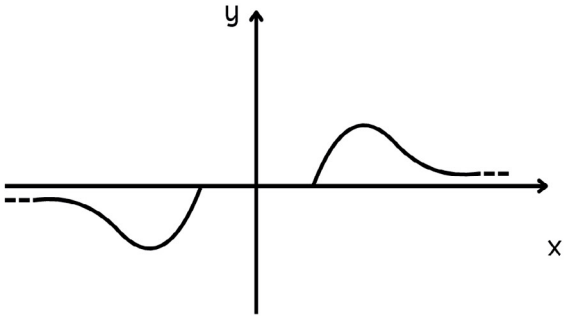
ב. הוכחה

ג. (1) $\left(-2\sqrt{\frac{a}{3}}, 0\right),\ \left(2\sqrt{\frac{a}{3}}, 0\right)$

(2) $\left(2\sqrt{\frac{a}{3}}, 0\right)\min,\ \left(-\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a}\right)\min$

$\left(\sqrt{2a}, \frac{1}{2a}\right)\max,\ \left(-2\sqrt{\frac{a}{3}}, 0\right)\max$

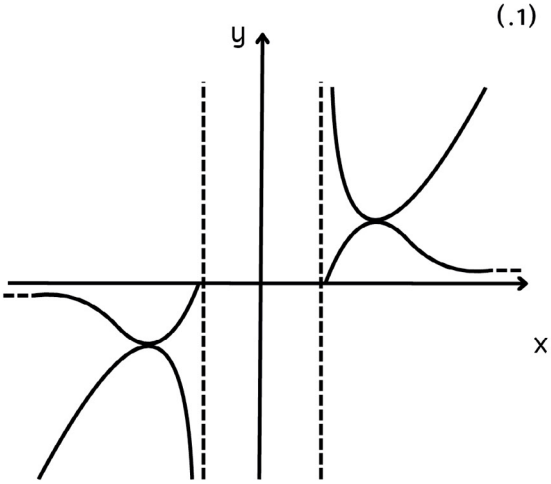
ד.



ה. (1) $x < -2\sqrt{\frac{a}{3}}$ או $x > 2\sqrt{\frac{a}{3}}$

(2) $x = -2\sqrt{\frac{a}{3}},\ x = 2\sqrt{\frac{a}{3}}$

ו. (1)



(2) $a = \frac{1}{2}$

8. פתרון מלא

א. $a + \frac{a}{\sin(\alpha)} \cdot \sin(x) + \frac{a}{\sin(\alpha)} \cdot \sin(\alpha + x)$

ב. $\frac{\pi - \alpha}{2}$

ג. הוכחה

מדינת ישראל סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים

משרד החינוך מועד הבחינה: מועד מיוחד, קיץ תשפ"א, 2021

מספר השאלון: **035581, תוכנית ניסוי**

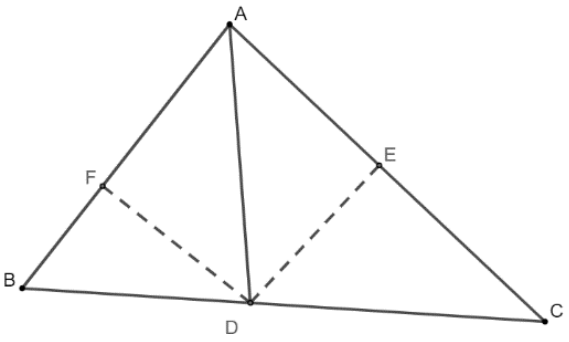
פתרון הבגרות

מ ת מ ט י ק ה

שאלות קצרות

1. **ענה על שלושה מארבעת הסעיפים.**

א. נתון משולש ABC. AD הוא חוצה הזווית A.
הקטעים DE ו- DF מאונכים לצלעות AC ו- AB בהתאמה.
בעבור מעגל שמרכזו בנקודה D ועובר בנקודה E:
(1) האם המעגל עובר בנקודה F? נמק תשובתך.
(2) האם ייתכן שהמעגל עובר גם בקודקוד המשולש C? נמק את תשובתך.



ב. בחוברת לימוד ישנה ומוכתמת נמצא התרגיל הבא:

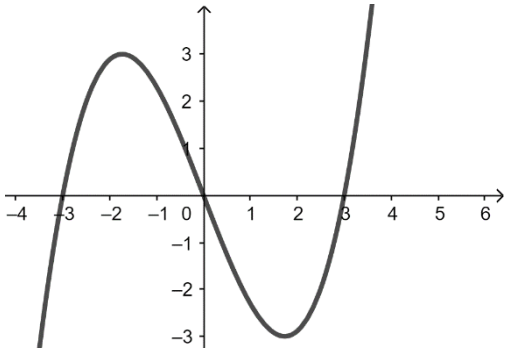
הוכח כי לכל n טבעי מתקיים השוויון הבא:

$$1\cdot 1+2\cdot 3+3\cdot 9+\cdots+n\cdot 3^{n-1}=\frac{(2n-1)3^n+\text{[illegible]}}{4}$$

אחד המספרים באגף ימין של התרגיל נמחק.
(1) מצא את המספר שנמחק.
(2) הצב את המספר שמצאת והוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, כי השוויון מתקיים לכל n טבעי.

ה

ג. לפניך סרטוט של גרף פונקציה אי זוגית $f(x)$.



(1). קבע אם הטענה הבאה נכונה. נמק.

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx > \int_{-2}^{1} f(x)dx$$

(2). מצא a עבורו מתקיים השוויון הבא. נמק.

$$\int_{0}^{4} f(x+a)dx = 0$$

ד. בקופסת ממתקים יש 5 חטיפי שוקולד חלב ו- 7 חטיפי שוקולד מריר. אמיר מוציא באקראי חטיף מהקופסה ונותן אותו לחבריו. אמיר חוזר על הפעולה עד שהוא מוציא חטיף שוקולד חלב.
מהי ההסתברות שאמיר הוציא 5 חטיפים?

2. נתונה סדרה חשבונית ובה $2n+1$ איברים (n הוא מספר טבעי).

איברי הסדרה הם $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2n+1}$ והפרש הסדרה הוא d.

א. הוכח כי ההפרש בין סכום האיברים הנמצאים במקומות האי־זוגיים ובין סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים שווה לאיבר האמצעי בסדרה.

נסמן ב־ T את ההפרש בין סכום האיברים ב־ n המקומות האחרונים ובין סכום האיברים ב־ n המקומות הראשונים.

ב. הבע את T באמצעות d ו־ n.

נתון:

- סכום כל איברי הסדרה שווה לסכום האיברים ב־ $2n$ המקומות האחרונים.
- סכום האיברים הראשון והאחרון הוא 204.
- $T = 3,468$.

ג. מצא כמה איברים יש בסדרה.

3. בחממה גדולה של פרחים יש אך ורק פרחים לבנים וסגולים.

ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים לבנים גדולה פי 2.25 מן ההסתברות לבחור באקראי שני פרחים סגולים.

א. חשב את אחוז הפרחים הסגולים בחממת הפרחים.

בחממה זו, לכמה מן הפרחים הלבנים, ורק להם, יש עלים גדולים. לשאר הפרחים יש עלים קטנים.

ירדן בחרה באקראי שני פרחים. ההסתברות שירדן בחרה פרח אחד שיש לו עלים קטנים ופרח אחד שיש לו עלים גדולים היא 0.455.

ב. **(1)** חשב את אחוז הפרחים בחממה שיש להם עלים גדולים.

(2) חשב את ההסתברות שירדן בחרה פרח סגול, אם ידוע שרק לאחד מן הפרחים שהיא בחרה יש עלים גדולים.

ג. כינרת הכינה זר מ־ 7 פרחים לבנים בדיוק, שנבחרו באקראי בחממה.

חשב את ההסתברות שיש בזר פרח אחד לפחות שיש לו עלים גדולים ופרח אחד לפחות שיש לו עלים קטנים.

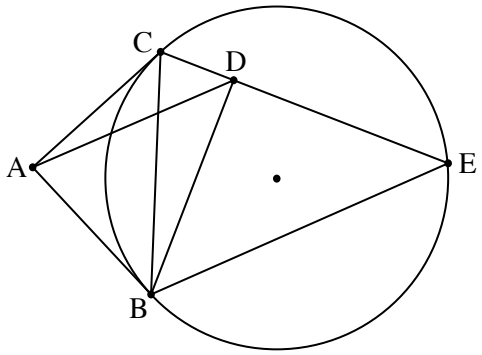
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. מנקודה A יוצאים שני ישרים, המשיקים למעגל בנקודות B ו־ C (ראה סרטוט).

נתון כי $\sphericalangle CAB = 90^o$.

BE ו־ CE הם מיתרים במעגל.

המעגל החוסם את המשולש ABC חותך את המיתר CE בנקודה D .



א. הוכח כי $BD = DE$.

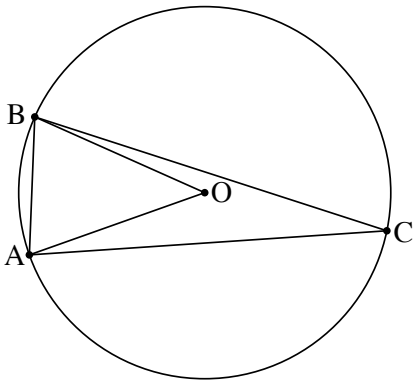
ב. הוכח כי $\Delta ADB \sim \Delta CEB$.

ג. הוכח כי $S_{\Delta CEB} = 2 \cdot S_{\Delta ADB}$.

5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

נתון כי $\sphericalangle BAC = 80^o$.

נסמן את הזווית AOB ב־ α , ואת הצלע AB ב־ k .



א. הוכח כי $\cos\alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$.

נתון כי $k = \frac{3}{4}R$.

ב. הבע באמצעות R (בלבד) את שטח המשולש ABC .

נסמן ב־ r את רדיוס המעגל החסום במשולש AOB .

ג. חשב את היחס $\frac{R}{r}$.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $f(k)=1$, $t<k$, t הוא פרמטר.

ג. קבע איזה מן הביטויים שלפניך גדול יותר. נמק את קביעתך.

$$\int_t^k f(x)\,dx \qquad \underline{\text{או}} \qquad \int_t^k (f(x))^2\,dx$$

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=-8$ ו־ $x=-1$.

7. נתונה הפונקציה: $f(x)=\cos(mx)+\cos(2x)$, המוגדרת לכל x . m הוא פרמטר השונה מאפס.

נתון כי בנקודה שבה $x=\frac{\pi}{4}$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -2 .

א. הוכח כי m הוא מספר שלם שמתחלק ב־ 4 ללא שארית.

הצב $m=4$ וענה על סעיפים ב–ד שלפניך.

ענה על סעיף ב בתחום: $0\le x\le\pi$.

ב. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ענה על סעיפים ג–ד בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

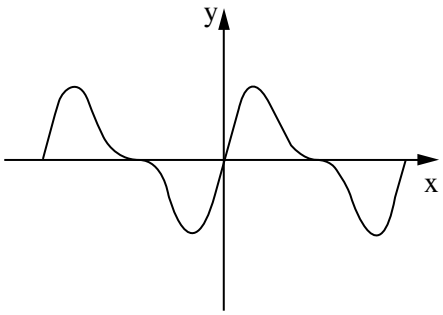
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. הסבר את שיקוליך.

נתונה פונקציה $k(x)$ המקיימת: $k'(x)=f(x)$, $k(0)=0$.

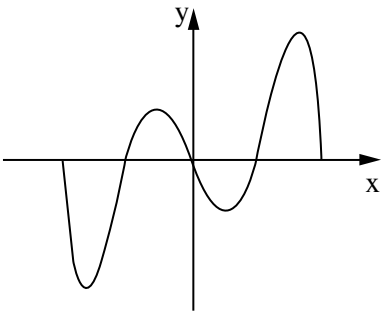
ד. אחד מן הגרפים א–ד שלפניך מתאר את הפונקציה $k(x)$.

היעזר בתשובתך על סעיף ג וקבע איזה מן הגרפים שלפניך מתאים לגרף הפונקציה $k(x)$. נמק את קביעתך.

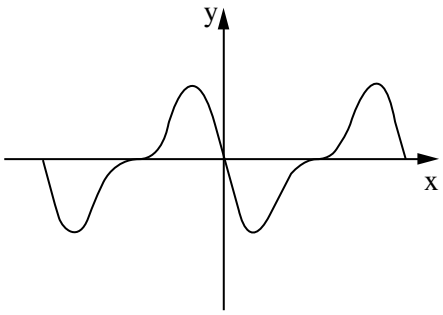
גרף א



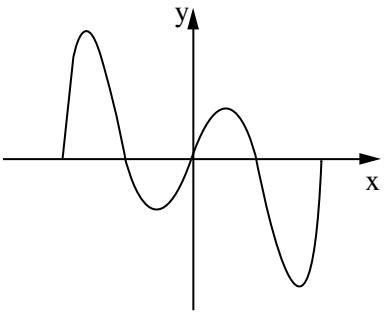
גרף ב



גרף ג



גרף ד



8. נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{x-1}{x-3}$, $g(x)=\frac{x-3}{x-1}$.

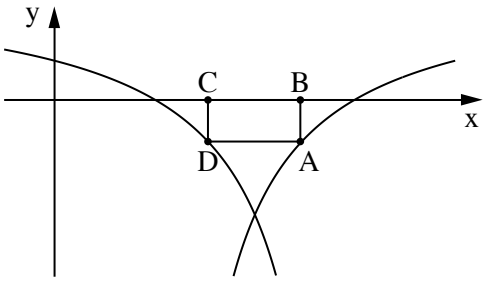
ענה על סעיף א בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בסרטוט שלפניך מתואר חלק מן הגרף של הפונקציה $f(x)$, חלק מן הגרף של הפונקציה $g(x)$, ומלבן החסום ביניהם ובין ציר ה־ x .

צלע BC של המלבן מונחת על ציר ה־ x , והצלע הנגדית, AD , מחברת בין נקודה על הגרף של $f(x)$ ובין נקודה על הגרף של $g(x)$, כמתואר בסרטוט.



נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .

ב. קבע מהו תחום הערכים האפשרי של t .

ג. **(1)** הבע באמצעות t את אורך הצלע AB .

(2) הוכח ששיעור ה־ x של הנקודה D הוא $4-t$.

(3) הבע באמצעות t את שטח המלבן $ABCD$.

ד. מצא את t שבעבורו שטח המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

בהצלחה!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2021 קיץ תוכנית חדשה + מועד מיוחד 571



1. פתרון מלא

א. (1.) הוכחה

(2.) הוכחה

ב. (1.) 1

(2.) הוכחה

ג. (1.) לא נכונה

(2.) $a=-2$

ד. $\frac{35}{792}$



2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $T=n\left(n+1\right)d$

ג. 67



3. פתרון מלא

א. 40%

ב. (1.) 35%

(2.) $\frac{8}{13}$

ג. 0.9748



4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. הוכחה



5. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $0.722R^2$

ג. $\frac{R}{r}=3.96$

2021 קיץ מועד מיוחד 571

6. פתרון מלא

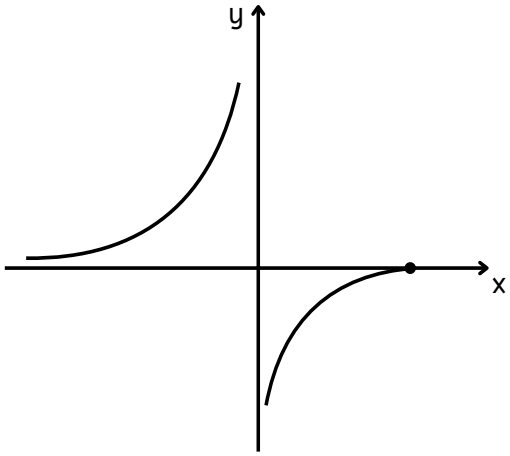
א. (1.) $x \neq 0\ ,\ x \leq \frac{1}{2}$

(2.) $\left(\frac{1}{2}\ ,\ 0\right)$

(3.) $(x \to -\infty)\ y = 0\ ,\ x = 0$

(4.) עלייה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < 0$, ירידה: אף x.

ב.



ג. $\int_t^k f(x)dx$ גדול יותר

ד. $\frac{35}{72}$

7. פתרון מלא

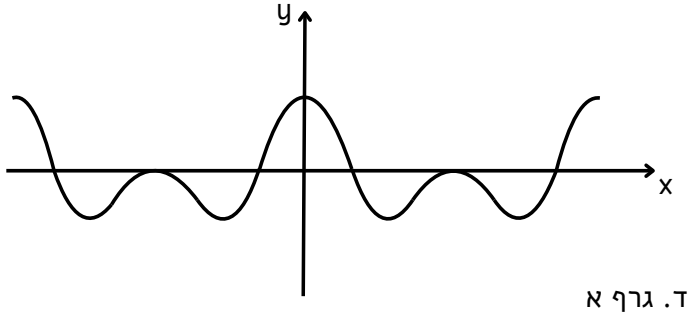
א. הובחה

ב. (1.) עם x : $\left(\frac{5\pi}{6}\ ,\ 0\right)\ ,\ \left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right)\ ,\ \left(\frac{\pi}{6}\ ,\ 0\right)$ עם y: $(0\ ,\ 2)$

(2.) $\left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right)\max\ ,\ (0.29\pi\ ,-1.12)\min\ ,\ (0\ ,\ 2)\max$

$(\pi\ ,\ 2)\max\ ,\ (0.71\pi\ ,\ -1.12)\min$

ג.



ד. גרף א

8. פתרון מלא

א. (1.) $x \neq 3\ :\ f(x)\ ,\ x \neq 1\ :\ g(x)$

(2.) $\left(0\ ,\ \frac{1}{3}\right),(1,0)\ :\ f(x)\ ,\ (0\ ,3),(3,0)\ :\ g(x)$

ב. $2 < t < 3$

ג. (1.) $\frac{3-t}{t-1}$

(2.) הובחה

(3.) $2 \cdot \frac{-t^2+5t-6}{t-1}$

ד. $t = 2.414$

מדינת ישראל סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים

משרד החינוך מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021, מועד **ב**

מספר השאלון: **035581, תוכנית ניסוי**

פתרון הבגרות

מ ת מ ט י ק ה

שאלות קצרות

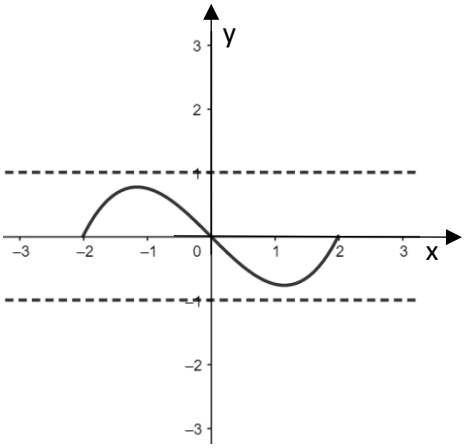
ענה על שלושה מארבעת הסעיפים.

א. בסרטוט שלפניך:

גרף של פונקציה אי-זוגית $f(x)$ בתחום $-2 \le x \le 2$

והישרים $y = 1$, $y = -1$.

קבע עבור כל אחת מן הטענות הבאות אם היא נכונה או לא. נמק.



(1) $\int_0^2 f(x)dx = 0.5\int_{-2}^2 f(x)dx$

(2) $\int_{-2}^0 f(x)dx > \int_0^2 \big(f(x)\big)^2 dx$

ב. נתונה טבלת הסתברויות ובה מידע חלקי:

	A	$\bar{A}$	סה"כ
B	$2a^2 - \frac{1}{8}$		$2a$
$\bar{B}$			
סה"כ	a		1

(1) האם המאורעות A ו- B תלויים זה בזה? נמק.

(2) נתון: $P(A \cap B) = 5P(\bar{A} \cap \bar{B})$. חשב את a.

ג. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{ax^2+10x-12}{2x^2-10x+12}$. a הוא פרמטר חיובי.

ציר ה- x והאסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים יוצרים מלבן ששטחו 2.

(1) מהו הערך של הפרמטר a ?

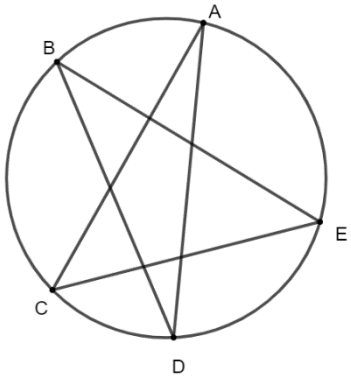
(2) נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x+3)$. מהו השטח של המלבן שנוצר על ידי ציר ה- x והאסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים? נמק.

ד. במעגל שמרכזו בנקודה O חסום כוכב.

הנקודות A, B, C, D, E הן קודקודי הכוכב (ראה סרטוט).

הוכח שסכום 5 הזוויות של קודקודי הכוכב: $\sphericalangle A+\sphericalangle B+\sphericalangle C+\sphericalangle D+\sphericalangle E$

הוא $180°$.



2. נתונה סדרה הנדסית אין־סופית a_n, שאיבריה ... , a_3 , a_2 , a_1, והמנה שלה q.

א. הבע באמצעות a_1 ו־q את ערכי הסכומים שלפניך.

(1) $A = a_2 + a_4 + a_6 + ... + a_{40}$.

(2) $B = a_4 + a_8 + a_{12} + ... + a_{40}$.

נתון כי a_n היא סדרה עולה וכי $\frac{A}{B} = \frac{10}{9}$.

ב. מצא את ערכו של q.

בונים מן הסדרה a_n הנתונה סדרה הנדסית אין־סופית b_n המקיימת לכל n טבעי: $b_n = 3 \cdot a_{n+1}$.

ג. מצא את המנה של הסדרה b_n.

בונים סדרה הנדסית אין־סופית חדשה: ... , $\frac{1}{b_4}$, $-\frac{1}{b_3}$, $\frac{1}{b_2}$, $-\frac{1}{b_1}$.

ד. הבע את הסכום של כל איברי הסדרה החדשה באמצעות a_1.

נתונה הסדרה: b_1 , a_1 , $\frac{1}{a_1}$.

ה. **(1)** האם ייתכן שסדרה זו חשבונית? נמק את תשובתך.

(2) האם ייתכן שסדרה זו הנדסית? נמק את תשובתך.

3. בתחרות ספורט שנערכת בבית ספר משתתפים תלמידים רבים. כל משתתף צריך להצליח לעבור 3 מכשולים בזה אחר זה לפי הסדר. משתתף שלא מצליח לעבור מכשול מודח מייד מן התחרות. ההסתברות להצליח לעבור מכשול שונה ממכשול למכשול, אך שווה לכל המשתתפים. משתתף שמצליח לעבור את כל שלושת המכשולים עולה לשלב חצי הגמר.
28% מן המשתתפים בתחרות הצליחו לעבור את שני המכשולים הראשונים. ההסתברות שמשתתף שמצליח לעבור את שני המכשולים הראשונים יודח מן התחרות גדולה פי 3 מן ההסתברות שהוא יעלה לשלב חצי הגמר.

א. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות יעלה לשלב חצי הגמר.

ההסתברות שמשתתף יצליח לעבור את המכשול הראשון ולא יעבור את המכשול השני היא 0.42.

ב. חשב את ההסתברות שמשתתף בתחרות לא יצליח לעבור את המכשול הראשון.

ג. בחרו באקראי שלושה משתתפים: עומר, גל וליאור. ידוע ששלושתם הצליחו לעבור את המכשול הראשון.

(1) חשב את ההסתברות שבדיוק שניים מהם יעלו לשלב חצי הגמר.

(2) חשב את ההסתברות שמבין השלושה, רק עומר וגל יעלו לשלב חצי הגמר.

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. שני מעגלים משיקים זה לזה מבפנים בנקודה P (ראה סרטוט).

מרכזי המעגלים הם הנקודות M ו־ N,

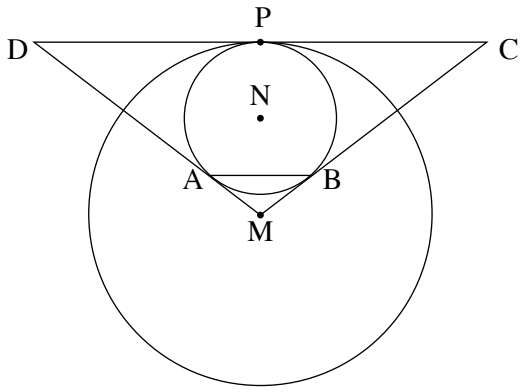
והרדיוסים שלהם הם R_1 ו־ R_2 בהתאמה, $R_2 < R_1$.

מעבירים משיק משותף לשני המעגלים דרך הנקודה P.

מן הנקודה M יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל שמרכזו N בנקודות A ו־ B.

ישרים אלה חותכים את המשיק המשותף לשני המעגלים

בנקודות C ו־ D, כמתואר בסרטוט.



א. הוכח כי $AB \perp MN$.

ב. הוכח כי $AB \parallel DC$.

ג. הוכח כי $NB \cdot MC = MN \cdot \frac{DC}{2}$.

נתון: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{3}$, $MN = 8$.

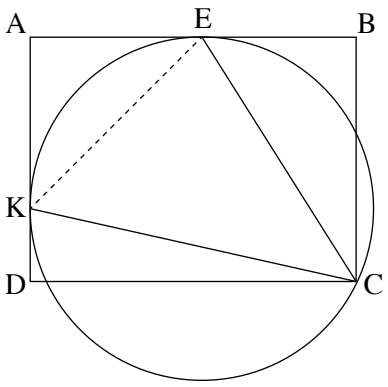
ד. **(1)** מצא את R_1 ואת R_2.

(2) מצא את DC.

5. המרובע $ABCD$ הוא מלבן ששתיים מצלעותיו, AB ו־ AD,

משיקות למעגל שרדיוסו R בנקודות E ו־ K בהתאמה (ראה סרטוט).

הנקודה C נמצאת על המעגל.



א. הוכח: $\sphericalangle KCE = 45^o$.

נתון: $\sphericalangle KCD = \alpha$, $0^o < \alpha < 45^o$.

ב. **(1)** הבע באמצעות α את הזוויות של המשולש KCE.

(2) הבע באמצעות R ו־ α את האורכים של צלעות המשולש KCE.

ג. הבע באמצעות α את היחס $\frac{EB}{AE}$.

נתון: $\frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ד. חשב את α.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x^2-a^2}}$, $a>0$ הוא פרמטר.

הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $(f(x))^2$ שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $(f(x))^2$, וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{(f(x))^2}$. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. הסתמך על הסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

הצֵב: $a=2$.

ו. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=3$ ו־ $x=4$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\cos^2(x)}{\sin(x)}+3$.

ענה על הסעיפים שלפניך בתחום $0\le x\le 2\pi$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

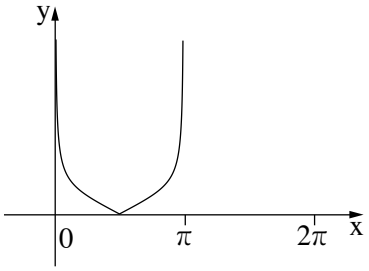
(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

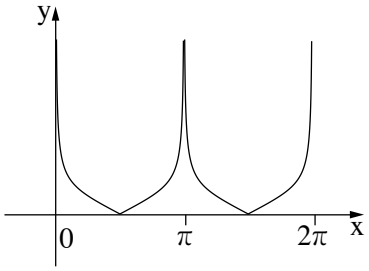
נתונות שתי פונקציות: $k(x)=f(x)-3$, $g(x)=\sqrt{f(x)-3}$.

ג. אחד מן הגרפים א–ד שלפניך מתאר את הפונקציה $k(x)$, ואחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $g(x)$.

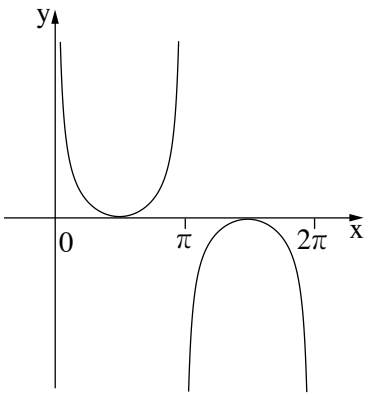
קבע איזה מן הגרפים מתאר כל אחת מן הפונקציות, ונמק את קביעותיך.



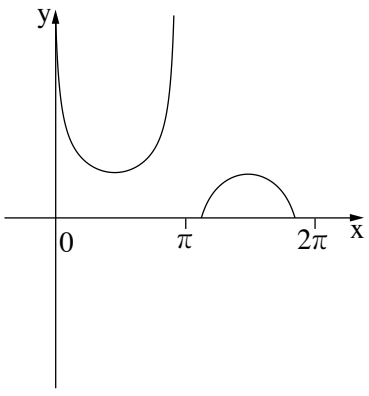
גרף א



גרף ב



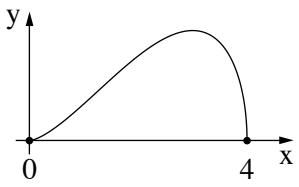
גרף ג



גרף ד

8. בסרטוט שלפניך מוצגת הפונקציה $f(x)=\sqrt{a\cdot x^4+b\cdot x^3}$.

נתון שתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $0\le x\le 4$.



א. **(1)** הוכח כי $b=-4\cdot a$.

(2) לפניך שתי טענות I–II . רק אחת מהן נכונה. קבע מהי הטענה הנכונה, ונמק את קביעתך.

I. $a>0\,,\,b<0$.

II. $a<0\,,\,b>0$.

הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $(f(x))^2$ המוגדרת גם היא בתחום $0\le x\le 4$. מנקודה P מעבירים ישר המאונך לציר ה־ x . M היא נקודת החיתוך של האנך עם ציר ה־ x , ו־ O היא ראשית הצירים.

ב. מהו שיעור ה־ x של הנקודה P שבעבורו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.

ג. בעבור שיעור ה־ x שמצאת בסעיף ב, בטא באמצעות a את השטח המקסימלי של המשולש PMO .

ד. אם ידוע כי שיעור ה־ x של הנקודה P נמצא בתחום שבו הפונקציה $(f(x))^2$ אינה יורדת, מהו שיעור ה־ x של הנקודה P שבעבורו שטח המשולש PMO הוא מקסימלי? נמק את תשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

2021 קיץ תוכנית חדשה + מועד ב 571

1. פתרון מלא

א. (1.) לא נכונה

(2.) נכונה

ב. (1.) תלויים זה בזה

(2.) $a=0.375$

ג. (1.) $a=4$

(2.) 2 יח"ר

ד. הוכחה

2. פתרון מלא

א. (1.) A $\dfrac{a_1q\left(q^{40}-1\right)}{q^2-1}$

(2.) B $\dfrac{a_1q^3\left(q^{40}-1\right)}{q^4-1}$

ב. $q=3$

ג. $q_{b_n}=3$

ד. $-\dfrac{1}{12a_1}$

ה. (1.) לא

(2.) כן

3. פתרון מלא

א. $P=0.07$

ב. $P=0.3$

ג. (1.) $P=0.027$

(2.) $P=0.009$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. הוכחה

ד. (1.) $R_1=14\ ,\ R_2=6$

(2.) $DC=12\sqrt{7}$

5. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) $\sphericalangle KCE=45^\circ\ ,\ \sphericalangle EKC=45^\circ+\alpha$
$\sphericalangle KEC=90^\circ-\alpha$

(2.) $CK=2R\cos(\alpha)\ ,\ CE=2R\sin(45^\circ+\alpha)$
$KE=\sqrt{2}R$

ג. $\dfrac{EB}{AE}=\cos(2\alpha)$

ד. 22.5°

2021 קיץ מועד ב 571

6. פתרון מלא

א. $a < x$ או $x < -a$

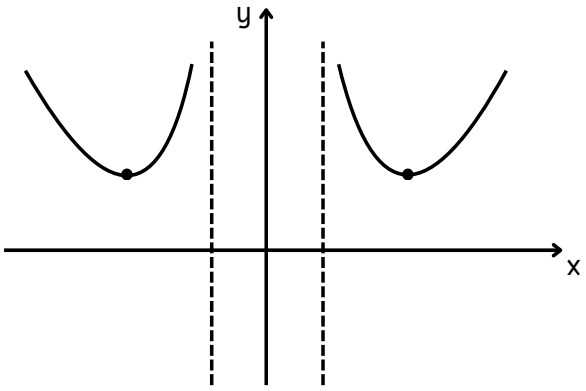
ב. הובחה

ג. (1.) אין

(2.) $x = -a\ ,\ x = a$

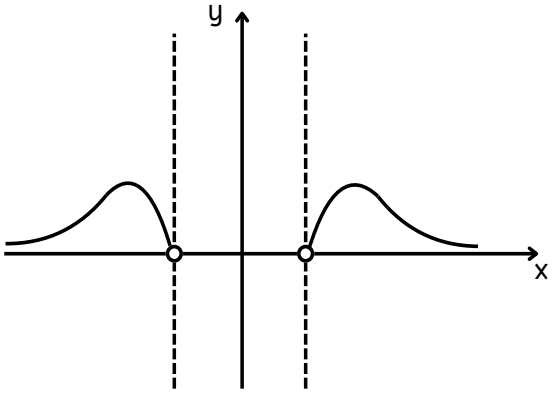
(3.) $\left(\sqrt{2}a\ ,\ 2a\right)\min\ ,\ \left(-\sqrt{2}a\ ,\ 2a\right)\min$

(4.)



ד. $\left(-\sqrt{2}a\ ,\ 4a^2\right)\min\ ,\ \left(\sqrt{2}a\ ,\ 4a^2\right)\min$

ה.



ו. $\frac{71}{1296}$ יח"ר

7. פתרון מלא

א. (1.) $x \neq \pi\ ,\ 0 < x < 2\pi$

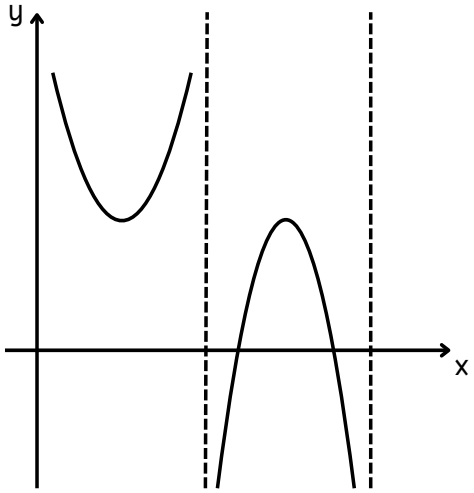
(2.) $x = 0\ ,\ x = \pi\ ,\ x = 2\pi$

(3.) עלייה: $\pi < x < 1.5\pi$ או $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

ירידה: $1.5\pi < x < 2\pi$ או $0 < x < \frac{\pi}{2}$

(4.) $\left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 3\right)\min\ ,\ \left(\frac{3\pi}{2}\ ,\ 3\right)\max$

ב.



ג. k(x) : גרף ג , g(x) : גרף א.

8. פתרון מלא

א. (1.) הובחה

(2.) II

ב. $x = 3.2$

ג. $-41.94a$

ד. $x = 3$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $5\times20=100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

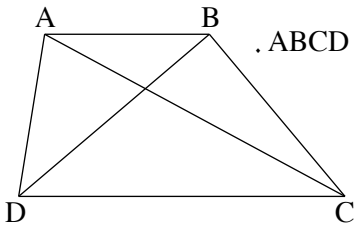
ענה על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענה על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניך. אם תענה על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות במחברתך.

א. לפניך טרפז $ABCD$ $(AB \parallel CD)$.

נתון: שטח המשולש ADC הוא 24 ושטח המשולש ADB הוא 12.



(1) חשב את היחס בין אורך הבסיס הגדול ובין אורך הבסיס הקטן של הטרפז $ABCD$.

(2) חשב את שטח הטרפז $ABCD$.

ב. **(1)** בעבור כל n טבעי, הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת את הטענה:

$$\left(1+\frac{1}{1}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)=n+1$$

(2) חשב את המכפלה:

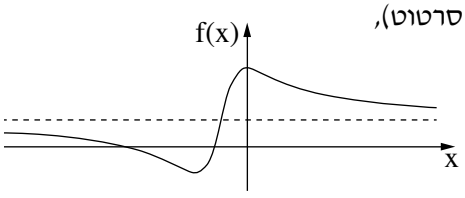
$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)$$

ג. בעבור כל אחת מן הטענות (1)–(2) שלפניך, קבע אם היא נכונה לכל x. נמק.

(1) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

(2) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

ד. לפניך הגרף של פונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x.



לפונקציה $f(x)$ אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y=1$ (ראה סרטוט),
ו־2 נקודות קיצון בדיוק:
נקודת מקסימום $(0\ ,\ 3)$
ונקודת מינימום $(-2\ ,\ -1)$.

נגדיר את הפונקציה $g(x)=f(-x)+1$. גם הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x.

(1) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$. נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

2. נתונה סדרה חשבונית A עולה שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \ldots$, והפרשה d.

מסמנים ב־ S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה A, לכל n טבעי.

מגדירים סדרה נוספת, B, שאיבריה הם $b_1, b_2, b_3, \ldots$. איברי הסדרה B מקיימים $b_n = S_{n+1} - S_n$,

לכל n טבעי.

א. **(1)** האם הסדרה B היא סדרה חשבונית? נמק.

(2) האם הסדרה B זהה לסדרה A ? נמק.

מסמנים ב־ T_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה B, לכל n טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי זוגי מתקיים:

$$T_n = \frac{(b_1 + b_2)(b_1 - b_2) + (b_3 + b_4)(b_3 - b_4) + \ldots + (b_{n-1} + b_n)(b_{n-1} - b_n)}{-d} .$$

נתון: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \ldots + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -95$

$T_5 = -20$

ג. חשב את b_1 ואת d (אפשר להיעזר בסעיף ב).

מחברים בזה אחר זה את איברי הסדרה A הנמצאים במקומות האי־זוגיים, החל באיבר הראשון.

ד. מהו המספר המינימלי של איברים שיש לחבר באופן זה כדי שהסכום שיתקבל יהיה מספר חיובי שלם? נמק.

3. בקופסה יש שלוש סוכריות בטעם תות ושתי סוכריות בטעם מנטה. ליאור מוציא באקראי סוכרייה מן הקופסה.

אם הסוכרייה היא בטעם מנטה – הוא מחזיר אותה לקופסה, ואם היא בטעם תות – הוא אוכל אותה מייד.

א. ליאור מוציא מן הקופסה שלוש סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה.

(1) חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק סוכרייה אחת.

(2) חשב את ההסתברות שליאור אכל את הסוכרייה השנייה שהוא הוציא, אם ידוע כי ליאור אכל בדיוק סוכרייה אחת.

ב. ליאור מוציא מן הקופסה n סוכריות בזו אחר זו באופן המתואר בתחילת השאלה.

הבע בעזרת n את ההסתברות שליאור יאכל סוכרייה אחת לפחות.

ג. ליאור קיבל שתי קופסאות סוכריות, כל אחת מהן זהה לקופסה המתוארת בתחילת השאלה.

ליאור מוציא שלוש סוכריות מכל אחת משתי הקופסאות, באופן המתואר בתחילת השאלה.

חשב את ההסתברות שליאור יאכל בדיוק שלוש סוכריות, שלושתן מאותה קופסה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

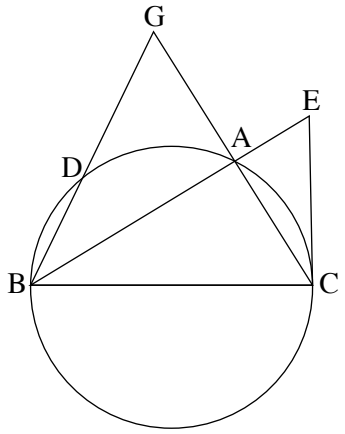
4. משולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R (ראה סרטוט).

הצלע BC היא קוטר במעגל.

AG הוא המשך הצלע CA.

הקטע GB חותך את המעגל בנקודה D.

נתון: $GA = AC$.



א. הוכח כי הישר AB חוצה את $\sphericalangle GBC$.

ב. הוכח כי $\triangle GBC \sim \triangle GAD$.

נתון כי $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$.

ג. הבע באמצעות R את אורך הצלע AC.

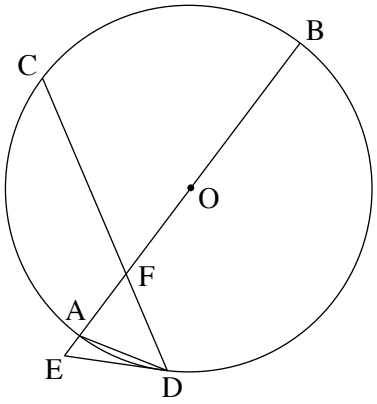
דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל שחותך את המשך הקטע BA בנקודה E.

ד. חשב פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש ABC.

5. AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ומרכזו O. המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה F.

המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך הקוטר AB בנקודה E (ראה סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle ADE = \alpha$.



א. הראה כי $\sphericalangle BAD = 90^o - \alpha$.

נתון כי $ED = FD$.

ב. הבע באמצעות α את גודל $\sphericalangle CDA$.

ג. הבע באמצעות R ו־ α את שטח המשולש AFD.

ד. **(1)** הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$.

(2) נתון כי $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}$.

מצא את α.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{(x^3-m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=(-1)$.

ב. מצא את הערך של m .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת, וענה על הסעיפים ג–ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=k\cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) דרך נקודת הקיצון השמאלית של $g(x)$ מעבירים אנך לציר ה־ x .

נתון כי השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x הוא 1 (השטח שמימין לאנך).

מצא את הערך של k .

7. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של <u>פונקציית הנגזרת</u> $f'(x)$.

(4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה־ x .

בתשובתך דייק שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

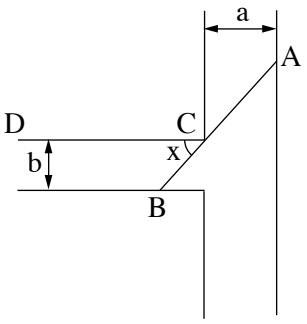
(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

ב. **(1)** מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. האם ייתכן שישר שמשוואתו $y = 4x + c$ (c פרמטר) ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

8. תעלת מים ראשית ברוחב קבוע a מחוברת בניצב לתעלה משנית ברוחב קבוע b .



הנקודה C היא נקודת המפגש בין דופן של התעלה הראשית

ובין דופן של התעלה המשנית (ראה סרטוט).

מהנדֶסת מתכננת סכר ישר, שיֵצא מן הנקודה A שבדופן התעלה הראשית,

יעבור דרך הנקודה C ויגיע עד הנקודה B שבדופן התעלה המשנית.

הסכר ייצוֹר זווית שגודלה x עם הדופן CD של התעלה המשנית, כמתואר בסרטוט.

א. הבע באמצעות a , b ו־ x את אורך הסכר AB .

נתון כי $a = 2b$.

ב. מצא את x שבעבורו אורך הסכר AB יהיה מינימלי.

ג. ידוע כי האורך המינימלי של הסכר הוא 8 . מצא את b .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

571 חורף תוכנית חדשה 2022

1. פתרון

א. (1.) $\frac{DC}{AB}=\frac{2}{1}$

(2.) $S=36$

ב. (1.) הוכחה

(2.) 5865

ג. (1.) נכונה

(2.) לא נכונה

ד. (1.) $y=2$

(2.) $(2,0)\min$, $(0,4)\max$

2. פתרון מלא

א. (1.) חשבונית

(2.) אינה זהה

ב. הוכחה

ג. $b_1=-5$, $d=0.5$

ד. 14

3. פתרון מלא

א. (1.) $P=0.366$

(2.) $P=\frac{20}{61}$

ב. $1-\left(\frac{2}{5}\right)^n$

ג. $P=\frac{8}{625}$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. $AC=\frac{R}{2}$

ד. $\frac{16}{15}$

5. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $\sphericalangle CDA=3\alpha$

ג. $R^2\tan(2\alpha)\cdot\sin(\alpha)\cdot\sin(3\alpha)$

ד. (1.) $\frac{\sin(3\alpha)}{\sin(\alpha)}$

(2.) $\alpha=15^\circ$

571 חורף תובנית חדשה 2022

6. פתרון מלא

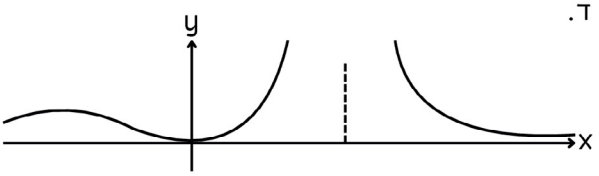
א. (1) $x \neq \sqrt[3]{m}$

(2) $(x \to \pm\infty)\ y = 0\ ,\ x = \sqrt[3]{m}$

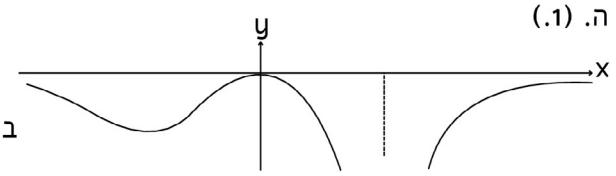
ב. $m = 2$

ג. $(0\ ,\ 0)\ \min\ ,\ \left(-1\ ,\ \frac{1}{9}\right)\ \max$

ד.



ה. (1)



(2) $k = -18$

7. פתרון מלא

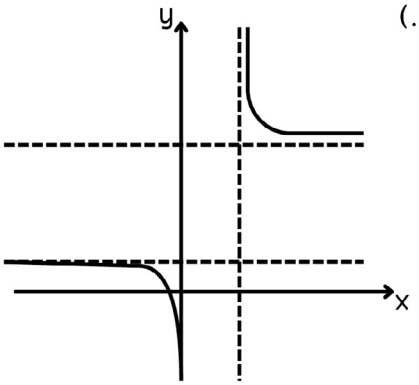
א. (1) $x \geq 2$ או $x \leq 0$

(2) $x > 2$ או $x < 0$

(3) $x = 0\ ,\ \ x = 2\ ,\ \ y = 5\,(+\infty)\ ,\ \ y = 1\,(-\infty)$

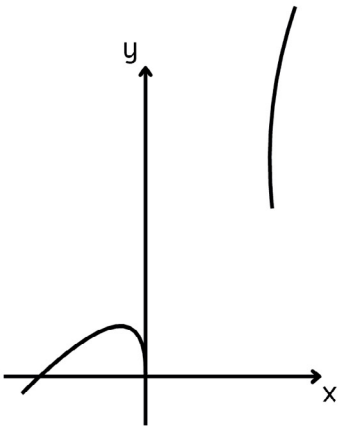
(4) $(-0.34\ ,\ 0)$

(5)



ב. (1) $(-0.34\ ,\ 0.764)\ \max\ ,\ (0\ ,\ 0)\ \min\ ,\ (2\ ,\ 6)\ \min$

(2)



ג. לא ייתכן.

8. פתרון מלא

א. $\dfrac{b}{\sin(x)} + \dfrac{a}{\cos(x)}$

ב. $x = 0.671\ \min$

ג. $b \approx 1.922$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **חורף נבצרים**, תשפ"ב 2022
מספר השאלון: 035571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — "שאלות קצרות", סדרות והסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך — $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

ח

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

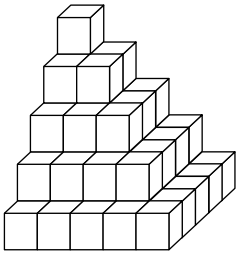
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענה על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניך. אם תענה על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

א. נתון מרובע $ABCD$ שבו גודלי הזוויות מהווים סדרה חשבונית עולה. איברי הסדרה הם a_1, a_2, a_3, a_4.
הוכח כי אם מתקיים $\sphericalangle A = a_1$, $\sphericalangle B = a_2$, $\sphericalangle C = a_4$, $\sphericalangle D = a_3$, אז אפשר לחסום את המרובע $ABCD$ במעגל.

ב. נתון מגדל קוביות ובו 5 קומות (ראה ציור).
הקומה התחתונה בנויה מ־ 25 קוביות המסודרות בצורת ריבוע.
הקומה שמעליה בנויה מ־ 16 קוביות המסודרות בצורת ריבוע.
וכך הלאה עד לקומה העליונה שבה יש קובייה אחת.



(1) כמה קוביות סך הכול דרושות כדי לבנות באותו אופן מגדל שבו 7 קומות?

(2) נתון מגדל ובו 10 קומות הבנוי באותו אופן שבו בנוי המגדל המתואר בתחילת סעיף ב.
כמה קוביות צריך להוסיף למגדל זה, כדי שיהיו בו 100 קומות הבנויות באותו אופן? פרט את חישוביך.
תוכל להיעזר בנוסחה (לכל n טבעי): $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$.

ג. נתונה הפונקציה $f(x) = [\cos(x-\pi) + \cos(\pi - x)]^2 + 4(\sin(-x))^2 - 5$ המוגדרת לכל x.
האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה־ x? נמק את תשובתך.

(שים לב: סעיף ד של השאלה בעמוד הבא.)

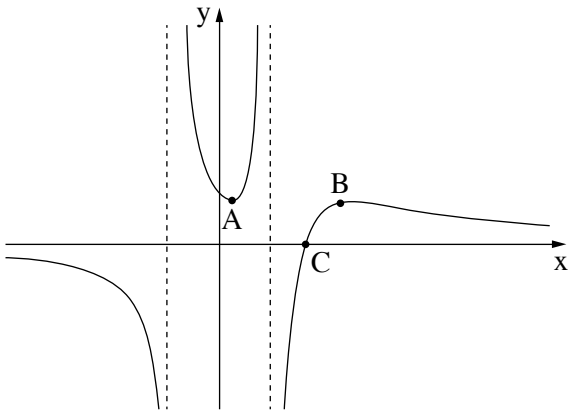
ד. הגרף שלפניך מתאר את הפונקציה $g(x)$ שתחום ההגדרה שלה הוא $x \neq -1, x \neq 1$.

הישרים $y = 0, x = 1, x = -1$ הם אסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$.

הנקודה $A(0.3, 1)$ היא נקודת המינימום היחידה של הפונקציה $g(x)$, הנקודה $B(3,1)$ היא נקודת המקסימום היחידה של הפונקציה $g(x)$, והנקודה $C(2,0)$ היא נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $\frac{1}{g(x)}$.

(2) בכמה נקודות נפגשים הגרף של $g(x)$ והגרף של $\frac{1}{g(x)}$? נמק את תשובתך.



2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם $a_1 , a_2 , a_3 , \ldots$ ומנתה היא q. כל איברי הסדרה A שונים מאפס.

א. האם הסדרה $\frac{1}{a_1} , \frac{1}{a_2} , \frac{1}{a_3} , \ldots$ היא סדרה הנדסית? הוכח את תשובתך.

ב. **(1)** מסמנים ב־S_n את הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה A (n טבעי).

הוכח כי לכל n מתקיים: $\frac{S_n}{a_1 \cdot a_n} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n}$

(2) נתון: $a_1 = 1 , q = 3$.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה A גדול פי 6561 מן הסכום: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n}$.

מצא את n.

הסדרה B מתקבלת מן הסדרה A על ידי הפיכת הסימנים של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A.

איברי הסדרה B הם $b_1 , b_2 , b_3 , \ldots$.

נסמן ב־T_m את הסכום של m האיברים הראשונים של הסדרה B. נתון כי m הוא מספר טבעי אי־זוגי.

ג. נתונה נוסחה: $\frac{T_m}{b_1 \cdot b_m} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \ldots + \frac{1}{a_m}$

קבע אם הנוסחה הנתונה נכונה. הוכח את תשובתך.

3. כדי להתקבל ללימודים במכללה מסוימת יש לעבור מבחן קבלה.

כל השאלות במבחן הן מתוך מאגר שיש בו n שאלות שונות. לנבחנים יש גישה למאגר והם יכולים להתכונן למבחן באמצעותו. ביום הבחינה, כל נבחן מוציא באקראי מתוך קופסה מלאה בפתקים שלושה פתקים בזה אחר זה, ללא החזרה. בכל אחד מן הפתקים כתובה שאלה אחת מתוך מאגר השאלות. מספר הפתקים שבקופסה שווה למספר השאלות שבמאגר, ובכל פתק כתובה שאלה אחרת. לאחר שהוציא הנבחן שלושה פתקים מן הקופסה וקרא את שלוש השאלות, הוא מחזיר את שלושת הפתקים לקופסה.

הנבחן יתקבל למכללה אם הוא יענה נכון על שתי שאלות לפחות מתוך שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא.

נתנאל התכונן למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון רק על 20 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ידוע כי ההסתברות של נתנאל לענות נכון על שאלה אחת לפחות מבין שתי השאלות שבשני הפתקים הראשונים שהוא הוציא היא $\frac{34}{69}$.

א. **(1)** מצא את n.

(2) מהי ההסתברות שנתנאל יתקבל למכללה?

ב. אם ידוע כי נתנאל התקבל למכללה, מהי ההסתברות שהוא לא ענה נכון על השאלה שבפתק הראשון שהוא הוציא?

רמי התכונן גם הוא למבחן באמצעות מאגר השאלות. הוא ידע לענות נכון על 40 שאלות מתוך n השאלות שבמאגר. על שאר השאלות הוא לא ידע לענות נכון.

ג. האם ההסתברות שרמי יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי גדולה פי 2 מן ההסתברות שנתנאל יענה נכון על כל שלוש השאלות שבפתקים שהוא הוציא באקראי? נמק את תשובתך.

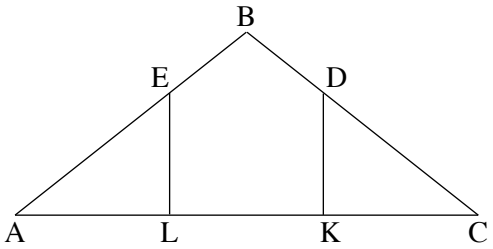
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. בציור שלפניך מתואר משולש שווה־שוקיים ABC , $BA = BC$.

מנקודה D הנמצאת על השוק BC הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה K .

מנקודה E הנמצאת על השוק BA הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L .

נתון: $AL = LK = KC$.



א. חשב את $\frac{BD}{DC}$.

הקטעים DL ו־ EK נפגשים בנקודה G .

ב. הוכח כי המרובע $BDGE$ הוא דלתון.

נתון: $AC = 45$.

היקף המרובע $EDKL$ הוא 54 .

ג. חשב את אורך הקטע BG .

ד. האם קיימת נקודה F שנמצאת על הישר BG שעבורה המרובע $BDFE$ הוא בר־חסימה במעגל?

נמק את תשובתך.

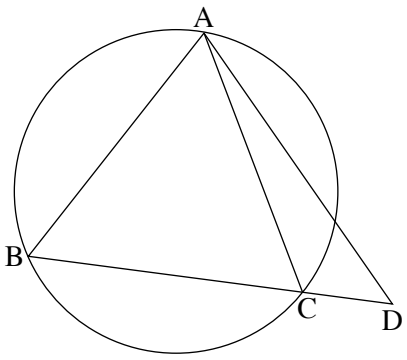
5. בציור שלפניך מתואר משולש שווה־שוקיים ABC , $AB = AC$,

שחסום במעגל שרדיוסו R .

האריכו את הבסיס BC עד לנקודה D והעבירו ישר מנקודה D

לנקודה A .

נתון: $\sphericalangle CAD = \alpha$, $\sphericalangle BAC = 2\alpha$.



א. הוכח כי רדיוס המעגל החוסם את משולש ABD

שווה לרדיוס המעגל החוסם את משולש ACD .

ב. הבע את שטח משולש ACD באמצעות R ו־ α .

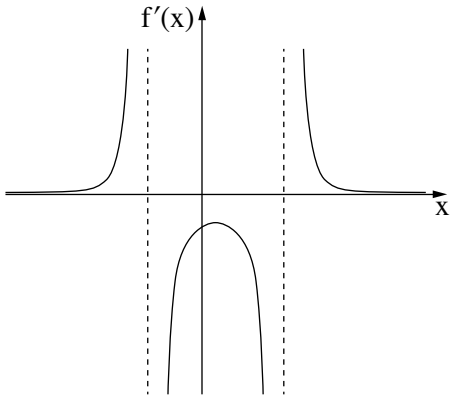
נסמן ב־ m את היחס בין שטח המשולש ACD לבין שטח המשולש ABC .

ג. **(1)** האם ייתכן כי $m = 0.5$? נמק את תשובתך.

(2) נתון כי $m = 0.6$. מצא את גודלי זוויות המשולש ABC .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x<b\ ,\ b<x<c\ ,\ c<x$ וגזירה בכל תחום הגדרתה.



בסרטוט שלפניך מתואר הגרף של <u>פונקציית הנגזרת</u> $f'(x)$.

לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד

ושלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים: $x=c\ ,\ x=b\ ,\ y=0$.

שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ הוא a.

a,b ו־ c הם פרמטרים.

א. הבע את תשובותיך באמצעות a,b ו־ c, אם יש צורך.

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $(\cup)$ ואת תחומי הקעירות כלפי מטה $(\cap)$ של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(a,0)$.

ב. סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון גם כי $f(x)=\dfrac{18-36x}{(x^2-x-6)^2}$.

ג. מצא את a,b ו־ c.

ד. (1) הראה כי בתחום $b<x<c$ מתקיים: $f'(x)\cdot(f(x))^2\le 0$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)\cdot(f(x))^2$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=0$ ו־ $x=2a$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=\tan(x)+\frac{1}{x}$.

ענה על הסעיפים א–ב בעבור התחום $0\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ x.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד ששיעוריה $(2.798\,,0)$ בקירוב.

ב. מצא את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה $g(x)=\frac{\cos(x)}{x}$, המוגדרת לכל $x\neq 0$.

ג. האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי־זוגית, או לא זוגית ולא אי־זוגית? הוכח את תשובתך.

ד. **(1)** הראה כי בתחום $0\le x\le\frac{3\pi}{2}$ שיעור ה־ x של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ שווה לשיעור ה־ x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x, וקבע את סוגה של נקודת קיצון זו.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

8. חותכים חוט שאורכו k לשני חלקים.

מחֵלק אחד של החוט יוצרים משולש שווה־צלעות ומן החלק האחר יוצרים מעגל.

נסמן ב־ x את אורך צלע המשולש.

א. הבע באמצעות k את תחום ההגדרה של x.

ב. הבע באמצעות k את אורך צלע המשולש, שעבורו סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי.

ג. הראה כי כאשר סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי, אי אפשר לחסום את המשולש שהתקבל בַּמעגל שהתקבל.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2022 חורף נבצרים 571

1. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) 140 קוביות.

(2.) 337,965 קוביות.

ג. אין נקודות חיתוך.

ד. (1.) $x \neq 2\ ,\ x \neq 1\ ,\ x \neq -1$

(2.) 4 נקודות.

2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) הוכחה

(2.) $n = 9$

ג. נבונה

3. פתרון מלא

א. (1.) $n = 70$

(2.) $P = \frac{76}{391}$

ב. $P = \frac{25}{84}$

ג. אינה גדולה פי 2

4. פתרון מלא

א. $\frac{1}{2}$

ב. הוכחה

ג. $BG = 12$

ד. הוכחה

5. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $S_{\Delta ACD} = R^2 \tan 2\alpha \cdot \cos^2 \alpha$

ג. (1.) לא ייתכן.

(2.) $\sphericalangle B = \sphericalangle ACB = 73.22^\circ\ ,\ \sphericalangle BAC = 33.56^\circ$

2022 חורף נבצרים 571

6. פתרון מלא

א. (1) $f(x)$ עלייה: $x > c$ או $x < b$

ירידה: $b < x < c$

(2) קעירות כלפי מטה $(\cap)$: $x > c$

או

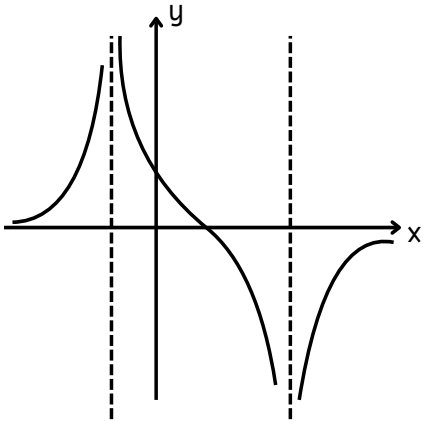
$a < x < c$

קעירות כלפי מעלה $(\cup)$: $b < x < a$

או

$x < b$

ב.



ג. $c = 3\ ,\ b = -2\ ,\ a = 0.5$

ד. (1) הובחה

(2) $S = \frac{1}{12}$

7. פתרון מלא

א. (1) $0 < x < \frac{3\pi}{2}\ ,\ x \neq \frac{\pi}{2}$

(2) $x = 0\ ,\ x = \frac{\pi}{2}\ ,\ x = \frac{3\pi}{2}$

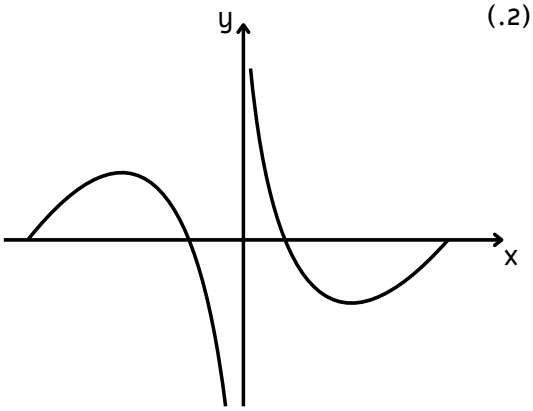
ב. חיובית: $2.798 < x < \frac{3\pi}{2}$ או $0 < x < \frac{\pi}{2}$

שלילית: $\frac{\pi}{2} < x < 2.798$

ג. אי-זוגית

ד. (1) $x = 2.798$

(2)



8. פתרון מלא

א. $0 < x < \frac{k}{3}$

ב. $x = \frac{3k}{\sqrt{3} \cdot \pi + 9} \approx 0.208k$

ג. הובחה

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: 035571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיקו את השאלה; סמנו את מספרה בלבד.
(2) התחילו כל שאלה בעמוד חדש. רִשמו במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

ט

השאלות

שימו לב: הַסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות במחברת.

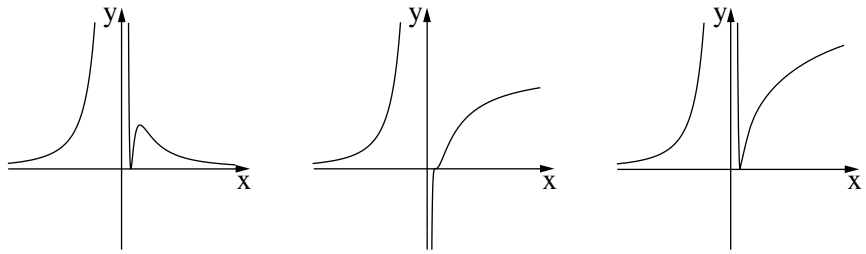
א. **(1)** בעבור כל n טבעי, הוכיחו באינדוקצייה או בדרך אחרת כי הביטוי $4^n - 1$ מתחלק ב־ 3 ללא שארית.

(2) נתון: p הוא מספר שלם.

כתבו דוגמה לערך של p שבעבורו הביטוי $4^{n+1} + p$ מתחלק ב־ 12 ללא שארית, לכל n טבעי.

ב. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \left(2 - \frac{1}{x}\right)^3$.

(1) אחד מן הגרפים א–ג מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קִבעו איזה מהם ונמקו בקצרה.

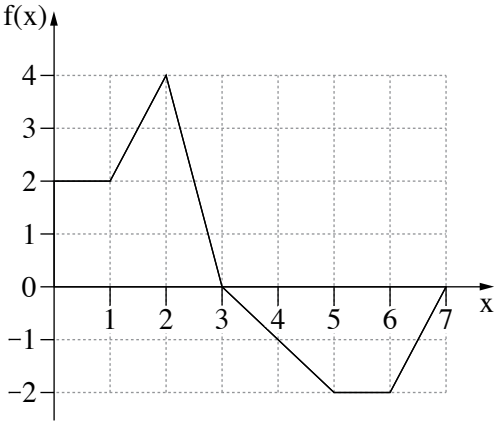


א ב ג

(2) קִבעו כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$. נמקו את התשובה.

(שימו לב: סעיפים ג ו־ ד בעמוד הבא.)

ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת בתחום $0 \le x \le 7$,



ונתונה הפונקצייה $h(t) = \int_0^t f(x)\,dx$ בתחום זה.

(1) חַשבו את הערכים של $h(0)$, $h(3)$, $h(5)$.

(2) קִבעו באיזה תחום $h(t)$ יורדת.

נמקו את התשובה.

ד. משולש ABC שווה שוקיים $(AB = AC)$ חסום במעגל (ראו סרטוט).

נסמן את זווית הראש של המשולש ב־ 2α .

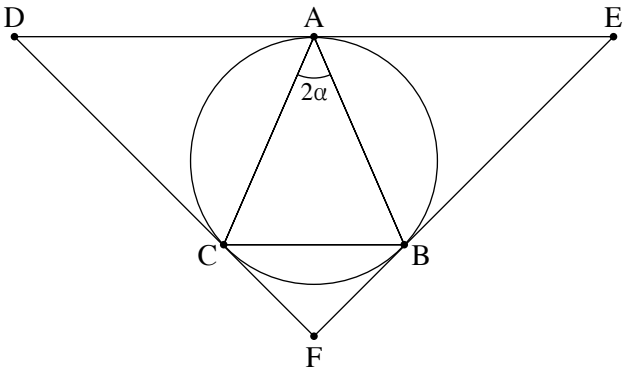
דרך כל אחד מקודקודי המשולש

מעבירים משיק למעגל.

המשיקים נפגשים בנקודות D , E ו־ F ,

כמתואר בסרטוט.

הביעו באמצעות α את זוויות המשולש DEF .



2. סדרה I היא סדרה הנדסית אין־סופית שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ומנתה היא $9 \cdot r^2$.

נתון: $0 < r < \frac{1}{3}$.

בין כל שני איברים בסדרה I הִכניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם $b_1, b_2, b_3, \ldots$ ומנתה היא q.

א. **(1)** הַביעו את q באמצעות r.

(2) הַסבירו מדוע שתי הסדרות I ו־II מתכנסות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי $\frac{4}{3}$ מסכום סדרה I.

ב. חשבו את q.

נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 12.

ג. מִצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב־5 $(b_5, b_{10}, b_{15}, \ldots)$.

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה.

ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחריו אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

3. נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תֵיקו והפסד.

ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק.

נסמן ב־p את ההסתברות שנטע <u>תפסיד</u> במשחק $(p > 0)$.

בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו.

נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא $4.5p$.

א. מִצאו את הערך של p.

נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה.

ב. מִצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב־3 משחקים לפחות.

ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

ד. **(1)** מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק.

(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים וקיבלה תוצאת תיקו במשחק האחרון?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O.

מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים:

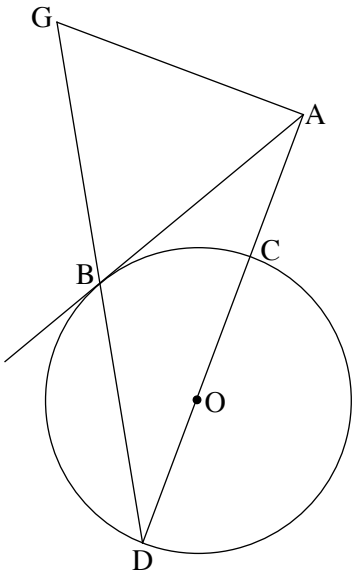
הישר AB משיק למעגל בנקודה B,

הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו־ D,

והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט).

הנקודות B, D ו־ G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\sphericalangle ADB = \alpha$.



א. הַביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α.

ב. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$.

נתון: $AC = \frac{1}{2}DC$, $AG = 8$.

ג. חַשבו את R.

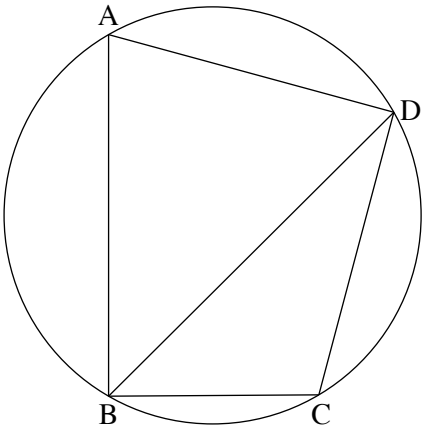
נסמן ב־ S את שטח המשולש BDC.

ד. **(1)** הוכיחו: $\Delta ADG \sim \Delta BDC$.

(2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.

5. מרובע $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle DAB = \alpha$, α היא זווית חדה.



א. הַביעו את אורך האלכסון BD באמצעות α ו־ R.

נתון: $BC = R$, $CD = R\sqrt{2}$.

ב. חַשבו את α.

נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

נסמן ב־ h_1 את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD,

וב־ h_2 את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD.

ד. חשבו את $\frac{h_1}{h_2}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=2x+\frac{2}{x}$.

א. **(1)** מִצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? הוכיחו את התשובה.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

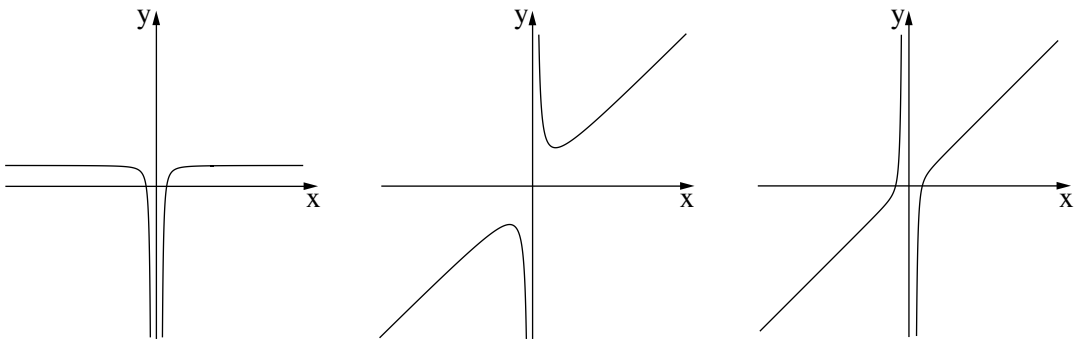
נתונות שתי פונקציות: $f'(x)$ ו־ $g(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$, ו־ $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x)\cdot f'(x)$.

הפונקציות $f'(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

ב. כל אחד מן הגרפים I–III שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $g(x)$.

לכל אחת מן הפונקציות כִּתבו איזה גרף מתאר אותה. נַמקו את התשובה.



גרף I **גרף II** **גרף III**

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

ד. חַשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=\frac{1}{4}$ ו־ $x=4$.

ה. נתון: $a>1$ הוא פרמטר. חשבו את $\int_{\frac{1}{a}}^{a} g(x)\,dx$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=\int_{1}^{x} f'(t)\,dt$. נתון כי הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת בתחום $x\geq 1$.

ו. מִצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקִבעו את סוגה.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2(\cos x)^2+\sin 2x}{2\cos x}$ בתחום $0\le x\le 2\pi$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) הסבירו מדוע לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה־ x.

(3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. **(1)** הַראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ מתקיים: $f'(x)=\cos x-\sin x$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקִבעו את סוגן.

ג. **(1)** סַרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) k הוא מספר. מְצאו את כל ערכי k שבעבורם יש למשוואה $f(x)=k$ פתרון יחיד (בתחום $0\le x\le 2\pi$).

ד. חַשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי שני הישרים $x=\frac{3}{4}\pi$ ו־ $x=\frac{5}{4}\pi$.

8. נתונות שתי פונקציות: $f(x)=x^3$, $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מְצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה־ x.

נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה־ x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A. t הוא פרמטר.

ב. הַביעו באמצעות t את אורך הקטע AB.

ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB.

ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נַמקו את התשובה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2022 קיץ מועד א תוכנית חדשה 571

1. פתרון מלא

א. (1.) הוכחה

(2.) $p=8$

ב. (1.) גרף ג

(2.) 2 נק'

ג. (1.) $h(0)=0\ ,\ h(3)=7\ ,\ h(5)=5$

(2.) ירידה: $3<x<7$

ד. $\sphericalangle E=\sphericalangle D=2\alpha\ ,\ \sphericalangle F=180^\circ-4a$

2. פתרון מלא

א. (1.) $q=3r$

(2.) הוכחה

ב. $q=\frac{1}{3}$

ג. $S_{II}=\frac{48}{121}$

ד. 2

ה. הוכחה

3. פתרון מלא

א. $P=\frac{1}{6}$

ב. $P=0.5$

ג. $P=0.125$

ד. (1.) $P=\frac{3125}{7776}$

(2.) $P=\frac{54}{4651}$

4. פתרון מלא

א. $\sphericalangle GAB=2\alpha$

ב. הוכחה

ג. $R=\frac{8}{\sqrt{3}}$

ד. (1.) הוכחה

(2.) $S_{\Delta ADG}=3S$

5. פתרון מלא

א. $BD=2R\sin(\alpha)$

ב. $a=75^\circ$

ג. $\sphericalangle ABD=45^\circ$

ד. $\frac{h_1}{h_2}=3+\sqrt{3}$

2022 קיץ מועד א תובנית חדשה 571

6. פתרון מלא

א. (1) $x \neq 0$

(2) אי זוגית

(3) עלייה: $x > 1$ או $x < -1$

ירידה: $0 < x < 1$ או $-1 < x < 0$

ב. $f'(x):\ III\ ,\ f(x):\ II\ ,\ g(x):\ I$

ג. $x:\ (-1,0)\ ,\ (1,\ 0)$

ד. $S = 56.25$

ה. $\int_{\frac{1}{a}}^{a}[g(x)dx]dx = 0$

ו. $(1,0)\min$

7. פתרון מלא

א. (1) $0 \leq x \leq 2\pi\ ,\ x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

(2) הסבר

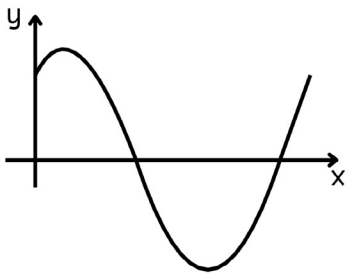
(3) $(0\ ,\ 1)\ \left(\frac{3\pi}{4}\ ,\ 0\right)\ \left(\frac{7\pi}{4}\ ,\ 0\right)$

ב. (1) הסבר

(2) $\left(\frac{5\pi}{4}\ ,\ -\sqrt{2}\right)\min\ ,\ (2\pi\ ,\ 1)\max$

$(0\ ,1)\min\ ,\ \left(\frac{\pi}{4}\ ,\ \sqrt{2}\right)\max$

ג. (1)



(2) $k = \sqrt{2}\ ,\ \ k = -\sqrt{2}\ ,\ \ k = -1$

ד. $\sqrt{2}$

8. פתרון מלא

א. (1) $g(x):\ x \geq 0$ בל $f(x):\ x$

(2) $(0\ ,\ 0)\ ,\ (1\ ,\ 1)$

ב. $AB = t - t^2$

ג. $S_{\Delta OAB}{}_{\max} = \frac{128}{3125}$

ד. $S_{\Delta OAB}{}_{\max} \neq AB_{\max}$

ה. לא נכון

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, **מועד ב**
מספר השאלון: 035571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

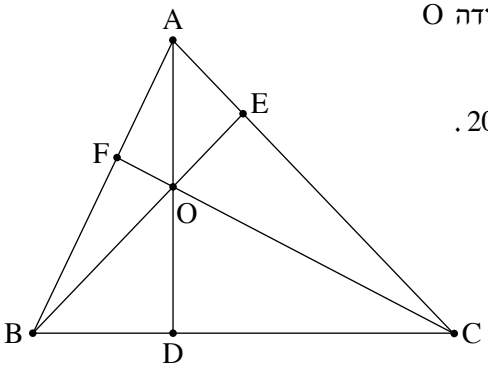
פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות במחברת.

א. הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי בעבור כל n טבעי מתקיים:

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}$$

ב. במשולש חד זוויות ABC, הגבהים AD, BE, CF נפגשים בנקודה O (ראו סרטוט).



נתון כי סכום המרחקים של הנקודה O מקודקודי המשולש הוא 20.

(1) הוכיחו שאפשר לחסום במעגל כל אחד מן המרובעים $AEOF$, $BDOF$, $CDOE$.

(2) מהו סכום ההיקפים של המעגלים החוסמים את המרובעים $AEOF$, $BDOF$, $CDOE$?

ג. נתונה הפונקציה $f(x)=3+\frac{x}{\sqrt{x^2-25}}$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) ידוע כי האסימפטוטות של גרף הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים, חותכות זו את זו.
חשבו את השטח הכלוא בין האסימפטוטות. נמקו את התשובה.

(שימו לב: המשך השאלה בעמוד הבא.)

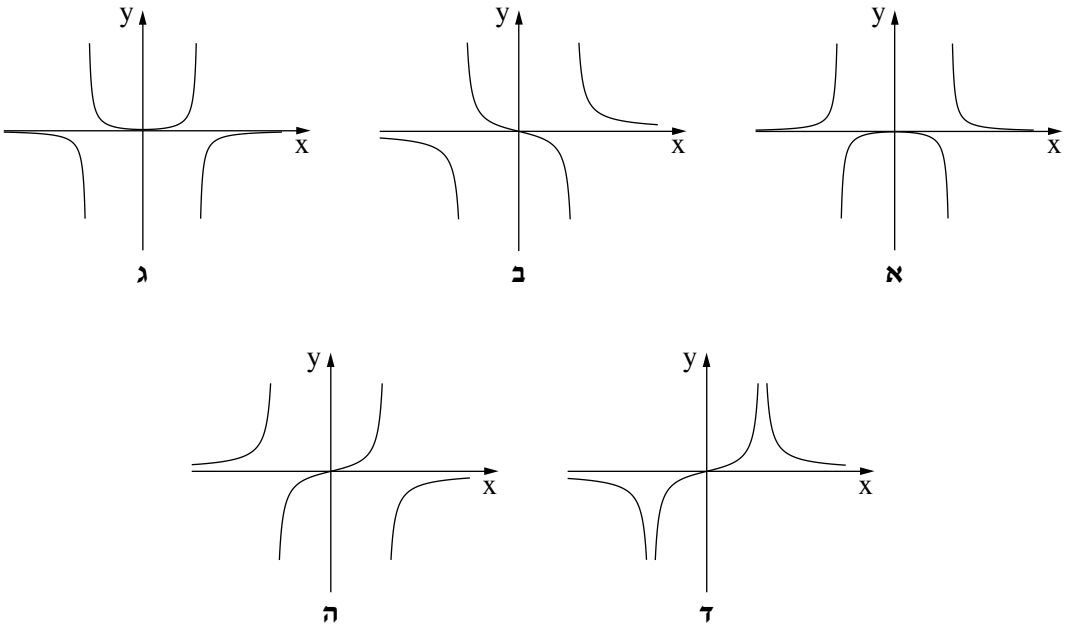
ד. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a\cdot x}{x^2-4}$, המוגדרת עבור $x\neq 2$ ו־ $x\neq -2$. $a\neq 0$ הוא פרמטר.

אחד מן הגרפים א–ה שלפניכם מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a>0$,

ואחד מהם מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a<0$.

(1) איזה מן הגרפים מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a>0$? נמקו את התשובה בקצרה.

(2) איזה מן הגרפים מתאים לפונקציה $f(x)$ בעבור $a<0$? נמקו את התשובה בקצרה.



2. נתונה סדרה הנדסית אין־סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q.

א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.

בעבור $2k$ האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה $10,935 \cdot a_1$.

נתון: $a_{2k-2} = 1,215$.

ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).

נתון: $a_1 = 5$.

ג. **(1)** קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.

(2) מצאו את k.

מן הסדרה A בונים את הסדרה האין־סופית B באופן הזה: $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \ldots$.

ד. הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.

בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האי־זוגיים

כך שמתקבלת הסדרה C שלפניכם: $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \ldots$.

ה. מצאו את סכום הסדרה C.

3. בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר.

בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.

בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה,

ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי $2\frac{2}{3}$ ממספר המבוגרים ששולטים בה.

נסמן ב־ p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבֵּין כלל המשתתפים בסקר.

א. מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.

ב. בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית.

ג. **(1)** הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.

(2) הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור p הוא $0 < p < \frac{1}{12}$.

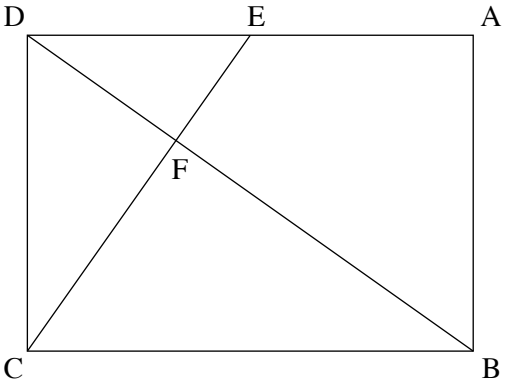
ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.

ד. מצאו את הערך של p.

ה. האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. במלבן $ABCD$, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.
הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.
המרובע $EABF$ הוא בר חסימה במעגל.



א. הוכיחו: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב־ S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו־ BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

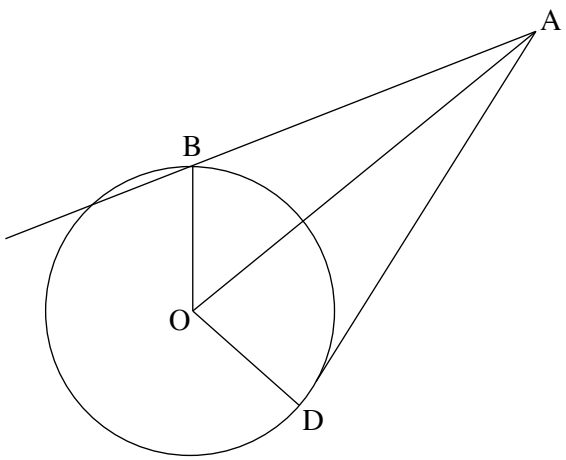
נסמן: $DE = a$.

ה. **(1)** הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע $EABF$ באמצעות a.

5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.
מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D
וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\sphericalangle AOD = \alpha$, $\sphericalangle AOB = \beta$.



א. הביעו באמצעות α, β ו־ R, אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO.

(2) אורך הקטע AB.

נתון: $AB = \sqrt{2}\,R$.

ב. הוכיחו כי $\cos\beta = \frac{\sin^2\alpha}{2\cos\alpha}$.

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.

ג. מצאו את גודלי הזוויות α ו־ β.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x^2-9}{\sqrt{x+a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. **(1)** מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $g(x)=-f(x+2)$, $h(x)=|f(x)|$.

ג. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה־ y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה־ y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי $\int_{-1}^{3}h(x)dx=\int_{-3}^{k}g(x)dx$, $k>-3$.

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\sin^2(x)-\cos^2(x)-1$, המוגדרת לכל x.

א. האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית? נמקו.

ב. הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2\le f(x)\le 0$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(2x)$, המוגדרת לכל x.

ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$, וקבעו את סוגן.

ו. נתון כי $\int_0^{\frac{\pi}{8}}(g'(x)-f'(x))dx=S$.

הביעו באמצעות S את $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{0}(g'(x)-f'(x))dx$. הסבירו את התשובה.

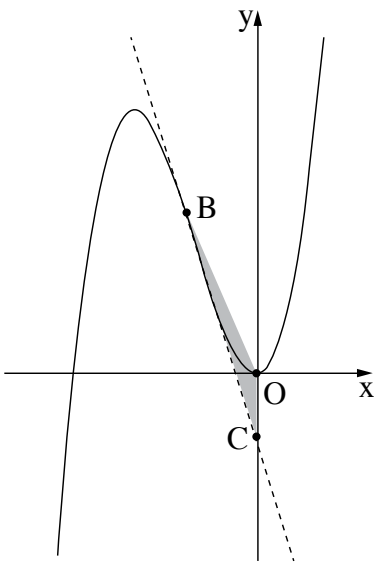
8. נתונה הפונקצייה $f(x)=x^3+4x^2$, המוגדרת לכל x.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני (ראו סרטוט).

מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

המשיק חותך את ציר ה־y בנקודה C.

נסמן ב־t את שיעור ה־x של הנקודה B.



א. הביעו באמצעות t את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה B.

ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה־x.

ב. מהו תחום הערכים של t?

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2022 קיץ מועד ב תוכנית חדשה 571

1. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) הוכחה

(2.) 20π

ג. (1.) $x>5$ או $x<-5$

(2.) $S=20$

ד. (1.) גרף ב

(2.) גרף ה

2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $q=3$ או $q=-3$

ג. (1.) A סדרה עולה

(2.) $k=4$

ד. הוכחה

ה. $S=\left(-\frac{3}{20}\right)=(-0.15)$

3. פתרון מלא

א. $P=\frac{3}{11}$

ב. $P=\frac{216}{1,331}\approx 0.1623$

ג. (1.) $1-12P$

(2.) $0<P<\frac{1}{12}$

ד. $P=\frac{1}{20}=0.05$

ה. תלויים זה בזה.

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $\frac{1}{2}$

ג. $S_{\Delta DFC}=2s$

ד. $\sqrt{1.5}$

ה. (1.) $DB=2a\sqrt{1.5}$

(2.) $R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

5. פתרון מלא

א. (1.) $AO=\frac{R}{\cos(\alpha)}$

(2.) $AB=\frac{R}{\cos(\alpha)}\cdot\sqrt{1+\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos\beta}$

ב. הוכחה

ג. $\beta=47.13^\circ\ ,\ \alpha=58.05^\circ$

2022 קיץ מועד ב תוכנית חדשה 571

6. פתרון מלא

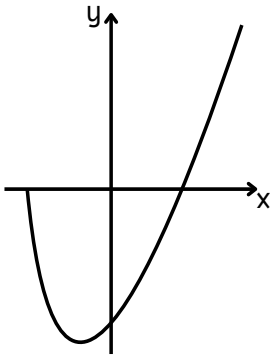
א. $x > (-a)$

ב. (1) $a = 3$

(2) $(3,0)\ ,\ \left(0,-3\sqrt{3}\right)$

(3) $\left(-1\ ,\ -4\sqrt{2}\right)\min$

(4)



ג. (1) $g(x):\ x > -5 \quad h(x):\ x > -3$

(2) הסבר

ד. $k = 1$

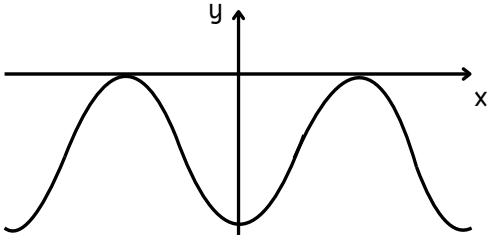
7. פתרון מלא

א. זוגית

ב. הוכחה

ג. $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)\ ,\ \left(\frac{\pi}{2},0\right)\ ,\ (0,\ -2)$

ד.



ה. $\left(-\frac{\pi}{2},-2\right)\min\ ,\ (0,-2)\min$

$\left(\frac{\pi}{4}\ ,\ 0\right)\max\ ,\quad \left(-\frac{\pi}{4}\ ,\ 0\right)\max\ ,\quad \left(\frac{\pi}{2}\ ,\ -2\right)\min$

ו. $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{0}\left[g'(x)-f'(x)\right]dx = -S$

8. פתרון מלא

א. $y = \left(3t^2+8t\right)x - 2t^3 - 4t^2$

ב. $-2 < t < 0$

ג. $S_{\underset{\max}{\Delta OBC}} = 1\frac{11}{16}$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. ידוע כי לכל n טבעי מתקיים:

$$1\cdot 2+4\cdot 7+7\cdot 12+\ldots+(3n-2)(5n-3)=n(5n^2-2n-1)$$

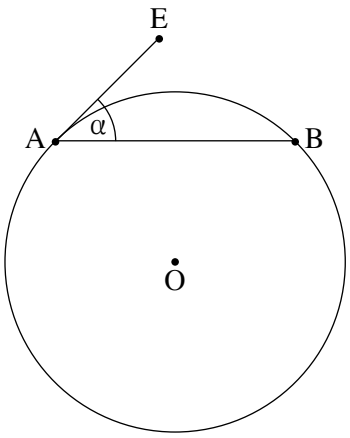
(1) חשבו את הערך של הביטוי: $7\cdot 12+10\cdot 17+\ldots+58\cdot 97$

ידוע כי לכל n טבעי מתקיים:

$$1\cdot 2+4\cdot 7+7\cdot 12+\ldots+(3n-2)(5n-3)+(3n+1)(5n+2)=(n+1)(5n^2+8n+C)$$

(2) מצאו את הערך של C.

ב. הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו O. מעבירים משיק למעגל בנקודה A, והוא יוצר זווית של α מעלות עם המיתר AB (ראו סרטוט).



(1) הביעו באמצעות α את הזווית AOB.

(2) הביעו באמצעות α את היחס בין אורך הקשת הקטנה AB ובין היקף המעגל.

ג. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x}$ המוגדרת לכל x השונה מ־ 0.

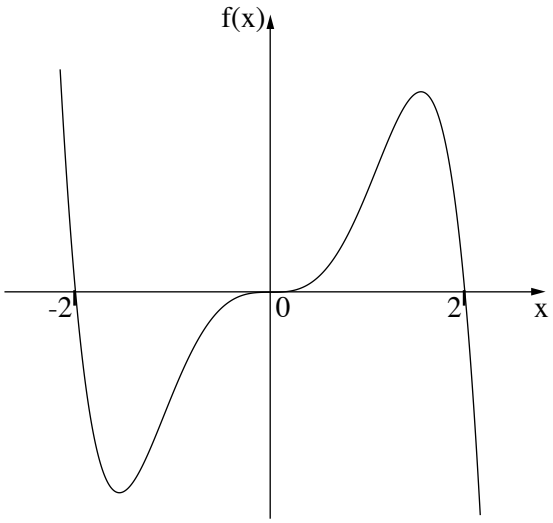
(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) נתונה הפונקציה $g(x)=k\cdot f(x+3)$, $k>0$ הוא פרמטר.

מצאו את הערך של k שעבורו המרחק בין האסימפטוטות האופקיות של הפונקציה $g(x)$ הוא 10.

נמקו את תשובתכם.

ד. $f(x)$ היא פונקצייה אי־זוגית המוגדרת לכל x. הגרף שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$.



נתונה הפונקציה $g(t)$ המוגדרת בתחום $-2 \le t \le 2$ ומקיימת $g(t) = \int_{-2}^{t} f(x)\,dx$.

(1) קבעו באיזה תחום הפונקצייה $g(t)$ יורדת.

(2) האם קיימים ערכים של t (בתחום $-2 \le t \le 2$) שעבורם הפונקצייה $g(t)$ חיובית? נמקו את תשובתכם.

(3) האם לפונקצייה $g(t)$ יש נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.

2. נתונה סדרה הנדסית אין סופית A שהאיבר הכללי שלה הוא a_n ומנתה היא q.

בונים סדרה חדשה B שהאיבר הכללי שלה הוא $b_n = a_n \cdot q^{n-1}$.

א. הוכיחו שגם סדרה B היא סדרה הנדסית.

ב. בנוגע לכל אחד מן ההיגדים (1)–(2) שלפניכם קבעו אם הוא נכון או לא נכון, ונמקו את קביעתכם.

(1) אם הסדרה A לא מתכנסת – בהכרח גם הסדרה B לא מתכנסת.

(2) אם הסדרה A יורדת – בהכרח היא גם מתכנסת.

נתון כי שתי הסדרות מתכנסות, וכי היחס בין הסכום של כל איברי הסדרה B לסכום של כל איברי הסדרה A הוא $\frac{3}{5}$.

ג. מצאו את q.

נתון: n הוא מספר טבעי המקיים $\frac{b_1}{a_1}+\frac{b_2}{a_2}+\frac{b_3}{a_3}+...+\frac{b_n}{a_n}=\frac{2059}{729}$.

ד. מצאו את n.

3. בחנות פירות יש ארגזים ובתוכם פירות.

בארגז א' יש a פירות: 3 תפוחים והשאר אגסים.

בארגז ב' יש b פירות: 5 תפוחים והשאר אגסים.

מוציאים באקראי פרי אחד מארגז א'. אם יצא תפוח – מעבירים אותו לארגז ב', ואם יצא אגס – מחזירים אותו לארגז א'.

לאחר מכן מוציאים באקראי פרי אחד מארגז ב'.

א. הביעו באמצעות a ו־ b את ההסתברות שיצאו 2 תפוחים.

נתון: ההסתברות להוציא באופן המתואר 2 תפוחים היא $\frac{9}{65}$.

ההסתברות להוציא באופן המתואר תפוח אחד ואחר כך אגס אחד היא $\frac{21}{130}$.

ב. מצאו את a ואת b.

ג. חשבו את ההסתברות שמארגז ב' יצא אגס, אם ידוע כי מארגז א' יצא תפוח.

מעבירים את כל הפירות משני הארגזים לארגז אחר שהיה ריק, ומוציאים ממנו באקראי פרי 6 פעמים, עם החזרה.

ד. מצאו את ההסתברות שב־ 4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח או שבכל 6 הפעמים יצא אגס.

ה. ידוע שב־ 4 מן הפעמים בדיוק יצא תפוח. מצאו את ההסתברות שהתפוחים יצאו ברציפות, בזה אחר זה.

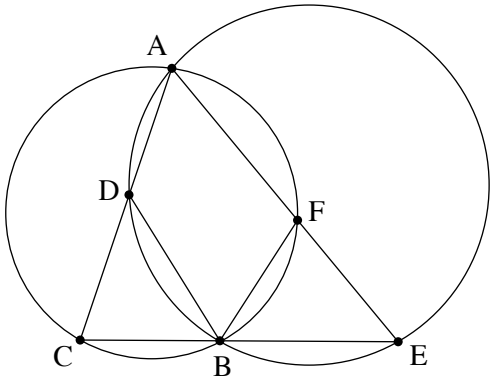
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו־ B (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה D .

המיתר AE במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F .

הקטע CE עובר דרך הנקודה B .



א. הוכיחו כי $\Delta ACE \sim \Delta BCD$.

נתון: $DC = FE$.

ב. הוכיחו כי $\Delta BFE \cong \Delta BCD$.

ג. **(1)** הוכיחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

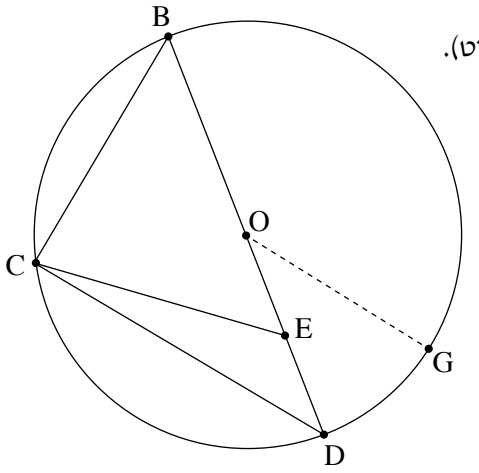
(2) הוכיחו כי AB הוא חוצה זווית CAE .

ד. הוכיחו כי $\sphericalangle DEC = \sphericalangle FCE$.

5. משולש BCD חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R .

הנקודות O ו־ E נמצאות על הצלע BD כך שמתקיים $OE = ED$ (ראו סרטוט).

נסמן: $CD = m$, $\sphericalangle CDB = \alpha$.



א. הביעו את $\cos\alpha$ באמצעות m ו־ R .

ב. הוכיחו כי $CE = \frac{1}{2}\sqrt{2m^2 + R^2}$.

נתון: $BC = EC$.

ג. חשבו את α .

מעבירים רדיוס OG המקביל לצלע CD , כמתואר בסרטוט.

ד. חשבו את גודל הזווית OEG .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

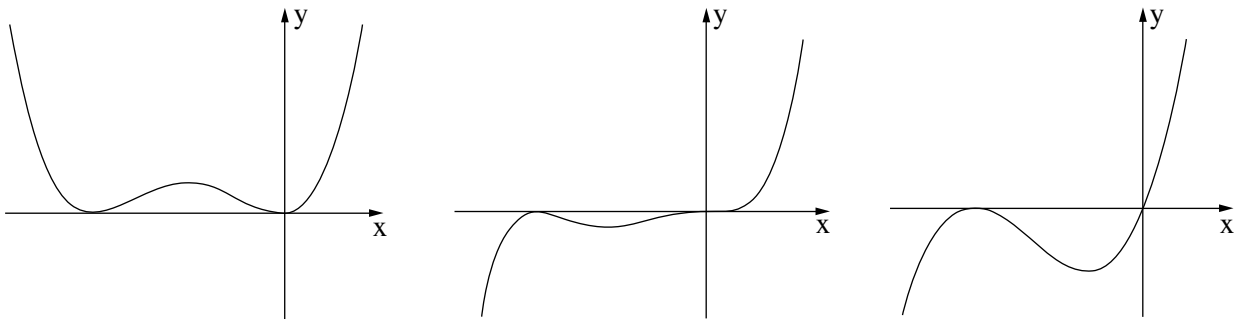
6. נתונה הפונקציה $f(x)=x^n\cdot(x+1)^2$, $n>1$ הוא מספר טבעי. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). הבחינו בין n זוגי ובין n אי־זוגי.

ג. מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות n , אם יש צורך. הבחינו בין n זוגי ובין n אי־זוגי.

לפניכם שלושה גרפים I–III . אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור n זוגי, ואחד מהם מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור $n>1$ ואי־זוגי.



III **II** **I**

ד. קבעו איזה גרף מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור n זוגי, ואיזה גרף מתאר את הפונקציה $f(x)$ עבור $n>1$ ואי־זוגי. נמקו את קביעותיכם.

נתונה הפונקציה $g(x)=a\cdot f(x-2)$, a הוא פרמטר חיובי.

נסמן ב־ T את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין ציר ה־ x .

ה. הביעו באמצעות a ו־ T את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ ובין ציר ה־ x . נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2\sin(x)}{\cos^2(x)-1}$ בתחום $-2\pi \le x \le 2\pi$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ x.

(3) האם הפונקצייה $f(x)$ זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? הוכיחו את תשובתכם.

ב. ענו על התת־סעיפים (1)–(2) שלפניכם בעבור התחום $0 \le x \le 2\pi$.

(1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ (בתחום $-2\pi \le x \le 2\pi$).

ד. הוכיחו כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ה. חשבו את השטח הכלוא בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה־ x, בתחום $1.7 \le x \le 2$.

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן יש שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x)=\frac{x^2-1}{(x+1)(x+2)} \quad , \quad h(x)=\frac{x^3}{x(x+2)} \quad , \quad k(x)=\frac{x^3-1}{x^2(x+2)}$$

ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.

ענו על סעיפים ב–ד עבור הפונקצייה שקבעתם בסעיף א.

ב. **(1)** מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.

נסמן נקודה A על גרף הפונקצייה, שעבורה $x=t$, $-1<t<1$.

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים, האחד מאונך לציר ה־ x והאחר מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקצייה, כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים, על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה־ x.

ד. מצאו את ערכו של t שבעבורו היקף המלבן המתקבל הוא מינימלי. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 חורף תוכנית חדשה 571

1. פתרון מלא

א. (1.) $39,150$

(2.) $c=2$

ב. (1.) $\sphericalangle AOB=2\alpha$

(2.) $\frac{\alpha}{180}$

ג. (1.) $x=0$, $(x\to+\infty)y=2$, $(x\to-\infty)y=-2$

(2.) $k=2.5$

ד. (1.) יורדת: $-2<t<0$

(2.) אין.

(3.) 2 נק'

2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) נכונה

(2.) לא נכונה

ג. $q=\frac{2}{3}$

ד. $n=7$

3. פתרון מלא

א. $P=\frac{18}{a\,(b+1)}$

ב. $a=10$, $b=12$

ג. $P=\frac{7}{13}$

ד. $P=0.1726$

ה. $P=\frac{1}{5}$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. הוכחה

ד. הוכחה

5. פתרון מלא

א. $\cos\alpha=\frac{m}{2R}$

ב. הוכחה

ג. $\alpha=37.76^\circ$

ד. $\sphericalangle OEG=115.39^\circ$

571 חורף תוכנית חדשה 2023

6. פתרון מלא

א. $(0\ ,\ 0)\ ,\ (-1\ ,\ 0)$

ב. ח זוגי: חיובית עבור $x \neq -1\ ,\ 0$

ושלילית לאף x

ח אי זוגי: שלילית עבור $x < 0\ ,\ x \neq -1$

וחיובית $x > 0$

ג. ח זוגי: $x = -1\ ,\ x = 0$ min $\ ,\ x = -\frac{n}{n+2}$ max

ח אי זוגי: $x = -\frac{n}{n+2}$ min $\ ,\ x = -1$ max

ד. ח זוגי: $f(x) : III$

ח > 1 אי זוגי: $f(x) : II$

ה. $S = \frac{T}{a}$

7. פתרון מלא

א. (1.) $-2\pi < x < 2\pi, x \neq 0, \pm\pi$

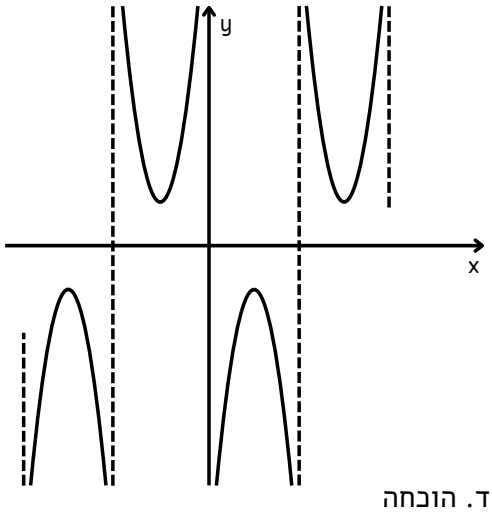
(2.) $x = -2\pi\ ,\ x = -\pi\ ,\ x = 0\ ,\ x = \pi\ ,\ x = 2\pi$

(3.) אי זוגית

ב. (1.) אין נקודות החיתוך עם הצירים

(2.) $\left(\frac{\pi}{2},\ -2\right)\ ,\ \max\left(\frac{3\pi}{2},\ 2\right)$ min

ג.



ד. הובחה

ה. 0.1827

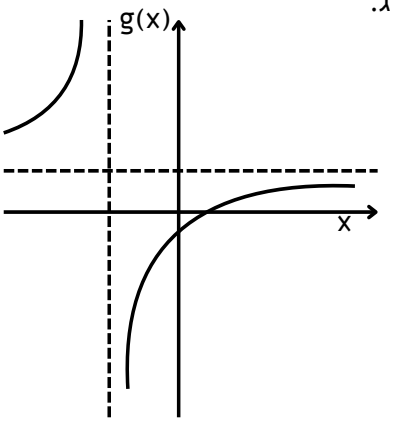
8. פתרון מלא

א. $g(x)$

ב. (1.) $x = -2\ ,\ y = 1$

(2.) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)\ ,\ (1\ ,\ 0)$

ג.



ד. $t = \sqrt{3} - 2 \approx -0.268$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023
מספר השאלון: 035571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יב

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על חמש מן השאלות 1–8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. נתונות שתי סדרות המוגדרות לכל n טבעי: $a_n = 2n - 1$, $b_n = 2^n$.

נסמן: $T_n = a_1 b_1 + a_2 b_2 + ... + a_n b_n$

(1) הוכיחו כי:

אם בעבור k טבעי כלשהו מתקיים: $T_k = (2k - 3) \cdot 2^{k+1}$

אז מתקיים: $T_{k+1} = (2k - 1) \cdot 2^{k+2}$

לפניכם טענה: לכל n טבעי מתקיים: $T_n = (2n - 3) \cdot 2^{n+1}$.

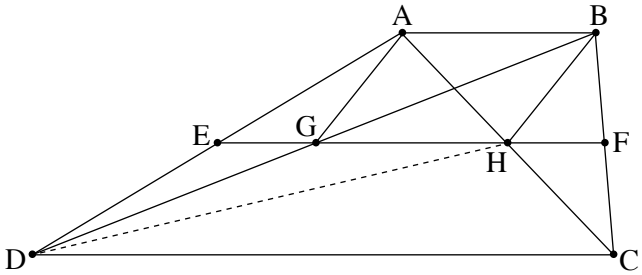
(2) הסבירו מדוע טענה זו אינה נכונה.

ב. בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ הקטע EF הוא קטע אמצעים.

הקטע EF חותך את האלכסונים AC ו־BD של הטרפז בנקודות H ו־G בהתאמה.

נתון כי המרובע $ABHG$ הוא מקבילית.

(1) הוכיחו: $GH = 2EG$.



המשך הישר AG חותך את הקטע DH בנקודה M .

(2) הוכיחו: הקטע AM חוצה את הקטע DH .

ג. לפניכם הגרפים I–III , המייצגים את הפונקצייה $f(x)$, את פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, ואת פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$. הפונקציות מוגדרות עבור $0 \le x \le 3$.

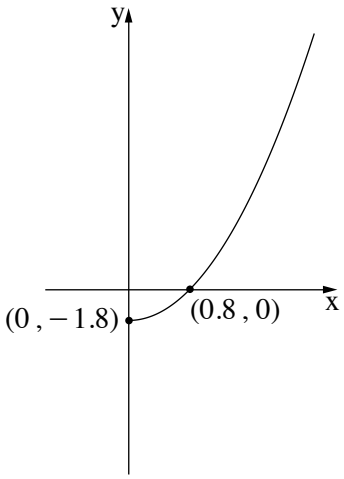
(1) התאימו כל אחד מן הגרפים I–III לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $f''(x)$. נמקו.

ענו על התת־סעיפים (2)–(3) על פי הנתונים המופיעים בגרפים I–III .

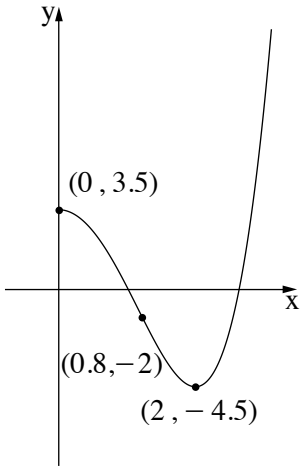
(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

(3) מצאו את הערך של האינטגרל: $\int_0^{0.8} f''(x)\,dx$.

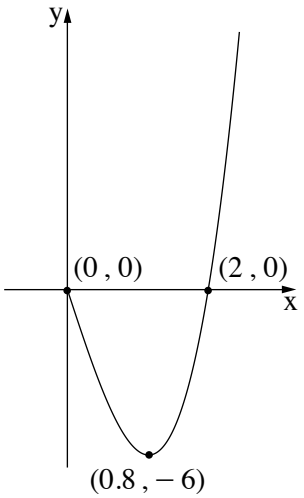
I



II



III



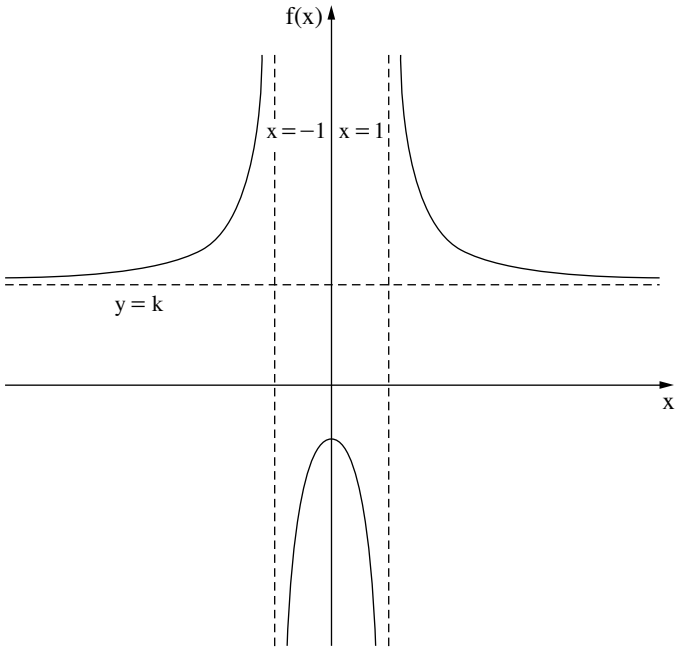
ד. לפניכם הגרף של הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת עבור $x \neq 1$, $x \neq -1$.

משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ הן:

$x = 1$, $x = -1$, $y = k$, $k > 1$.

שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y הם $(0 , -a)$, a הוא מספר חיובי.



(1) מצאו עבור אילו ערכים של a יש לגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $\frac{1}{f(x)}$ שתי נקודות חיתוך. נמקו.

(2) נתון כי המרחק בין האסימפטוטות האופקיות של הפונקציות $f(x)$ ו־ $\frac{1}{f(x)}$ הוא 1.5 . מהו הערך של k ? נמקו.

2. נתונות שתי סדרות הנדסיות אין־סופיות מתכנסות, A ו־ B, שכל איבריהן שונים מ־ 0.

האיבר הכללי של הסדרה A הוא a_n ומנתה היא q_A.

האיבר הכללי של הסדרה B הוא b_n ומנתה היא q_B.

משתי הסדרות ההנדסיות A ו־ B בונים סדרה הנדסית אין־סופית מתכנסת חדשה, שאיבריה הם:

$$\frac{a_1}{b_1}\ ,\ \frac{a_2}{b_2}\ ,\ \frac{a_3}{b_3}\ ,\ \dots\ ,\ \frac{a_n}{b_n}\ ,\ \dots$$

כל שלוש הסדרות, הסדרה A, הסדרה B והסדרה החדשה אינן קבועות.

א. הביעו את המנה של הסדרה החדשה באמצעות q_A ו־ q_B.

הסדרה A אינה עולה ואינה יורדת, והסדרה B עולה.

ב. בנוגע לכל אחד משני ההיגדים (1)–(2) שלפניכם, קבעו אם הוא נכון או לא נכון ונמקו את קביעתכם.

(1) מנת הסדרה החדשה היא חיובית.

(2) כל איברי הסדרה B הם שליליים.

המספרים c_1, c_2 ו־ c_3 הם שלושה איברים ראשונים בסדרה חשבונית.

נתון כי c_2 שווה ל־ $-c_1$, ומתקיים גם: $\frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = -\frac{1}{45}$.

ג. מצאו את c_1.

נתון כי המנה של הסדרה A שווה ל־ c_1,

ומתקיים גם: $\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + \dots = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots}$

ד. מצאו את הערך של q_B.

3. במכללה גדולה, הועלתה הצעה לקצר את הפסקת הצוהריים כדי לסיים מוקדם יותר את יום הלימודים.

בעקבות זאת ערכו משאל ובו השתתפו כל תלמידי שנה א' וכל תלמידי שנה ב'.

על פי תוצאות המשאל התברר כי 80% מן המשתתפים שבעד ההצעה הם תלמידי שנה א'. עוד התברר כי מספר תלמידי שנה א' שבעד ההצעה שווה למספר תלמידי שנה ב' שנגד ההצעה. מבין המשתתפים במשאל לא היו נמנעים.

נסמן ב־ p את ההסתברות לבחור באקראי תלמיד שבעד ההצעה מבין כל התלמידים שהשתתפו במשאל.

א. בחרו באקראי אחד מתלמידי שנה ב'. מהי ההסתברות שהוא נגד ההצעה?

ידוע כי ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה א' הוא בעד ההצעה, גדולה ב־ $\frac{13}{35}$ מן ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי מבין תלמידי שנה ב' הוא בעד ההצעה.

ב. חשבו את הערך של p.

ג. בחרו באקראי אחד מן המשתתפים במשאל. חשבו את ההסתברות שמתקיים לפחות אחד משני התנאים האלה:

I. המשתתף שנבחר הוא תלמיד שנה ב'. II. המשתתף שנבחר בעד ההצעה.

ד. בחרו באקראי 5 מן המשתתפים במשאל.

ידוע כי כל החמישה שנבחרו הם תלמידי שנה ב'.

מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם בעד ההצעה וגם לפחות שניים מהם נגד ההצעה?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

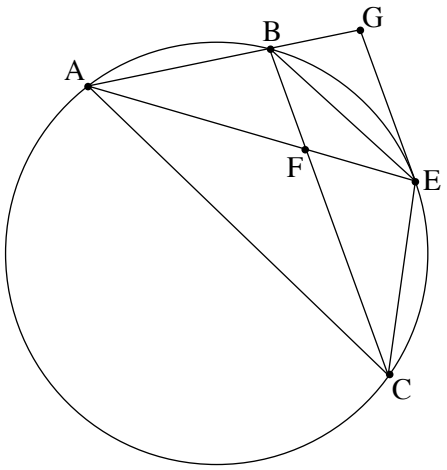
4. הנקודות A , B ו־ C נמצאות על מעגל.

נקודה E היא אמצע הקשת BC , כמתואר בסרטוט שלפניכם.

בנקודה E מעבירים משיק למעגל.

המשיק חותך את המשך המיתר AB בנקודה G .

המיתרים AE ו־ BC נחתכים בנקודה F .



א. הוכיחו: $\Delta ACE \sim \Delta AEG$.

נתון: $AG = 6$, $AE = 3\sqrt{6}$.

ב. חשבו את אורך המיתר AC .

ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.

נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE .

ד. חשבו את אורך המיתר AB .

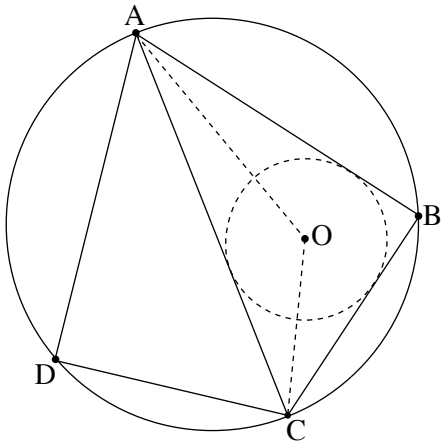
ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC ? נמקו את תשובתכם.

5. דלתון $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R .

המיתר AC הוא האלכסון הראשי של הדלתון.

הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle CAB = \alpha$.



א. **(1)** מצאו את זוויות המשולש AOC (הביעו באמצעות α במידת הצורך).

(2) הביעו את אורך הקטע AO באמצעות α ו־ R .

נתון כי אורך הקטע AO הוא $R\sqrt{2}$.

ב. מצאו את גודל הזווית α .

נתון כי שטח הדלתון הוא $25\sqrt{3}$.

ג. מצאו את R .

ד. חשבו את המרחק בין מרכז המעגל החוסם את הדלתון לבין מרכז המעגל החסום במשולש ABC .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2a-x^2}{x}$, המוגדרת עבור $x\neq 0$. a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים, אם יש כאלה.

(2) הראו שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי־זוגית.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.

(4) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$, אם יש כאלה.

(5) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה $(\cup)$ ואת תחום הקעירות כלפי מטה $(\cap)$ של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה $g(x)=\left|f(x)\right|-b$, b הוא פרמטר חיובי.

הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו התחום כמו הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

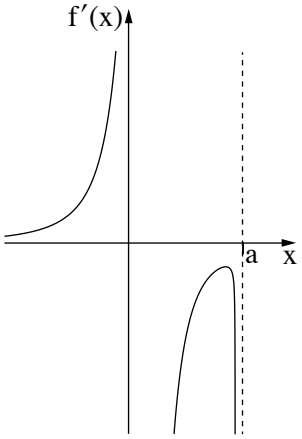
ידוע כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ היא: $(2\ ,-3)$.

ד. מצאו את הערכים של a ו־ b .

נתונה גם הפונקציה $s(x)=\int_1^x g(t)\,dt$, המוגדרת בתחום $1<x$.

ה. מהו סוג נקודת הקיצון של $s(x)$? נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x \neq 0 \ , \ x \leq a$. a הוא פרמטר חיובי.



בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום: $x \neq 0 \ , \ x < a$.

לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש שלוש אסימפטוטות המאונכות

לצירים שמשוואותיהן: $y = 0 \ , \ x = a \ , \ x = 0$.

בתחום $x < 0$ פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עולה.

הישר $x = 0$ הוא אסימפטוטה גם לגרף הפונקצייה $f(x)$.

$f(a) = 0$.

א. **(1)** מצאו את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפונקצייה $f(x)$

(הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך). נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו.

נתון כי הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$, בהתאם לתשובתכם בתת־סעיף א(2).

נתון כי אחד מן הביטויים I–IV שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

I. $\frac{\sqrt{a-x}}{x^2}$ **II.** $\frac{\sqrt{x-a}}{x^2}$ **III.** $\frac{\sqrt{a-x}}{x}$ **IV.** $\frac{\sqrt{x-a}}{x}$

ג. איזה מן הביטויים I–IV מייצג את הפונקצייה $f(x)$? נמקו.

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = (-2)$, הוא: $\frac{7}{16}$.

ד. מצאו את הערך של a .

ה. הציבו $a = 2$ וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x = 1$.

8. נתון מעוין $ABCD$. נקודה E היא אמצע הצלע BC .

נסמן: $\sphericalangle ECD = x$.

נתון: שטח המשולש ECD הוא 18 .

א. הביעו באמצעות x את אורך צלע המעוין.

ב. חשבו את האורך המינימלי של הקטע DE .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 קיץ מועד א תובנית חדשה 571

1. פתרון מלא

א. (1.) הוכחה

(2.) הסבר

ב. (1.) הוכחה

(2.) הוכחה

ג. (1.) $f'(x):\ III\ ,\ f(x):\ II\ ,\ f''(x):\ I$

(2.) $y=-6x+2.8$

(3.) $\int_0^{0.8} f''(x)dx=-6$

ד. (1.) $0<a<1$

(2.) $k=2$

2. פתרון מלא

א. $\frac{q_A}{q_B}$

ב. (1.) לא נכונה

(2.) נכונה

ג. $c_1=-\frac{1}{15}$

ד. $q_B=\frac{1}{5}$

3. פתרון מלא

א. $P=0.8$

ב. $p=\frac{5}{12}$

ג. $P=0.75$

ד. $P=0.256$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $AC=9$

ג. הוכחה

ד. $AB=4$

ה. $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}}=\frac{4}{9}$

5. פתרון מלא

א. (1.) $\sphericalangle CAO=\frac{a}{2}\ ,\ \sphericalangle ACO=45^\circ-\frac{a}{2}\ ,\ \sphericalangle AOC=135^\circ$

(2.) $AO=2R\sqrt{2}\sin\left(45^\circ-\frac{a}{2}\right)$

ב. $a=30^\circ$

ג. $R=5$

ד. $OM=2.588$

2023 קיץ מועד א תובנית חדשה 571

6. פתרון מלא

א. (1.) $x=0$

(2.) אי זוגית

(3.) $\left(-\sqrt{2a}\,,\,0\right)\,,\,\left(\sqrt{2a}\,,\,0\right)$

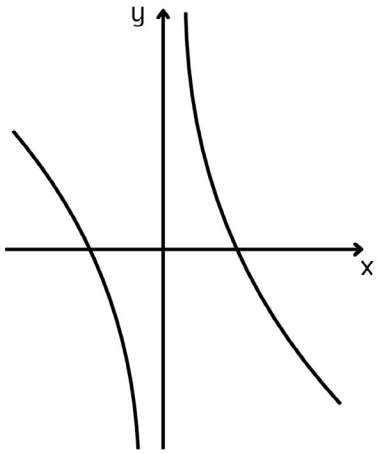
(4.) עלייה: אף x

ירידה: $x>0$ או $x<0$

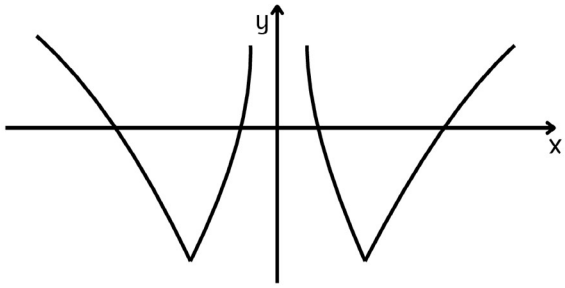
(5.) $\cup\ :\ x>0$

$\cap\ :\ x<0$

ב.



ג.



ד. $a=2\ ,\ b=3$

ה. min

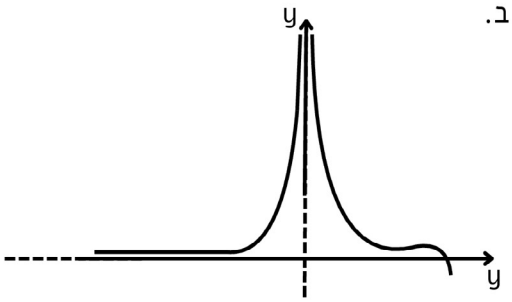
7. פתרון מלא

א. (1.) עליה: $x<0$

ירידה: $0<x<a$

(2.) נק' אחת

ב.



ג. ביטוי I

ד. $a=2$

ה. $S=\frac{5}{24}$

8. פתרון מלא

א. $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{\sin(x)}}$

ב. $DE=3\sqrt{6}$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, **מועד מיוחד**, 2023
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

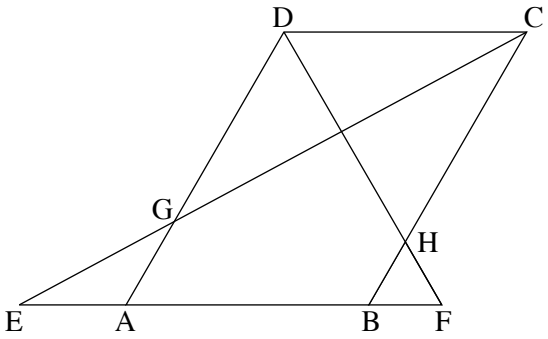
א. בסרטוט שלפניכם מקבילית $ABCD$.

הנקודות E ו־F נמצאות על המשכי הצלע AB, כמתואר בסרטוט.

הקטע EC חותך את הצלע AD בנקודה G.

הקטע FD חותך את הצלע BC בנקודה H.

נתון: $HF = 4$, $GE = 5$.



(1) מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש HBF ובין רדיוס המעגל החוסם את משולש GEA.

נמקו את תשובתכם.

נתון: המרובע $ABHD$ הוא בר־חסימה במעגל,

$BH = FH$.

(2) הוכיחו כי המשולש HBF הוא שווה צלעות.

ב. ביישוב מסוים ההסתברות לבחור באקראי גבר היא 0.2, וההסתברות לבחור באקראי אישה היא 0.8.

בוחרים באקראי 4 אנשים מיישוב זה.

לפניכם שני ביטויים:

ביטוי 1: $1-0.2^4-0.8^4$

ביטוי 2: $\binom{4}{3}\cdot 0.2^3\cdot 0.8+0.2^4$

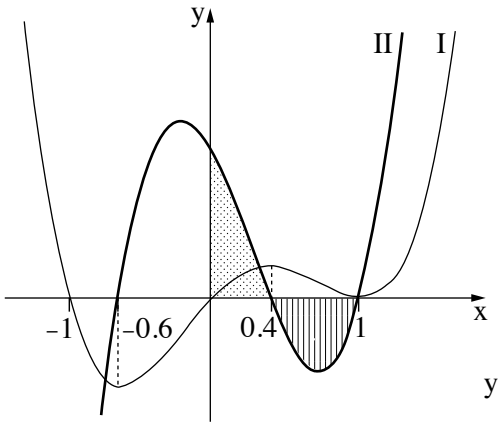
קבעו איזו מן ההסתברויות I–III שלפניכם אפשר לחשב על ידי ביטוי 1 ואיזו מהן אפשר לחשב על ידי ביטוי 2.

I. ההסתברות לבחור באקראי יותר גברים מנשים.

II. ההסתברות לבחור באקראי יותר נשים מגברים.

III. ההסתברות לבחור באקראי לפחות גבר אחד ולפחות אישה אחת.

ג. $f(x)$ היא פונקצייה.



בסרטוט שלפניכם מוצגים שני גרפים: גרף I וגרף II .

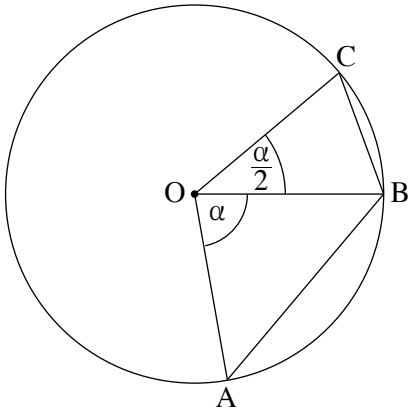
אחד הגרפים הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

והגרף האחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.

(1) איזה גרף הוא של $f'(x)$, ואיזה גרף הוא של $f''(x)$? נמקו.

(2) הוכיחו שהשטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה־ x ברביע הרביעי (השטח המקווקו בסרטוט) שווה לשטח המוגבל על ידי גרף II ,על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y ברביע הראשון (השטח המנוקד בסרטוט).

ד. במעגל שמרכזו O בונים סדרה אין־סופית של משולשים שווי שוקיים.



זוויות הראש של המשולשים הן זוויות מרכזיות במעגל,

ושוקי המשולשים הם רדיוסים במעגל.

זווית הראש של המשולש הראשון (ΔAOB) היא α .

זווית הראש של המשולש השני (ΔBOC) היא $\frac{\alpha}{2}$, כמתואר בסרטוט.

ממשיכים לבנות משולשים שווי שוקיים כך שזווית הראש של כל משולש נוסף בסדרה קטנה פי 2 מזווית הראש של המשולש שלפניו.

נתון: סכום כל זוויות הראש של כל המשולשים בסדרה הוא 240^o .

(1) מצאו את α .

(2) האם שטחי כל המשולשים האלה הם סדרה הנדסית? נמקו את תשובתכם.

2. נתונה סדרה חשבונית A ובה $2n$ איברים (n הוא מספר טבעי).

d הוא הפרש הסדרה ($d \neq 0$).

מגדירים סדרה נוספת B באופן הזה: $b_m = \frac{a_m + a_{m+1}}{2}$.

בסדרה B יש $2n-1$ איברים.

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה חשבונית, והביעו באמצעות d את ההפרש שלה.

נסמן ב־S_A את סכום האיברים בסדרה A.

נסמן ב־S_B את סכום האיברים בסדרה B.

ב. הוכיחו: $\frac{S_A}{2n} = \frac{S_B}{2n-1}$.

נתון: $S_A = \frac{66}{65} \cdot S_B$, $S_A = 220 + S_B$.

ג. **(1)** מצאו את n.

(2) מצאו את סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A.

3. כדי להתקבל ללימודים בפקולטה מסוימת מועמד צריך להיבחן בשני מבחנים.

ההסתברות שמועמד יצליח במבחן הראשון היא P ($P > 0.5$).

אם המועמד הצליח במבחן הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח במבחן השני היא $P + 0.3$.

אם המועמד נכשל במבחן הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח במבחן השני היא $P - 0.1$.

נתון כי ההסתברות שהמועמד יצליח בדיוק במבחן אחד מבין השניים היא $\frac{9}{40}$.

א. מצאו את P.

כדי להתקבל ללימודים בפקולטה המועמד צריך להצליח בשני המבחנים.

ב. ידוע כי מועמד הצליח לפחות במבחן אחד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לפקולטה?

שלושה מועמדים נבחנו בשני המבחנים.

ג. מהי ההסתברות ששני מועמדים מבין השלושה התקבלו לפקולטה ואחד מהם נכשל בשני המבחנים?

n מועמדים נבחנו בשני המבחנים ($n \geq 2$).

ד. הביעו באמצעות n את ההסתברות שלפחות מועמד אחד התקבל לפקולטה וגם לפחות מועמד אחד לא התקבל לפקולטה.

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

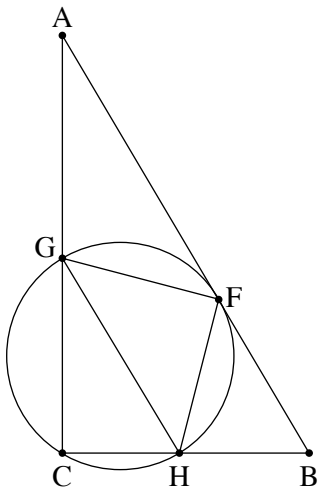
4. המשולש ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB = 90^o$.

הנקודות H, G, F, נמצאות על הצלעות CB, AC, AB בהתאמה,

כך שהמרובע $GCHF$ חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: AB משיק למעגל בנקודה F,

$AB \parallel GH$.



א. הוכיחו: $FG = FH$.

ב. **(1)** מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ACF$.

(2) הוכיחו: $\Delta GFC \sim \Delta FBC$.

קוטר המעגל היוצא מנקודה F חותך את הצלע AC

בנקודה E.

ג. הוכיחו: $\sphericalangle FEB = \sphericalangle FCB$.

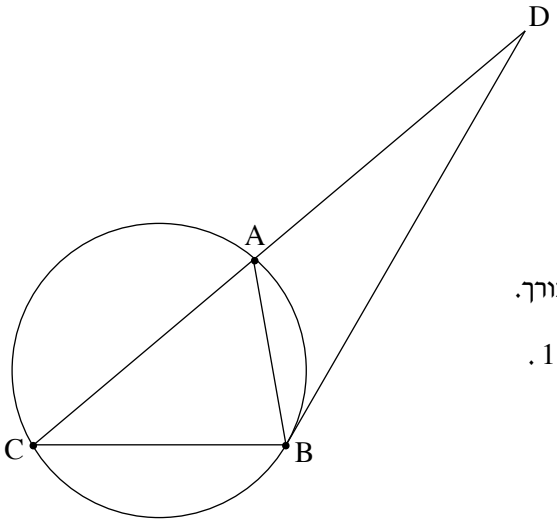
5. המשולש ABC חסום במעגל שהרדיוס שלו הוא R.

המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הצלע CA

בנקודה D, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\sphericalangle ABD = \alpha$.

נתון: $\sphericalangle DBC = 120^o$.



א. הביעו את אורכי הצלעות AB ו־BC באמצעות R ו־α, אם יש צורך.

נתון: היחס בין שטח המשולש BDC ובין שטח המשולש BDA הוא 1.8.

ב. מצאו את α.

נתון כי רדיוס המעגל החסום במשולש BDA הוא 4.

ג. מצאו את R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\sin(x)\cdot\cos^3(x)$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. **(1)** האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו (בקו מקווקו) סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.

ענו על סעיף ג בעבור התחום שבו מוגדרות שתי הפונקציות $f(x)$ ו־$g(x)$.

ג. מצאו את המרחק המינימלי בין הפונקציות $f(x)$ ו־$g(x)$.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=x+\sqrt{x^2-4}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה $(\cup)$ וכלפי מטה $(\cap)$ של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=-f(-x)$. הפונקציות $f(x)$ ו־ $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.

ג. באותה מערכת צירים שבה סרטטתם סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$, הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$.

נתון: $a>4$ הוא פרמטר.

ד. סדרו את הביטויים **I–III** שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדול ביותר (כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

I. $\int_{a}^{a+1}(f(x)-h(x))dx$ **II.** $\int_{a+1}^{a+2}(f(x)-h(x))dx$ **III.** $\int_{-a+1}^{-a+2}(f(x)-h(x))dx$

8. ישר ששיפועו -2 חותך את החלק החיובי של ציר ה־ x בנקודה B , ואת החלק החיובי של ציר ה־ y בנקודה A .

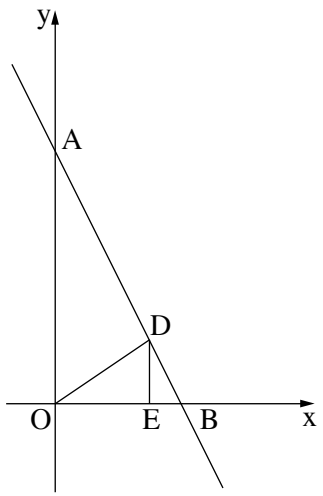
הנקודה D נמצאת על הישר AB ברביע הראשון.

הנקודה E נמצאת על ציר ה־ x כך שהקטע DE מקביל לציר ה־ y .

הנקודה O היא ראשית הצירים, כמתואר בסרטוט.

נסמן את אורך הקטע OE ב־ p .

נתון: שטח המשולש OED הוא $\frac{p}{2}$.



א. הביעו באמצעות p את משוואת הישר AB .

ב. מצאו את הערך של p שבעבורו היחס בין שטח המשולש OED ובין שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2023 קיץ מועד מיוחד 571

1. פתרון מלא

א. (1.) $4:5$

(2.) הוכחה

ב. ביטוי 2 - I

ביטוי 1 - III

ג. (1.) $f''(x):II \quad , \quad f'(x):I$

(2.) $S_1 = S_2$

ד. (1.) $\alpha = 120^\circ$

(2.) לא הנדסית

2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. (1.) $n = 33$

(2.) $a_n + a_{n+1} = 440$

3. פתרון מלא

א. $P = 0.65$

ב. $\frac{247}{337} \approx 0.733$

ג. $P = 0.1802$

ד. $1 - (0.3825^n + 0.6175^n)$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) $\sphericalangle ACF = 45^\circ$

(2.) הוכחה

ג. הוכחה

5. פתרון מלא

א. $BC = R\sqrt{3},\ AB = 2R\sin(\alpha)$

ב. $\alpha = 40.2^\circ$

ג. $R = 10.26$

2023 קיץ מועד מיוחד 571

6. פתרון מלא

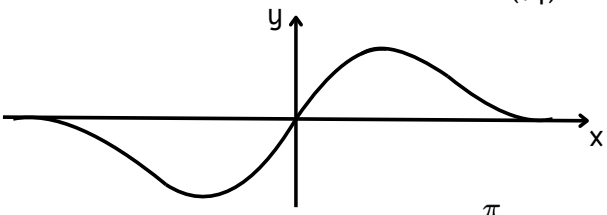
א. (1.) אי זוגית

(2.) $\left(-\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)\,,\,(0\,,\,0)\,,\,\left(\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)$

(3.) $\left(-\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)\max\,,\,\left(-\frac{\pi}{6}\,,\,-\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)\min$

$\left(\frac{\pi}{6}\,,\,\frac{3\sqrt{3}}{16}\right)\max\,,\,\left(\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)\min$

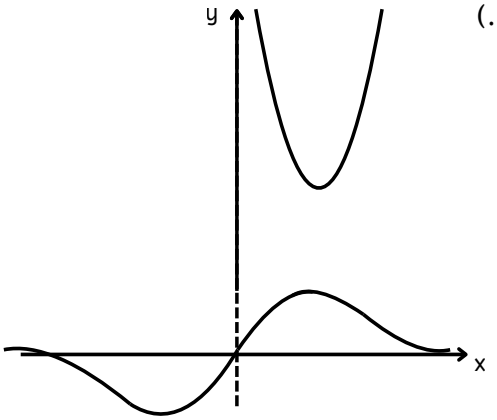
(4.)



ב. (1.) $0 < x < \frac{\pi}{2}$

(2.) $\left(\frac{\pi}{6}\,,\,1.755\right)\min$

(3.)



ג. $d_{\min} = 1.43$

7. פתרון מלא

א. (1.) $x \geq 2$ או $x \leq -2$

(2.) אין פתרון

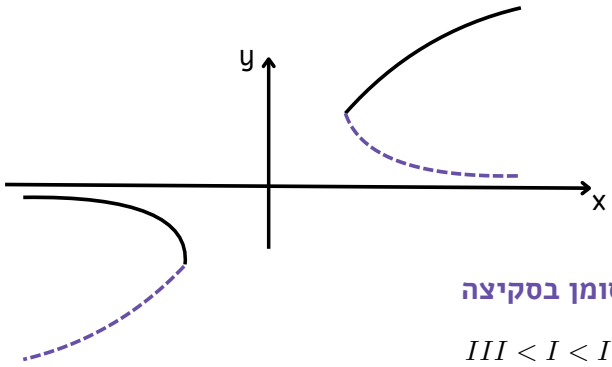
(3.) עלייה: $x > 2$

ירידה: $x < -2$

(4.) $\cap$: $x > 2$ או $x < -2$

$\cup$: אף x

ב.



ג. מסומן בסקיצה

ד. $III < I < II$

8. פתרון מלא

א. $y = -2x + 2p + 1$

ב. $p = 0.5$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023 **מועד ב**
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יד

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1–8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – "שאלות קצרות", סדרות והסתברות

1. ענו על שלושה מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משלושה סעיפים, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. בעבור כל n טבעי הוכיחו באינדוקצייה או בדרך אחרת כי מתקיים: $\frac{A}{2}+\frac{A}{2^2}+...+\frac{A}{2^n}=A\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$.

A הוא פרמטר.

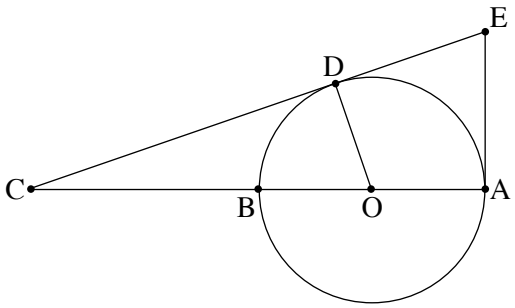
ב. הנקודה B היא אמצע הקטע AC.

AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מן הנקודה C מעבירים ישר המשיק למעגל בנקודה D.

בנקודה A מעבירים משיק נוסף למעגל.

שני המשיקים נחתכים בנקודה E (ראו סרטוט).



(1) הוכיחו כי המרובע $AODE$ הוא בר חסימה במעגל.

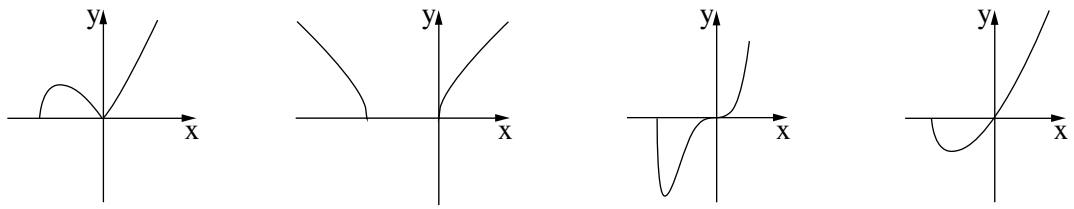
(2) הביעו באמצעות R את רדיוס המעגל החוסם את המרובע $AODE$.

ג. לפניכם שלוש פונקציות והגרפים א–ד. כל אחת מן הפונקציות מתוארת על ידי אחד מן הגרפים.

$$f(x)=\sqrt{x^2(x+2)}$$

$$h(x)=\sqrt{x(x+2)}$$

$$k(x)=x\sqrt{x+2}$$



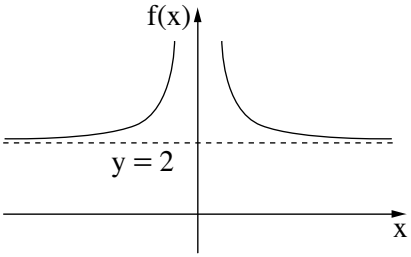
גרף א **גרף ב** **גרף ג** **גרף ד**

(1) בעבור כל אחת מן הפונקציות, קבעו איזה מן הגרפים מתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

נתונה הפונקצייה $g(x)=x^n\sqrt{x+2}$, n הוא פרמטר טבעי גדול מ־ 1 .

(2) מצאו עבור אילו ערכים של n , הגרף הנותר מתאר את הפונקצייה $g(x)$.

ד. לפניכם גרף של הפונקצייה $f(x)$, המוגדרת לכל $x\neq 0$.



הישרים $y=2$ ו־ $x=0$ הם אסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה בכל תחום הגדרתה.

(1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

נתון: $a>0$ הוא פרמטר.

(3) סדרו את הביטויים (1)–(4) שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדול ביותר

(כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

(1) $\int_a^{a+1} f(x)dx$, (2) $\int_{a+1}^{a+2} f(x)dx$, (3) $\int_a^{a+1} f'(x)dx$, (4) המספר 2 .

2. נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, \ldots a_{3n}$ שבה $3n$ איברים, וההפרש שלה הוא d.

נסמן ב־ S_n^* את הסכום של n האיברים האמצעיים של הסדרה.

א. הוכיחו כי $S_n^* = \frac{1}{3} \cdot S_{3n}$.

נתון כי האיבר הראשון של הסדרה הוא חיובי וכי הסכום של n האיברים האמצעיים שווה ל־ 0.

ב. האם הפרש הסדרה הוא חיובי או שלילי? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי מתקיים $a_1 = 19 \cdot |d|$.

ג. מצאו את מספר האיברים בסדרה.

מוחקים כמה מן האיברים בסדרה הנתונה, ונוצרת סדרה חשבונית חדשה: $a_2, a_5, a_8, \ldots, a_{3n-4}$.

סכום האיברים של הסדרה החדשה הוא 36.

ד. מצאו את d.

3. עיתון יומי המופץ למנויים שגרים בחיפה או בתל אביב בלבד, אמור להישלח אל ביתם בכל יום עד השעה 6:00.

מערכת העיתון ערכה סקר בקרב המנויים, ושאלה בנוגע ליום מסוים אם הם קיבלו את העיתון בזמן.

כל המנויים השתתפו בסקר וכל אחד מהם ענה כן או לא.

מתוצאות הסקר עולה כי ההסתברות לבחור באקראי מנוי שקיבל את העיתון בזמן מבין המנויים שגרים בחיפה היא $\frac{3}{4}$,

וההסתברות לבחור באקראי מנוי שגר בחיפה מבין המנויים שקיבלו את העיתון בזמן היא $\frac{5}{9}$.

נסמן ב־ p את ההסתברות שמנוי שנבחר באקראי מבין כל המנויים גר בחיפה.

בוחרים באקראי אחד מן המנויים.

א. הביעו באמצעות p את ההסתברות שהמנוי שנבחר גר בתל אביב וקיבל את העיתון בזמן.

נתון כי מספר המנויים שגרים בתל אביב ולא קיבלו את העיתון בזמן גדול פי 1.5 ממספר המנויים שגרים בתל אביב וקיבלו את העיתון בזמן.

ב. כמה אחוזים מן המנויים קיבלו את העיתון בזמן?

מבין המנויים שלא קיבלו את העיתון בזמן, בוחרים באקראי שני מנויים.

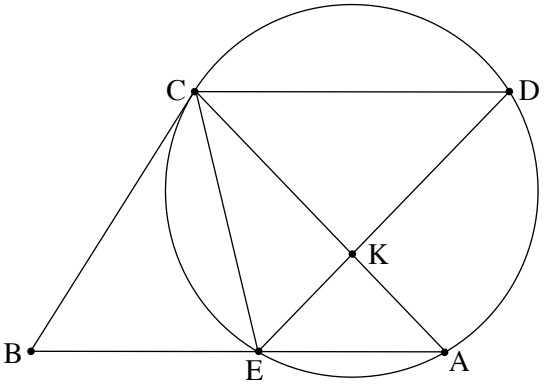
ג. מהי ההסתברות שהראשון שנבחר גר בתל אביב והשני שנבחר גר בחיפה?

באותו היום התקשרו למערכת העיתון 6 מנויים שלא קיבלו את העיתון בזמן.

ד. מהי ההסתברות שלכל היותר 4 מהם גרים בחיפה?

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. מנקודה B, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה C, וישר אחר שחותך את המעגל בנקודות E ו־A, כמתואר בסרטוט.
הנקודה D נמצאת על המעגל כך שהמיתר CD מקביל למיתר EA.
המיתרים ED ו־AC נחתכים בנקודה K.



א. הוכיחו: $\triangle CEB \sim \triangle DCE$.

נתון: $AK = 3$, $ED = 7$.
נסמן את שטח המשולש CEK ב־S.

ב. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CKD.

נתון: $BC = \frac{35}{\sqrt{32}}$.

ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CEB.

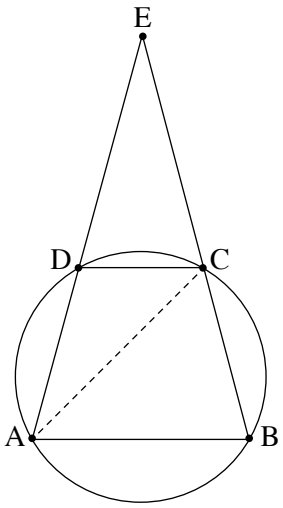
הנקודה O היא מרכז המעגל.

ד. הוכיחו: $\sphericalangle COE = \sphericalangle CKE$.

נתון: $\sphericalangle CAE = 45^o$.

ה. הסבירו מדוע הנקודות E, C, O ו־K נמצאות על מעגל אחד.

5. נתון טרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$, החסום במעגל.
המשכי הצלעות AD ו־BC נפגשים בנקודה E, כמתואר בסרטוט.
נתון: $\sphericalangle ACB = 60^o$.
נסמן: $AC = k$, $\sphericalangle CDE = \alpha$.



א. **(1)** מצאו את זוויות המשולש ACE (הביעו באמצעות α אם יש צורך).

(2) הביעו באמצעות α ו־k את אורכי הצלעות AB ו־DC.

נתון כי שטח המשולש ABE גדול פי 3 משטח המשולש DCE.

ב. מצאו את גודל הזווית α.

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו אורך התיכון לצלע EC במשולש AEC הוא $\sqrt{7}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x^2-a^2}{(x-4)^2}$, $0<a<4$ הוא פרמטר.

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(5). הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{x^2}{(x-4)^2}$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. **(1)** הוכיחו כי גרף הפונקצייה $g(x)$ נמצא כולו מעל גרף הפונקצייה $f(x)$.

(2) הביעו באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי ציר ה־ y .

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.

(3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

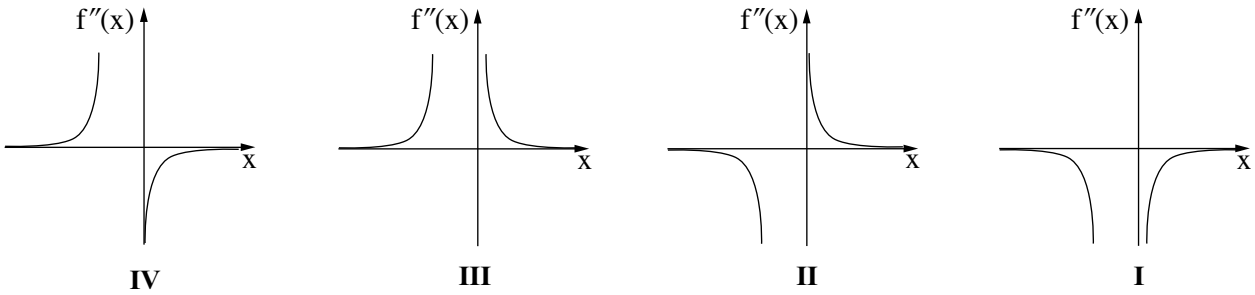
(4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. היעזרו בגרף הפונקצייה $f(x)$, וקבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$.
נמקו את קביעתכם.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=1$ ו־ $x=2$.



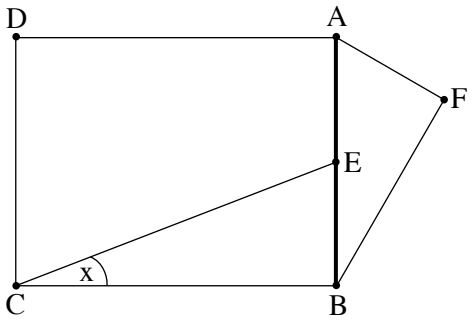
8. הנקודה E היא אמצע הקטע AB .

על הקטע AB בונים מלבן $ABCD$

ומשולש ישר זווית AFB , $\sphericalangle AFB=90^o$, כמתואר בסרטוט.

נתון: $\sphericalangle ECB=x$, $\sphericalangle FAB=2x$.

נסמן את אורך הקטע AB ב־ h .



א. מהו תחום הערכים האפשרי בעבור x ? הסבירו את תשובתכם.

ב. הביעו באמצעות x ו־ h את ההפרש בין אורך הקטע CE לאורך הקטע AF .

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו ההפרש בין אורך הקטע CE לאורך הקטע AF הוא מינימלי.

ד. בעבור הערך של x שמצאתם בסעיף ג, מצאו את היחס בין שטח המלבן $ABCD$ לשטח המשולש AFB .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

קיץ 2023 מועד ב 571

1. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) הוכחה

(2.) $R\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.866R$

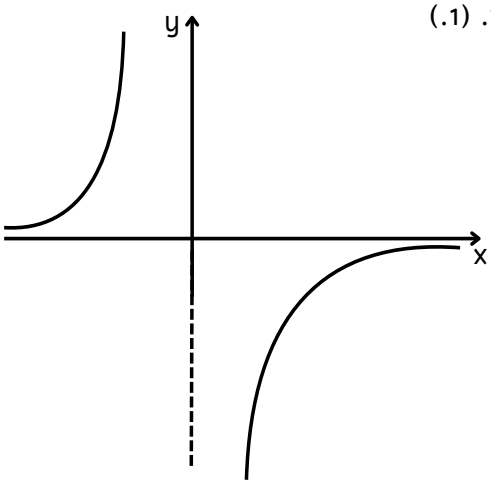
ג. (1.) גרף א : $k(x)$

גרף ג : $h(x)$

גרף ד : $f(x)$

(2.) טבעי ואי זוגי $n\geq 3$

ד. (1.)



(2.). עלייה: $x>0$ או $x<0$

ירידה: לאף x

(3.) $(3),(4),(2),(1)$

2. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. שלילי

ג. 39

ד. $d=-2$

3. פתרון מלא

א. $P=0.6p$

ב. 54%

ג. $P=\frac{90}{529}$

ד. $P=0.9976$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. $S_{\Delta CKD}=\frac{4}{3}S$

ג. $S_{\Delta CEB}=\frac{175}{96}S$

ד. הוכחה

ה. הסבר

5. פתרון מלא

א. (1.) $\sphericalangle ECA=120^\circ$, $\sphericalangle E=180^\circ-2\alpha$, $\sphericalangle EAC=2\alpha-120^\circ$

(2.) $AB=\frac{k\sqrt{3}}{2\sin(\alpha)}$, $DC=\frac{k\sin(2\alpha-120^\circ)}{\sin\alpha}$

ב. $\alpha=75^\circ$

ג. $k=2$

קיץ 2023 מועד ב 571

6. פתרון מלא

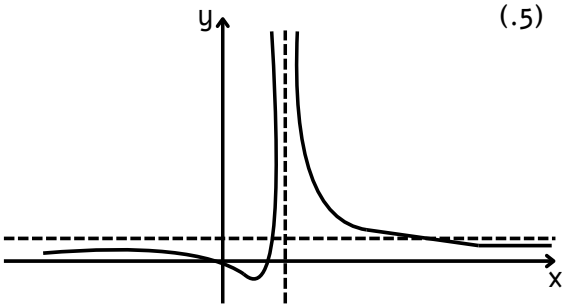
א. (1) $x \neq 4$

(2) $x = 4\,,\ y = 1$

(3) $(-a\,,\,0)\,,\ (a\,,\,0)\,,\ \left(0\,,\,-\frac{a^2}{16}\right)$

(4) $x = \frac{a^2}{4}\ \min$

(5)



ב. (1) הוכחה

(2) $S = \frac{a^2}{12}$

7. פתרון מלא

א. (1) $x > 0$ או $x < -1$

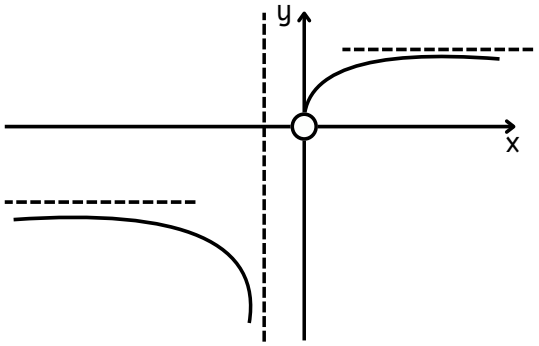
(2) אין

(3) $x = -1\,,\ y = 2\,(x \to \infty)\,,\ y = -2\,(x \to -\infty)$

(4) עלייה: $x > 0$

ירידה: $x < -1$

ב.



ג. $I\ :\ f''(x)$

ד. $S = 0.217$

8. פתרון מלא

א. $0^\circ < x < 45^\circ\ \left(0 < x < \frac{\pi}{4}\right)$

ב. $\frac{h}{2\sin(x)} - h\cos(2x)$

ג. $x = \frac{\pi}{6}$

ד. 4

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

פתרון הבגרות

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל אחד מן הפרקים השני, השלישי והרביעי – $4 \times 25 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אך על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יה

/המשך מעבר לדף/

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1–8, לפחות על שאלה אחת מכל אחד מן הפרקים השני, השלישי והרביעי (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. הוכיחו באינדוקציה או בדרך אחרת שלכל n טבעי זוגי מתקיים:

$$48+144+288+\ldots+6n(n+2)=n(n+2)(n+4)$$

ב. המרובע $BCED$ חסום במעגל.

המשך המיתר BD והמשך המיתר CE נפגשים בנקודה A (ראו סרטוט).

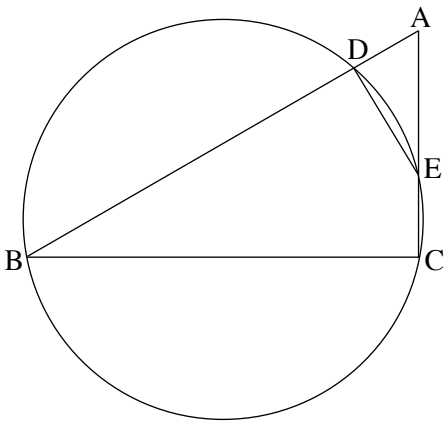
נתון: $AE=2CE$, $AD=CE$.

(1) הוכיחו: $\triangle AED\sim\triangle ABC$.

(2) מצאו את היחס $\frac{AB}{AC}$.

(3) נתון: $\sphericalangle DEC=150^{o}$.

האם BE הוא קוטר במעגל הנתון? נמקו את תשובתכם.



ג. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות מאונכות לציר ה־ x ושתי אסימפטוטות מאונכות לציר ה־ y .

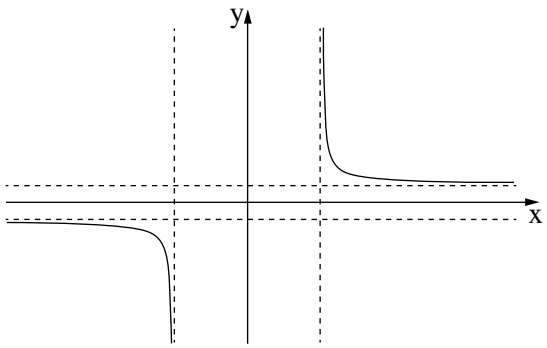
אחד מן הביטויים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $f(x)$.

I. $\frac{x}{\sqrt{x^2+16}}$

II. $\frac{x}{\sqrt{x^2-16}}$

III. $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+16}}$

IV. $\frac{x^2}{\sqrt{x^2-16}}$



(1) קבעו איזה מן הביטויים I–IV מתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המוגדרת באותו התחום כמו הפונקציה $f(x)$.

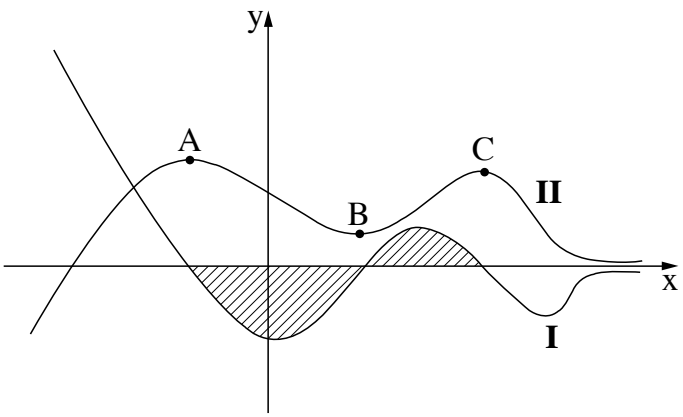
פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)+\frac{5}{3}$.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

/המשך בעמוד 3

ד. הגרפים I–II בסרטוט שלפניכם מתארים את הפונקצייה $f(x)$ ואת פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

כל נקודות הקיצון של הפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ מתוארות בסרטוט.



(1) קבעו איזה גרף, I או II, מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו את תשובתכם.

הנקודות A, B ו־ C הן נקודות הקיצון של גרף II, כמתואר בסרטוט.

נתון: $y_A = 6$, $y_B = 2$.

השטח המוגבל על ידי גרף I ועל ידי ציר ה־ x (השטח המקווקו בסרטוט) שווה ל־ 7.

(3) מצאו את שיעור ה־ y של הנקודה C.

פרק שני – סדרות והסתברות

2. בסדרה חשבונית A נתון: $a_1 = -4-4k$, $a_3 = -16+2k$. k הוא פרמטר.

א. מצאו עבור אילו ערכים של k :

(1) הסדרה A עולה, (2) הסדרה A יורדת, (3) הסדרה A קבועה.

נתון כי $a_{17} = -232$.

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו את הערך של k שמצאתם וענו על הסעיפים ג–ד.

נתונה סדרה חדשה, B , שאיבריה מוגדרים כך: לכל n טבעי, $b_n = a_n + 24n + 17$.

ג. הוכיחו כי הסדרה B היא חשבונית.

ד. חשבו את הסכום: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \ldots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

3. ביישוב מסוים הוחלט לערוך סקר בנוגע להקמת פארק ביישוב.

בסקר השתתפו תושבים מבוגרים וצעירים בלבד.

כל אחד מן התושבים שהשתתף בסקר כתב אם הוא תומך בהקמת הפארק או מתנגד להקמתו (לא היו נמנעים).

כל התושבים המבוגרים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק.

בחרו באקראי בתושב אחד מבין התושבים שהשתתפו בסקר.

נסמן ב־ p את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר.

נסמן ב־ k את ההסתברות שהתושב שנבחר תמך בהקמת הפארק.

א. הביעו באמצעות p ו־ k את ההסתברות שהתושב שנבחר היה צעיר התומך בהקמת הפארק.

מחצית מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר תמכו בהקמת הפארק.

$\frac{3}{7}$ מן המשתתפים בסקר שתמכו בהקמת הפארק היו צעירים.

ב. מצאו את p ואת k .

יוסי, כתב חדשות מקומי, ריאיין באקראי 6 מן התושבים הצעירים שהשתתפו בסקר.

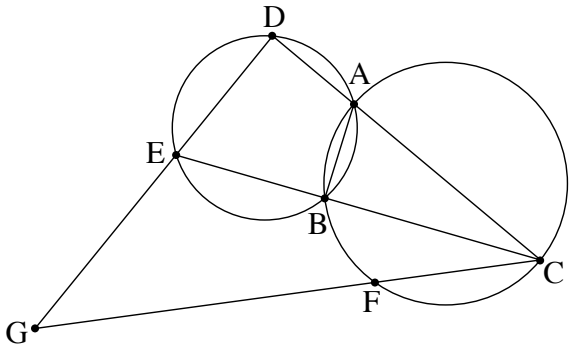
ג. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תמך בהקמת הפארק ולפחות אחד מהם התנגד להקמת הפארק?

לאחר מכן ריאיין יוסי באקראי, בזה אחר זה, 5 תושבים שהשתתפו בסקר.

ד. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן המרואיינים האלה היו צעירים, ושהמרואיין האחרון מהם היה צעיר?

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו־ B. C היא נקודה על המעגל הימני.
המשכי הקטעים CA ו־ CB חותכים את המעגל השמאלי
בנקודות D ו־ E בהתאמה.
הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט.
המשכי הקטעים CF ו־ DE נפגשים בנקודה G.



א. הוכיחו: $\sphericalangle EDA = \sphericalangle CBA$.

ב. הוכיחו: המרובע $GDAF$ הוא בר חסימה במעגל.

המיתרים AF ו־ BC נפגשים בנקודה H.

נתון: $\sphericalangle GEC = \sphericalangle CHA$.

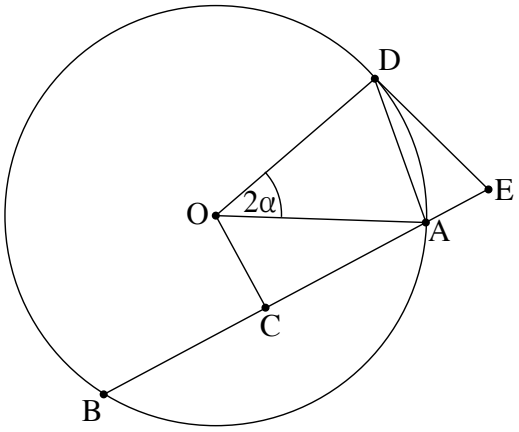
ג. הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.

נתון: CE מאונך ל־ AB.

$DE = 18$, $CD = 36$.

ד. חשבו את אורכי הקטעים EG ו־ CG.

נתון מעגל שמרכזו O והרדיוס שלו R.
נקודה E, הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר החותך את המעגל
בנקודות A ו־ B, כמתואר בסרטוט.
הנקודה D נמצאת על הקשת הגדולה AB,
כך שהקטע ED משיק למעגל.
הנקודה C היא אמצע המיתר AB.
סמן את הזווית בין הרדיוסים OD ו־ OA ב־ 2α $(\alpha < 60^o)$.



נתון: המרחק של הנקודה O מן המיתר AB הוא $0.5R$.

א. מצאו את זוויות המרובע $DOCE$. הביעו באמצעות α אם יש צורך.

ב. הביעו באמצעות R ו־ α את אורך הקטע DE.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOD הוא $\frac{4}{7}R$.

ג. מצאו את α.

ד. מצאו את היחס בין שטח המעגל החוסם את המרובע $DOCE$ ובין שטח המעגל הנתון.

/המשך בעמוד 6

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה: $g(x)=\frac{2x}{\sqrt{x}-2}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

ג. הראו כי לכל $x>0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x)=g'(x)$.

ד. לפניכם טענות I–II . קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששיפועו הוא 2 .

II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.

ה. חשבו את ערך הביטוי $\int_{0.25}^{1} g(x)\cdot f(x)\,dx$.

נתונה הפונקצייה: $f(x)=\frac{\sin(x)-a}{\sin(x)+a}$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים $\sin(x)\neq -a$.

נתון כי הגרף של הפונקצייה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$, וענו על הסעיפים ב–ה עבור התחום $-2\pi\le x\le 2\pi$.

ב. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)=-1$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.

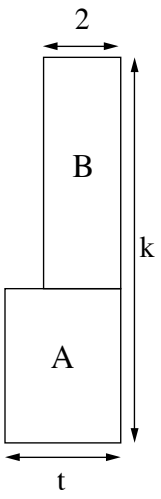
ידוע כי הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה.

ה. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

$\int_{0}^{\pi}(f(x)+1)\,dx>\frac{\pi}{2}$.

/המשך בעמוד 7

8. נתונות שתי גינות מלבניות הצמודות זו לזו, גינה A וגינה B.



הרוחב של גינה A הוא t מטרים.

הרוחב של גינה B הוא 2 מטרים ושטחה הוא $2t+2$ מ"ר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

האורך הכולל של שתי הגינות הוא k מטרים. k הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות k ו־t את שטח הגינה A.

ב. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה B ובין שטח הגינה A הוא מינימלי.

ג. הביעו באמצעות k את הערך של t שבעבורו היחס בין שטח הגינה A ובין שטח הגינה B הוא מקסימלי. נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2024 חורף 571

1. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) הוכחה

(2.) $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}=\frac{2x}{x}=\frac{2}{1}$

(3.) קוטר BE

ג. (1.) II

(2.) עלייה בתחום $x>4$ או $x<-5$

ירידה בתחום $-5<x<-4$

ד. (1.) גרף II

(2.) 3 נק'

(3.) $f(x_c)=5$

2. פתרון מלא

א. עולה: $k>2$

יורדת: $k<2$

קבועה: $k=2$

ב. $k=-3$

ג. הוכחה

ד. $S_{b^2}=-48,465$

3. פתרון מלא

א. $k+p-1$

ב. $k=0.7\ ,\ p=0.6$

ג. $P=\frac{31}{32}$

ד. $P=\frac{648}{3,125}$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. הוכחה

ד. $EG=30\ ,\ CG=60$

5. פתרון מלא

א. $\sphericalangle E=120^\circ-2\alpha\ ,\ \sphericalangle COD=60^\circ+2\alpha$
$\sphericalangle OCA=90^\circ\ ,\ \sphericalangle ODE=90^\circ$

ב. $\frac{2R\sin\alpha\cdot\sin(60^\circ+\alpha)}{\sin(120^\circ-2\alpha)}$

ג. $\alpha=28.96^\circ$

ד. $\frac{S_{\odot CODE}}{S_{\odot o}}=0.55$

571 חורף 2024

6. פתרון מלא

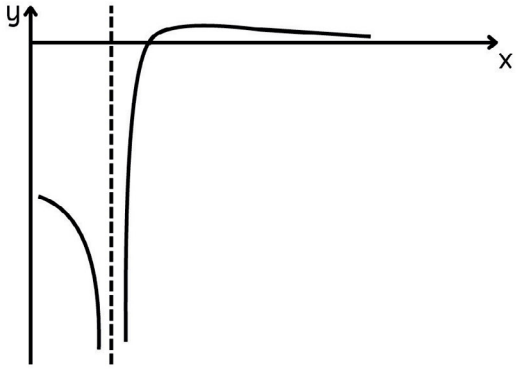
א. (1) $x \geq 0\ ,\ x \neq 4$

(2) $(x \to +\infty)\ y = 0\ ,\ x = 4$

(3) $(16\ ,\ 0)\ ,\ (0\ ,\ -1)$

(4) $(0, -1)\max\ ,\ (36\ ,\ 0.125)\max$

ב.



ג. הוכחה

ד. I. לא נכונה

II. נכונה

ה. $\int_{0.25}^{1} g(x) \cdot f(x)dx = 1\frac{17}{18}$

7. פתרון מלא

א. $a = 1$

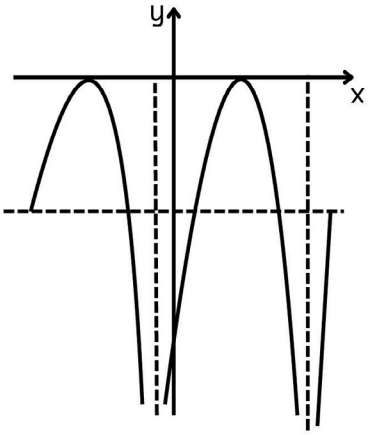
ב. (1) $-2\pi \leq x \leq 2\pi\ ,\ x \neq -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

(2) $(0\ ,\ -1),\ \left(-\frac{3\pi}{2}\ ,\ 0\right)\ ,\ \left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right)$

(3) $(-2\pi\ ,\ -1)\min\ ,\ \ (2\pi\ ,\ -1)\max$

$\left(-\frac{3\pi}{2}, 0\right)\max\ ,\ \left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right)\max$

ג.



ד. 5 פתרונות

ה. הטענה נכונה.

8. פתרון מלא

א. $S_A = \quad kt - t^2 - t$

ב. $\frac{S_B}{S_A}\min \ \to\ t = -1 + \sqrt{k}$

ג. $\frac{S_A}{S_B}\max \ \to\ t = -1 + \sqrt{k}$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על ארבע שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.

$4 \times 25 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יו"ר

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

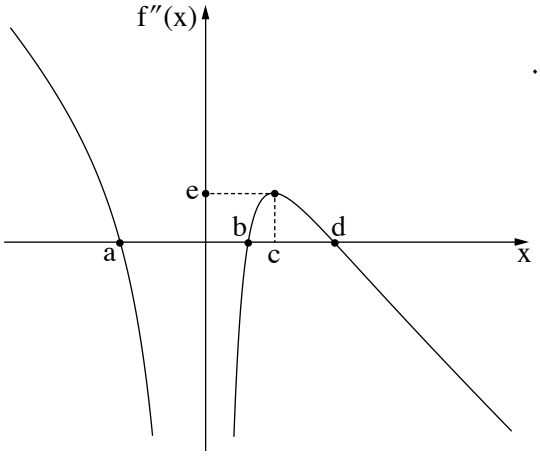
1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. הוכיחו באינדוקצייה מתמטית או בדרך אחרת כי השוויון שלפניכם מתקיים בעבור כל n טבעי:

$$4+13+\ldots+\frac{5n^2+3n}{2}=\frac{n(n+1)(5n+7)}{6}$$

ב. נתונות הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $f''(x)$, המוגדרות לכל $x\neq 0$.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.



לגרף הפונקצייה $f''(x)$ יש שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה־ x , ושיעוריהן הם $(a\,,0)$, $(b\,,0)$, $(d\,,0)$.

הנקודה $(c\,,e)$ היא נקודת הקיצון של הפונקצייה $f''(x)$.

(1) הביעו באמצעות a , b , c , d , e , אם יש צורך,

את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

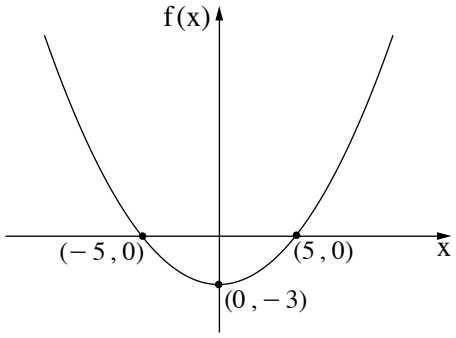
נתונה הפונקצייה $h(x)$, המקיימת: $h'(x)=f''(x)-e$.

הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת לכל $x\neq 0$.

(2) מצאו כמה נקודות קיצון וכמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $h(x)$ (אם יש כאלה).

נמקו את תשובתכם.

ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$, ועליו כתובים כל שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x ושיעורי נקודת המינימום שלה.



הפונקצייה מוגדרת לכל x.

נתונות הפונקציות: $g(x)=|f(x)+m|$, $h(x)=|f(x)|+m$.

m הוא פרמטר, $0<m<2$.

(1) הביעו באמצעות m, אם יש צורך,

את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$.

(2) הביעו באמצעות m, אם יש צורך, את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) לפניכם שתי טענות, I–II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.

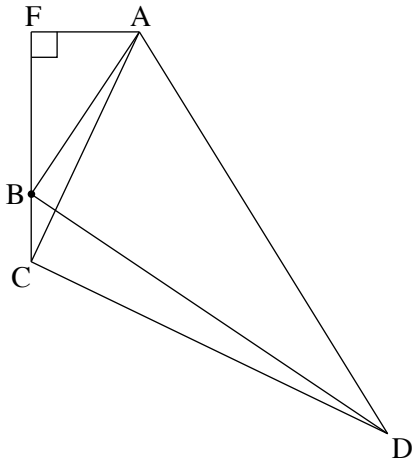
I. הפונקציות $g(x)$ ו־ $h(x)$ חיוביות לכל ערך של x.

II. לכל ערך של m בתחום $0<m<2$ מתקיים שהישר $y=m+\frac{1}{2}$ חותך כל אחת מן הפונקציות $g(x)$ ו־ $h(x)$ בשלוש נקודות.

ד. המרובע $ABCD$ הוא בר חסימה במעגל, כך ש־ AD הוא קוטר במעגל.

הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CB, כך ש־ $FA\perp FB$,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.



(1) הוכיחו: $\triangle AFB\sim\triangle ACD$.

נתון: $\sphericalangle BDA=24^o$.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשולש ACD ובין שטח המשולש AFB.

פרק שני – סדרות והסתברות

2. הסדרה A היא סדרה הנדסית שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3 \ldots$ ומנתה היא q, $-1 < q < 0$.

נתון: $a_1 = 1$.

הסדרה B מוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $b_n = a_n \cdot a_{n+2}$.

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות q.

ב. לפניכם שלוש טענות I–III. קבעו עבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הסדרה A לא עולה ולא יורדת.

II. הסדרה B היא סדרה עולה.

III. האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה A יוצרים סדרה עולה.

נתון: הסדרה B היא סדרה אין־סופית שסכומה הוא $\frac{1}{8}$.

ג. מצאו את ערכו של q.

נתונה סדרה הנדסית נוספת C, המוגדרת לכל n טבעי באופן הזה: $c_n = \frac{a_n}{b_n}$.

נתון: $c_3 + c_4 + \ldots + c_m = 44{,}307$, m הוא מספר טבעי.

ד. מצאו את הערך של m.

3. בחידון יש 5 שאלות. ההסתברות לענות נכון על כל אחת מן השאלות היא P.

ידוע כי ההסתברות שמתמודד בחידון יענה נכון על 4 שאלות לכל היותר היא 0.83193.

א. מצאו את P.

ב. מצאו את ההסתברות שמתמודד בחידון יענה נכון על 3 שאלות בדיוק.

מספר הנקודות הניתן לכל שאלה זהה למספר השאלה. כלומר מתמודד שענה נכון על שאלה 1, מקבל נקודה אחת.

מתמודד שענה נכון על שאלה 2 מקבל שתי נקודות, וכן הלאה.

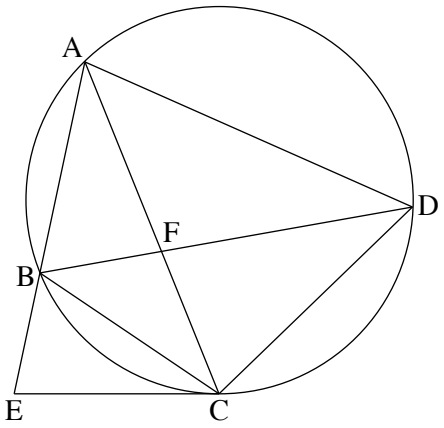
ג. מצאו את ההסתברות שמתמודד יצבור 14 נקודות לפחות.

ד. מצאו את ההסתברות שמתמודד בחידון יצבור 6 נקודות בדיוק.

ה. ידוע כי אחינועם ענתה נכון על 3 שאלות בדיוק. מצאו את ההסתברות שהיא צברה 6 נקודות בדיוק.

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. המרובע $ABCD$ חסום במעגל. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה F.



המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשך המיתר AB בנקודה E (ראו סרטוט).

נתון: $AB = CB$.

א. הוכיחו: $\sphericalangle EBC = 2 \cdot \sphericalangle BDC$.

נתון: AC חוצה את זווית ECD, $\frac{CD}{CF} = \frac{7}{4}$.

ב. **(1)** הוכיחו: $AC = AD$.

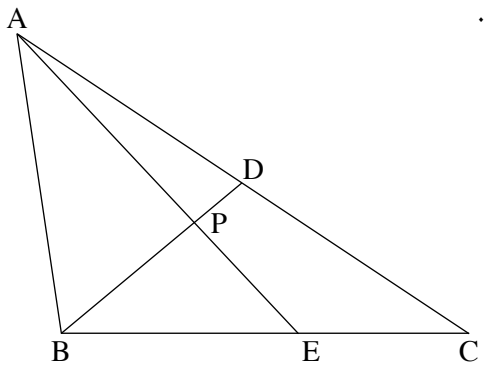
(2) מצאו את היחס $\frac{AD}{CD}$.

(3) מצאו את היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש CBF.

נסמן את שטח המשולש ABF ב־ S.

ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש AEC.

5. במשולש ABC, BD הוא תיכון לצלע AC. הנקודה E נמצאת על הצלע BC.



BD ו־ AE נחתכים בנקודה P (ראו סרטוט).

נתון: $BP = 3 \cdot PD$.

נסמן: $AB = k$, $\sphericalangle BAP = \alpha$, $\sphericalangle ABP = \beta$, $\alpha < \beta$.

א. הביעו באמצעות α, β ו־ k את אורכי הקטעים AP ו־ BP.

נתון כי AE ו־ BD מאונכים זה לזה, וכי שטח המשולש ABD הוא $\frac{1}{4}k^2$.

ב. מצאו את גודל הזווית α.

ג. מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEB.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4x}{(x^2-a)^2}$, a הוא פרמטר חיובי.

ענו על סעיפים א–ה. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x)=f(x)$. גרף הפונקציה $g(x)$ עובר בנקודה $(0\ ,\ 0)$.

הפונקציות $f(x)$ ו־$g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ג. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה $g(x)$.

ד. **(1)** מצאו פונקציה $g(x)$ המקיימת תנאים אלו.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ שמצאתם בתת־סעיף ד(1).

$h(x)$ היא פונקציה המוגדרת כך: $h(x)=f(x)\cdot g(x)$.

הפונקציות $h(x)$ ו־$f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ה. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $h(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות של הפונקציה $h(x)$.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\cos x-\sqrt{\cos x}$, בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) הראו כי הפונקצייה $f(x)$ היא פונקצייה זוגית.

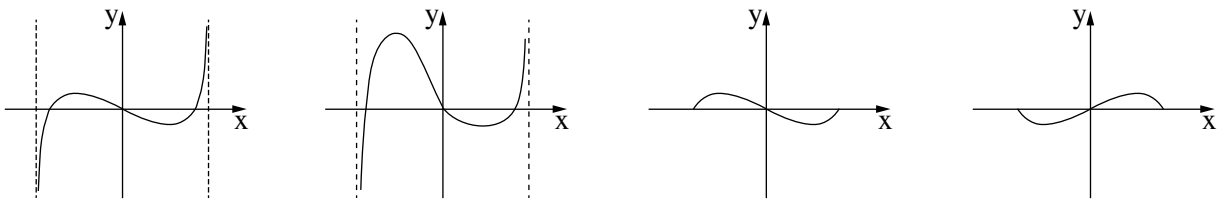
(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



I II III IV

נתונה הפונקצייה $g(x)=k-f(x)$, k הוא פרמטר חיובי. הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x בתחום בין 0 ל־ $\frac{\pi}{2}$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ ועל ידי הישרים $x=\frac{\pi}{2}$ ו־ $x=-\frac{\pi}{2}$ הוא $10\cdot S$.

ה. הביעו את k באמצעות S .

8. הקטע AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R .

מסמנים על הקוטר נקודה C ועל המעגל מסמנים נקודה D ,

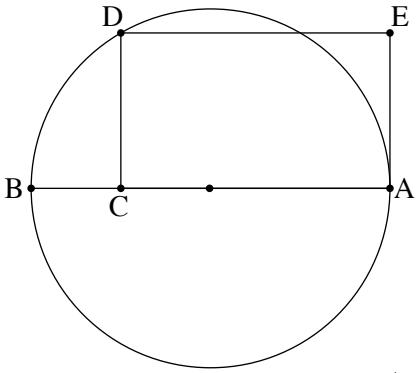
כך שהקטע CD מאונך לקטע AB . הקטע AC גדול מ־ R .

דרך הנקודה D מעבירים ישר שמקביל לקוטר AB .

דרך הנקודה A מעבירים משיק למעגל.

הישר המקביל והמשיק נחתכים בנקודה E .

נסמן: $AC=x$.



א. הביעו באמצעות R את הערך של x שבעבורו שטח המלבן $ACDE$ מקסימלי.

הנקודה F נמצאת על הצלע DE .

ב. הביעו באמצעות R את סכום השטחים המקסימלי של המשולשים CDF ו־ AFE .

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2024 קיץ מועד א 571

1. פתרון מלא

א. הובחה

ב. (1.) עלייה: $b<x<d$ או $x<a$

ירידה: $a<x<o$ או $x>d$ או $o<x<b$

(2.) $h(x)$: נק' קיצון אחת, נק' פיתול אחת

ג. (1.) עבור $g(x)$ מקסימום $(0,-m+3)$

(2.) עבור $h(x)$ מקסימום $(0\ ,\ 3+m)$,

מינימום $(-5\ ,\ m),\ (5\ ,\ m)$

(3.) I הטענה אינה נכונה

II הטענה אינה נכונה

ד. (1.) הובחה

(2.) 6.045

2. פתרון מלא

א. q^2

ב. I. נכונה

II. לא נכונה

III. נכונה

ג. $q=-\frac{1}{3}$

ד. $m=9$

3. פתרון מלא

א. $P=0.7$

ב. $P=0.3087$

ג. $P=0.2401$

ד. $P=0.05733$

ה. $P=\frac{1}{10}$

4. פתרון מלא

א. הובחה

ב. (1.) הובחה

(2.) $\frac{AD}{CD}=\frac{4}{3}$

(3.) $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta CBF}}=\frac{4}{3}$

ג. $S_{\Delta AEC}=2\frac{3}{4}S$

5. פתרון מלא

א. $BP=\frac{k\sin(\alpha)}{\sin(\alpha+\beta)}$, $AP=\frac{k\sin(\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$

ב. $a=24.3^\circ$

ג. $\frac{R_{\Delta AEC}}{R_{\Delta AEB}}=1.8433$

קיץ מועד א 571 2024

6. פתרון מלא

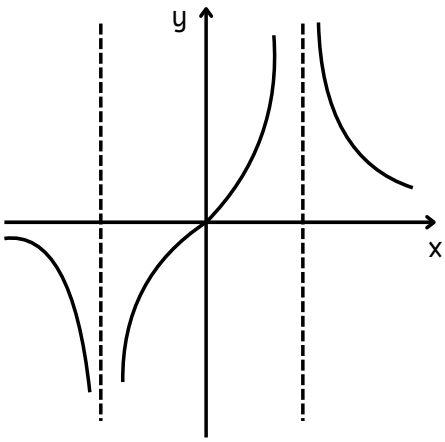
א. (1) $x \neq \pm\sqrt{a}$

(2) $x = -\sqrt{a},\ x = \sqrt{a},\ y = 0$

(3) עלייה: $-\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$

ירידה: $x > \sqrt{a}$ או $x < -\sqrt{a}$

ב.

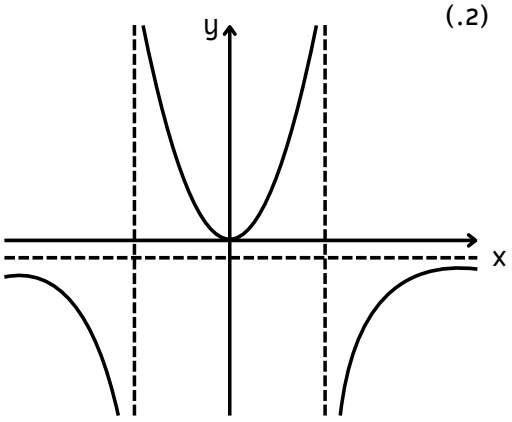


ג. $\cup$: $-\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$

$\cap$: $x > \sqrt{a}$ או $x < -\sqrt{a}$

ד. (1) $g(x) = -\frac{2}{x^2 - a} - \frac{2}{a}$

(2)



ה. (1) $h(x)$: $x = -\sqrt{a}\,,\ x = \sqrt{a}\,,\ y = 0$

(2) $x < -\sqrt{a}\,,\ 0 < x < \sqrt{a}$

7. פתרון מלא

א. (1) $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

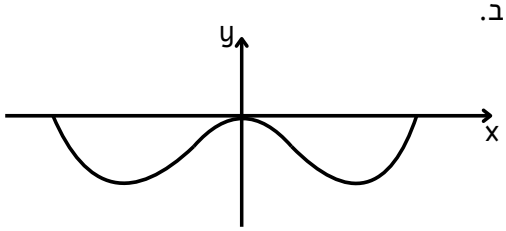
(2) זוגית.

(3) $(0\,,\,0)\,,\ \left(-\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)\,,\ \left(\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)$

(4) $(0\,,\,0)\ \max\,,\ (1.32\,,\,-0.25)\min\,,\ \left(\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)\max$

$\left(-\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)\max\,,\ (-1.32\,,\,-0.25)\min$

ב.



ג. שליליות: $x \neq 0\,,\ -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ חיוביות: אף x

ד. $f'(x)$: IV

ה. $k = \frac{6S}{\pi}$

8. פתרון מלא

א. $x = 1.5R$

ב. $S = \frac{3\sqrt{3}}{8}R^2$

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, **מועד ב**, 2024
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

פתרון הבגרות

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על ארבע שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
$4 \times 25 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יז

השאלות

ענו על ארבע מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. **(1)** הוכיחו באינדוקצייה מתמטית או בדרך אחרת כי השוויון שלפניכם מתקיים בעבור כל n טבעי.

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$$

(2) האם הביטוי $1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+n(n+1)$ שווה ל־ $\frac{n+1}{n}$ בעבור כל n טבעי? נמקו את תשובתכם.

ב. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

נסמן: $\sphericalangle ACB=\alpha$, $0^o<\alpha<90^o$.

(1) הביעו באמצעות α את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש ABC,

ובין רדיוס המעגל החוסם את משולש AOB.

נתון כי היחס שהבעתם בתת־סעיף (1) שווה ל־ $\sqrt{2}$,

וכי הצלע CB משיקה למעגל החוסם את משולש AOB.

(2) הוכיחו כי מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.

ג. נתון כי הפונקצייה $f(x)$ היא פונקצייה אי־זוגית ורציפה המוגדרת לכל x.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ובה $x=-\frac{1}{2}$.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־x היא בנקודה $(1,0)$.

(1) סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הפונקצייה $g(x)$ היא פונקצייה זוגית המוגדרת לכל x.

פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת $g'(x)=-f(x)$.

נתון: $g(1)=2$.

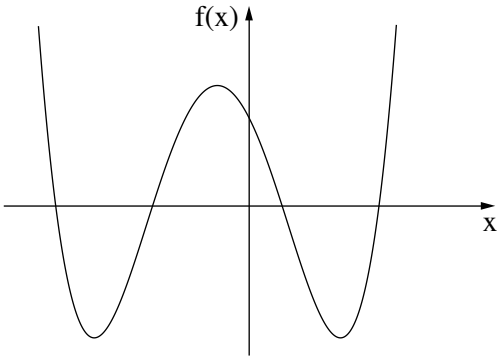
(2) מצאו את שיעורי נקודות המינימום של הפונקצייה $g(x)$.

(3) לפניכם שני היגדים I–II. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. שיעור ה־y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ הוא בין 0 ל־2.

II. הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x.

ד. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת לכל x.



אחד מן הביטויים I–IV שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

(1) קבעו איזה מן הביטויים מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.

I. $f(x)=x(x-4)(x+6)$

II. $f(x)=x(x-1)(x+3)(x+6)$

III. $f(x)=(x-4)(x-1)(x+3)(x+6)$

IV. $f(x)=(x-4)(x+1)(x+3)(x+6)$

נתונה הפונקצייה $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

(2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון: $\int_4^7 g(x)dx=k$.

(4) הביעו באמצעות k את הערך של $\int_5^8 [(2\cdot g(x-1)+1]dx$.

פרק שני – סדרות והסתברות

2. נתונה סדרה הנדסית שבה $2n+1$ איברים (n הוא מספר טבעי).

כל איברי הסדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2n+1}$ הם חיוביים.

סכום איברי הסדרה ללא שני האיברים הראשונים גדול פי 4 מסכום איברי הסדרה ללא שני האיברים האחרונים.

נתון כי סכום האיברים שנמצאים אחרי האיבר האמצעי גדול פי 256 מסכום האיברים שנמצאים לפני האיבר האמצעי.

א. מצאו את n.

המשיכו את הסדרה הנתונה, כך שנוצרה סדרה הנדסית אין־סופית.

נתון: B היא סדרה אין־סופית המקיימת לכל k טבעי $b_k = \frac{1}{(a_k + a_{k+1})^2}$.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, ומצאו את מנתה.

בסדרה B כופלים כל איבר שנמצא במקום זוגי ב־ 2.

נתון כי לאחר ההכפלה, סכום האיברים שנמצאים במקומות האי־זוגיים גדול ב־ $\frac{1}{30}$ מסכום האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים.

ג. מצאו את a_1.

3. במחקר שנעשה בקרב תלמידים בבית ספר מסוים נבדק הקשר בין חברות בתנועת נוער ובין התנדבות בקהילה.

80% מן החברים בתנועת נוער מתנדבים בקהילה.

בוחרים באקראי 5 תלמידים שחברים בתנועת נוער (הוצאה עם החזרה).

א. מהי ההסתברות שבחרו לפחות תלמיד אחד שמתנדב ולפחות תלמיד אחד שאינו מתנדב?

נתון כי 55% מן התלמידים אינם חברים בתנועת נוער ואינם מתנדבים, ו־ $\frac{1}{12}$ מן התלמידים שאינם חברים בתנועת נוער מתנדבים.

ב. כמה אחוזים מן התלמידים חברים בתנועת נוער?

במחקר השתתפו 100 תלמידים סך הכול.

ג. כמה מן התלמידים חברים בתנועת נוער ואינם מתנדבים?

ד. בוחרים באקראי 3 מן התלמידים שאינם מתנדבים (הוצאה ללא החזרה).

(1) מהי ההסתברות שהתלמיד הראשון שנבחר חבר בתנועת נוער ושני התלמידים שנבחרו אחריו אינם חברים בתנועת נוער?

(2) מהי ההסתברות שאחד מן התלמידים שנבחרו חבר בתנועת נוער והשניים האחרים אינם חברים בתנועת נוער אם ידוע שהתלמיד הראשון שנבחר אינו חבר בתנועת נוער?

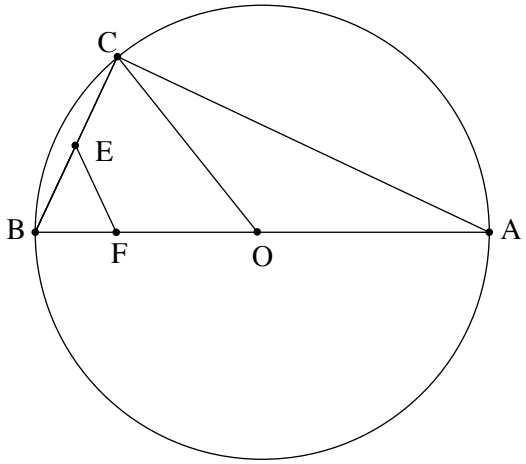
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O כך ש־ AB הוא קוטר במעגל.

הנקודה E נמצאת על הצלע BC ,

והנקודה F נמצאת על הקטע BO , כמתואר בסרטוט.

נתון כי המרובע CEFO הוא בר חסימה במעגל.



א. הוכיחו: $EF = EB$.

המעגל החוסם את המרובע CEFO חותך את הצלע AC בנקודה D

כך ש־ ED מקביל ל־ AB .

ב. **(1)** הוכיחו כי המרובע EDOB הוא מקבילית.

(2) הוכיחו: $OD \perp AC$.

הישר ℓ משיק בנקודה C למעגל החוסם את המשולש ABC .

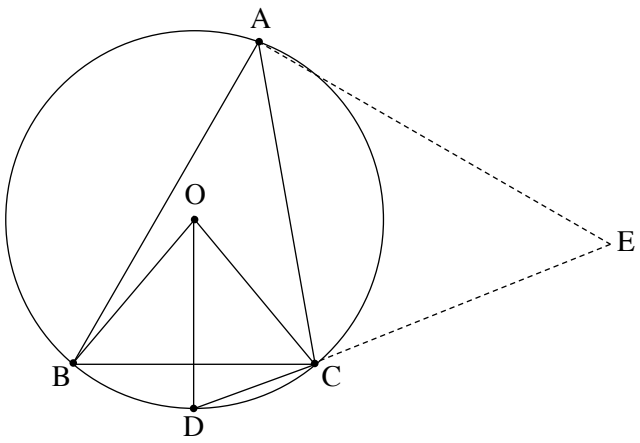
ג. הוכיחו כי הישר ℓ משיק למעגל החוסם את המרובע CEFO .

5. משולש ABC חד זוויות חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

הנקודה D היא אמצע הקשת הקטנה BC , כמתואר בסרטוט.

נתון: $\sphericalangle ABC = 60^o$.

נסמן: $\sphericalangle BAC = \alpha$.



א. הביעו באמצעות R ו־ α את שטחי המשולשים

ABC ו־ ODC .

נתון כי היחס בין שטח המשולש ABC

ובין שטח המשולש ODC הוא $2\sqrt{3}\sin(80^o)$.

ב. מצאו את הערך של α .

הנקודה E נמצאת על המשך המיתר DC כך ש־ $\sphericalangle CAE = 50^o$, כמתואר בסרטוט.

ג. הביעו באמצעות R את רדיוס המעגל החסום במשולש ACE .

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x-1}{(x-a)^3}$, המוגדרת בתחום $x\neq a$, a הוא פרמטר שונה מ־ 0.

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(2). הביעו את תשובותיכם באמצעות a, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

ב. מצאו עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון שנמצאת משמאל לאסימפטוטה האנכית לציר ה־ x, וקבעו את סוגה.

הגרפים 1–4 שבסוף השאלה מתארים את הפונקציה $f(x)$ בעבור ערכים שונים של a.

ג. התאימו לכל אחד מן הערכים I–IV של a את הגרף המתאים לו, ונמקו את תשובותיכם.

I. $a=-1$ II. $a=0.5$ III. $a=1$ IV. $a=2$

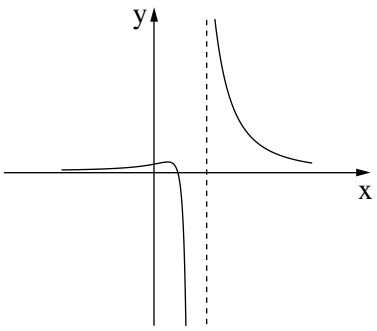
נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x)=f(x)-b$ בעבור הערך של a המתאים לגרף 2.

b הוא פרמטר חיובי.

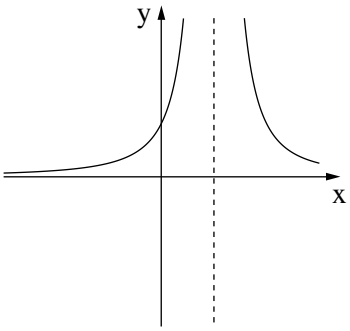
אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x היא $(t,0)$, $1<t<5$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x=t$ ועל ידי הישר $x=5$ הוא 1.75.

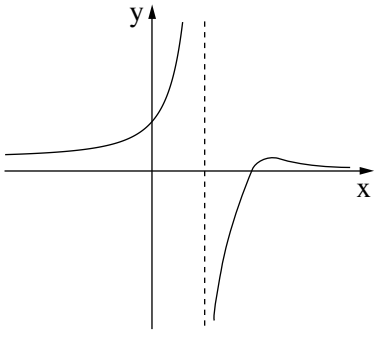
ד. מצאו את הערך של b.



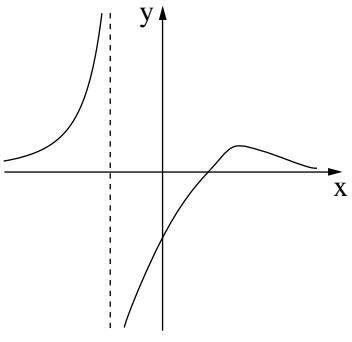
1



2



3



4

7. נתונה הפונקציה $f(x)=(b+\cos x)\sin x$, המוגדרת בתחום $-\pi \le x \le \pi$, b הוא פרמטר.

א. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי לגרף הפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה־ x .

ב. לפניכם שלוש אפשרויות I–III לערכים של b .

קבעו איזו אפשרות יכולה להתאים לפונקציה $f(x)$, ונמקו את קביעתכם.

I. $b=0$ II. $0<b<1$ III. $1\le b$

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$, כאשר $\cos x=\frac{1}{4}$, הוא $\left(-\frac{5}{8}\right)$.

ג. מצאו את הערך של b .

הציבו $b=1$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד–ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. **(1)** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=\left(f(x)\right)^2\cdot f'(x)$. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום $0\le x\le \pi$.

ו. חשבו את השטח ברביע הראשון, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

8. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x}$, המוגדרת בתחום $x\ge 0$, ונתונה הפונקציה $g(x)=\frac{16}{x^2+3}$, המוגדרת לכל x .

א. **(1)** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה $g(x)$.

(3) סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

בנקודה $C(t,0)$ מעבירים אנך לציר ה־ x , $t>0$.

האנך חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ואת הגרף של הפונקציה $g(x)$ בנקודה B .

ב. הביעו באמצעות t את מכפלת אורכי הקטעים AC ו־ BC .

ג. הוכיחו כי מכפלת אורכי הקטעים AC ו־ BC מקסימלית כאשר הנקודה B היא נקודת פיתול של הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $k(x)=\frac{8\sqrt{x-4}}{(x-4)^2+3}$, המוגדרת בתחום $x\ge 4$.

ד. היעזרו בסעיפים הקודמים של השאלה. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $k(x)$, וקבעו את סוגה.

נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2024 קיץ מועד ב 571

1. פתרון מלא

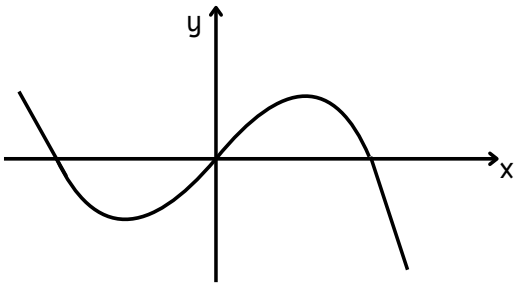
א. (1.) הוכחה

(2.) אינו שווה

ב. (1.) $\frac{R_{\Delta ABC}}{R_{\Delta AOB}} = 2\cos(\alpha)$

(2.) הוכחה

ג. (1.)



(2.) $(1,2)$ או $(-1,2)$

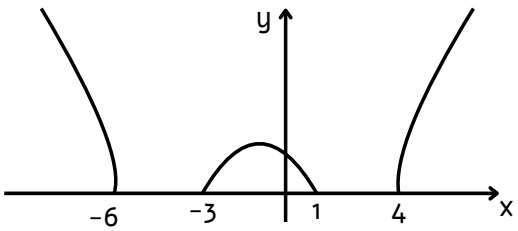
(3.) I ההיגד אינו נכון

II ההיגד נכון

ד. (1.) $f(x) : III$

(2.) $x \geq 4$ או $-3 \leq x \leq 1$ או $x \leq -6$

(3.)



(4.) $\int_5^8 [2 \cdot g(x-1)+1]dx = 2K+3$

2. פתרון מלא

א. $n = 7$

ב. הוכחה

ג. $a_1 = \frac{4}{3}$

3. פתרון מלא

א. $P = \frac{84}{125} = 0.672$

ב. 40%

ג. 8

ד. (1.) $P = \frac{1,320}{13,237}$

(2.) $P = \frac{432}{1,891}$

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. (1.) הוכחה

(2.) הוכחה

ג. הוכחה

5. פתרון מלא

א. $S_{\Delta ABC} = \sqrt{3}R^2 \sin\alpha \sin(120^\circ - \alpha)$

$S_{\Delta ODC} = 0.5R^2 \sin\alpha$

ב. $\alpha = 40^\circ$

ג. $0.519R$

2024 קיץ מועד ב 571

6. פתרון מלא

א. (1) $y=0\ ,\ x=a$

(2) $\left(0\ ,\ \frac{1}{a^3}\right)$

ב. $a>1$

ג. 1. גרף 4 : $a=-1$

2. גרף 3 : $a=0.5$

3. גרף 2 : $a=1$

4. גרף 1 : $a=2$

ד. $b=4$

7. פתרון מלא

א. אי זוגית

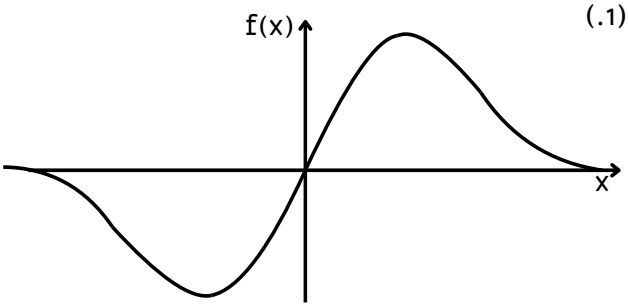
ב. III

ג. $b=1$

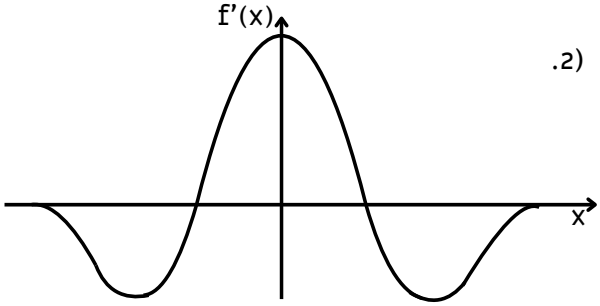
ד. $(-\pi\ ,\ 0)\max\ ,\ (\pi\ ,\ 0)\min$

$\left(-\frac{\pi}{3}\ ,\ -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)\min\ ,\ \left(\frac{\pi}{3}\ ,\ \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)\max$

ה. (1)



(2)



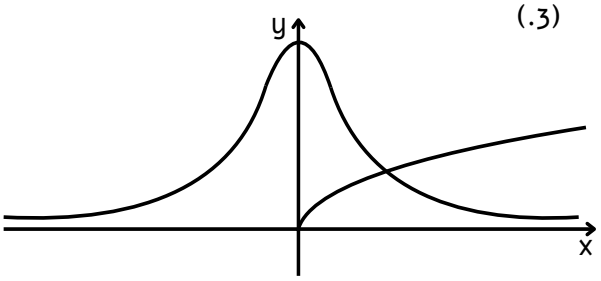
ו. $S=\frac{27\sqrt{3}}{64}$

8. פתרון מלא

א. (1) $\left(0\ ,\ 5\frac{1}{3}\right)\max$

(2) $(-1\ ,\ 4)\ ,\ (1\ ,\ 4)$

(3)



ב. $\frac{16\sqrt{t}}{t^2+3}$

ג. הובחה

ד. $k(x)$: $(5\ ,\ 2)\max$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
$5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יח

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. נתון כי השוויון $8+24+48+...+n(n+2)=\frac{n(n+a)(n+4)}{6}$ מתקיים בעבור $n=2$.

a הוא פרמטר.

(1) מצאו את הערך של a.

(2) בעבור הערך של a שמצאתם, הוכיחו באינדוקצייה או בכל דרך אחרת כי השוויון הנתון מתקיים לכל n טבעי זוגי.

ב. כל המועמדים ללימודים באוניברסיטה נבחנים בשני מבחנים.

נמצא כי מספר המועמדים שהצליחו רק במבחן הראשון קטן פי 4 ממספר המועמדים שהצליחו בשני המבחנים.

$\frac{8}{9}$ מן המועמדים שהצליחו במבחן השני, הצליחו גם במבחן הראשון.

נסמן ב־ p את ההסתברות לבחור באקראי מועמד שהצליח רק במבחן הראשון.

(1) הביעו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי מועמד שהצליח לפחות במבחן אחד.

(2) ידוע שנבחר באקראי מועמד שהצליח לפחות במבחן אחד.

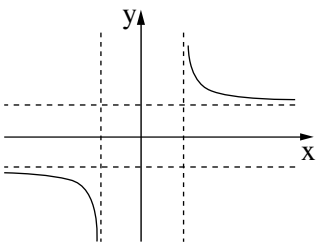
מהי ההסתברות שהמועמד שנבחר הצליח בשני המבחנים?

ג. נתונות הפונקציות: $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$, $h(x)=\sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$.

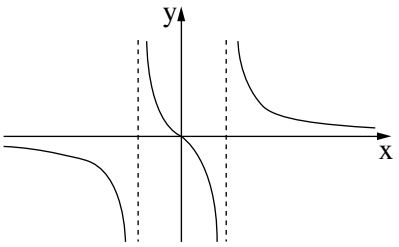
(1) מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו־ $h(x)$.

(2) התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו־ $h(x)$, את הגרף המייצג אותה מבין הגרפים 1–5 שלפניכם.

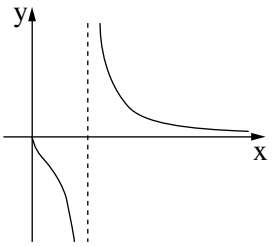
נמקו את קביעותיכם.



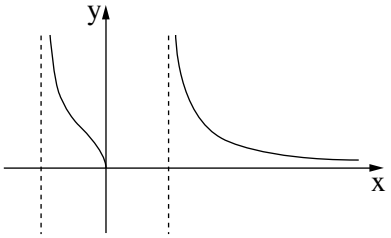
3



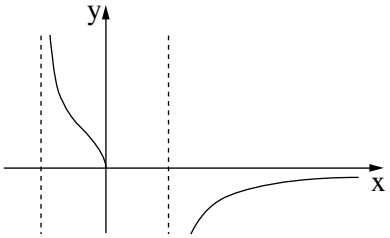
2



1



5



4

ד. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$, מוגדרות לכל x .

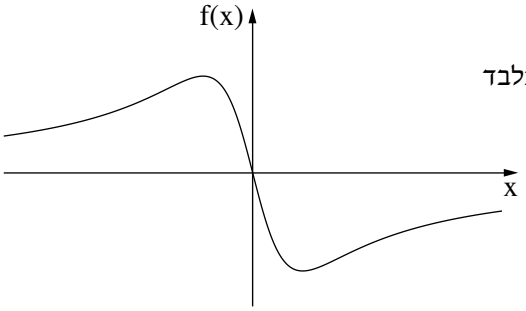
בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי־זוגית, ויש לה נקודת מינימום אחת בלבד

ששיעוריה הם $(3,-6)$.

לפונקצייה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$

יש אסימפטוטה אופקית $y=0$.



(1) סרטטו סקיצה אפשרית של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f^2(x)\cdot f'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. נתונה סדרה הנדסית A שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \ldots$, ובה m איברים (m הוא מספר טבעי גדול מ־ 4).

נתון: כל איברי הסדרה A הם שליליים.

סכום $m-4$ האיברים האחרונים בסדרה הוא פי 16 מסכום $m-4$ האיברים הראשונים בסדרה.

א. **(1)** מצאו את מנת הסדרה A.

(2) האם הסדרה A עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת? נמקו את תשובתכם.

המשיכו את הסדרה A כך שנוצרה סדרה הנדסית אין־סופית.

נתונה סדרה אין־סופית B שאיבריה מקיימים $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ לכל n טבעי. k הוא פרמטר שונה מ־ 0.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, והביעו את המנה שלה באמצעות k.

נתון כי סכום הסדרה B מתכנס.

ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k.

נתון: מנת הסדרה B היא $\frac{1}{4}$.

סכום הסדרה B הוא -3.

ד. מצאו את הערך של k ואת הערך של b_1.

בסדרה B מחקו כל איבר שלישי $(b_3, b_6, b_9 \ldots)$.

ה. מצאו את סכום האיברים הנותרים.

3. בכד א' יש 10 כדורים אדומים ו־ 15 כדורים צהובים, ובכד ב' יש רק כדורים אדומים.

דנה בוחרת באקראי כד ומוציאה ממנו באקראי כדור.

אם הכדור צהוב, היא מוציאה באקראי כדור שני מאותו הכד (הוצאה ללא החזרה).

אם הכדור הראשון אדום, היא מחזירה את הכדור לכד ושוב מוציאה באקראי כדור מאותו הכד.

א. ידוע שדנה הוציאה שני כדורים באותו הצבע. מהי ההסתברות ששניהם צהובים?

דנה מחזירה לַכד את הכדורים שהוציאה.

יעל מבצעת את התהליך הזה:

היא בוחרת באקראי כד, מוציאה ממנו באקראי כדור אחד ומחזירה אותו לַכד.

יעל חוזרת על תהליך זה עד שהיא מוציאה כדור אדום, מחזירה אותו לַכד ומפסיקה להוציא כדורים.

ב. מצאו את ההסתברות שיעל ביצעה תהליך זה 6 פעמים בדיוק.

העבירו חלק מן הכדורים מכד ב' לכד א'.

לאחר מכן בחרו באקראי כד והוציאו ממנו באקראי כדור אחד.

נתון כי לאחר ההעברה ההסתברות שהכדור שהוציאו היה אדום היא $\frac{13}{16}$.

ג. האם ייתכן שלפני ההעברה היו בכד ב' 14 כדורים? נמקו את תשובתכם.

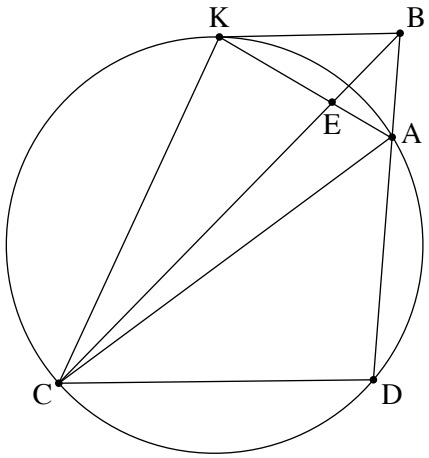
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.

הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה לַמעגל בנקודה K.

הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.

האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).



א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.

ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CE}$.

נתון: $BE=\frac{1}{4}CE$.

ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.

נתון: שטח המרובע ABKC הוא 30.

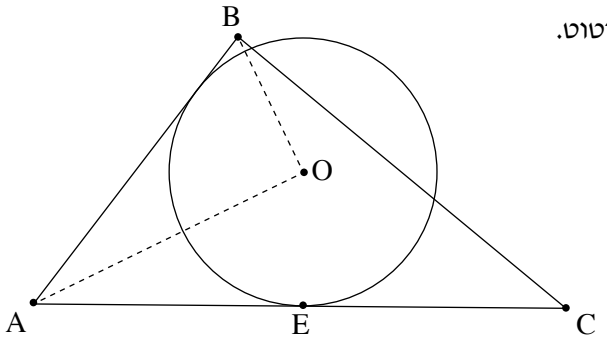
נסמן ב־ S את שטח המשולש AEB.

ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.

5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו־ AC המשיקים למעגל.

הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.



נתון: $AE=CE$, $BO\perp AO$.

נסמן ב־ 2β את הזווית BAC.

א. הביעו באמצעות R ו־ β את האורך של AB.

נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,

והזווית BAC היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של β.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.

נתון כי האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 14.

ד. מצאו את הערך של R.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתון כי $f'(x)=\frac{-4x}{(x^2-a^2)^3}$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

בסעיפים א–ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה $y=0$.

ג. מצאו פונקצייה $f(x)$ המקיימת תנאים אלה.

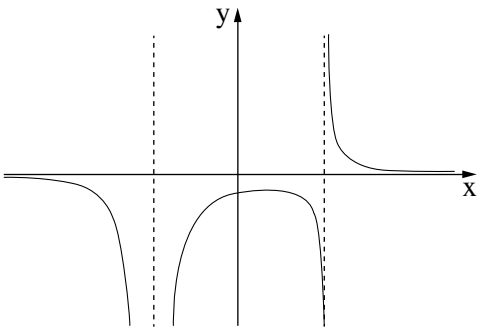
נתונות הפונקצייה $g(x)=\frac{x-a}{(x^2-a^2)^2}$ והפונקצייה $h(x)=\frac{(x-a)^2}{(x^2-a^2)^2}$.

הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו־ $h(x)$ מוגדרות באותו התחום.

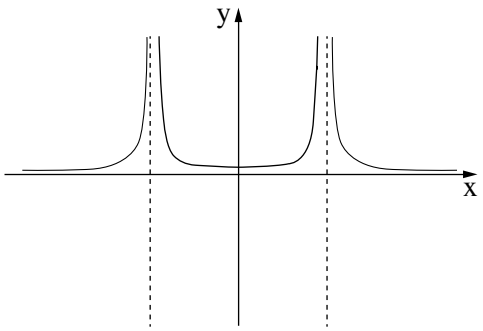
ד. התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו־ $h(x)$ גרף אפשרי המייצג אותה מבין הגרפים I–IV שבסוף השאלה.
נמקו את תשובותיכם.

נתון כי לפונקצייה $h(x-9)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $x=0.8a$.

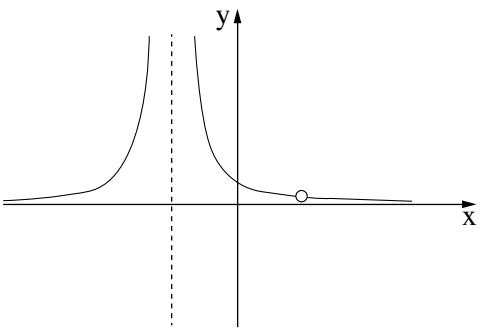
ה. מצאו את הערך של a .



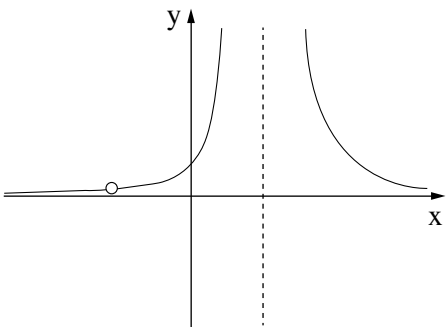
I



II



III



IV

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\cos x+\frac{4}{(\cos x)^2}+a$, בתחום $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ משיק לישר $y=4$ בשתי נקודות.

ג. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=1$ וענו על הסעיפים ד–ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקצייה $g(x)=f(x)-k$ והפונקצייה $h(x)=\frac{1}{g(x)}$, שתיהן בתחום $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

k הוא פרמטר, $k\neq 4$, $k\neq 6$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו גרף הפונקצייה $g(x)$ וגרף הפונקצייה $h(x)$ נפגשים בכל אחת מנקודות הקיצון שלהן.

8. נתונה הפונקצייה $f(x)=x\sqrt{8-x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת ואין לה נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה־x.

מן הנקודה A העבירו שני אנכים:

אנך אחד לציר ה־x החותך אותו בנקודה B , ואנך נוסף לישר $x=8$ החותך אותו בנקודה D .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2025 חורף 571

1. פתרון מלא

א. (1.) $a=2$

(2.) הובחה

ב. (1.) $P=5.5p$

(2.) $P=\frac{8}{11}$

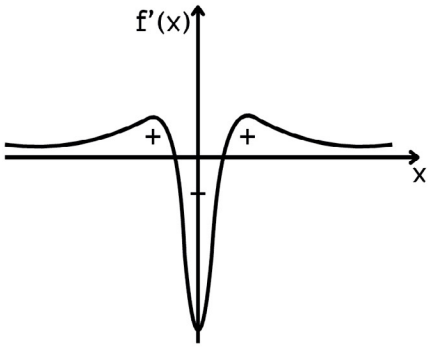
ג. (1.) $f(x):\ x>1$, $g(x):\ x<-1$, $x\geq 0, x\neq 1$, $h(x):\ x>1$, $-1<x\leq 0$.

(2.) גרף 3: $f(x)$

גרף 1: $g(x)$

גרף 5: $h(x)$

ד. (1.)



(2.) $(-3,0)$:1 $(0,0)$, $(3,0)$

(3.) 144

2. פתרון מלא

א. (1.) $q=2$

(2.) יורדת

ב. $\frac{k}{2}$

ג. $-2<k<2, k\neq 0$

ד. $k=\frac{1}{2}$, $b_1=-2.25$

ה. $-2\frac{6}{7}$

3. פתרון מלא

א. $P=\frac{35}{151}$

ב. $P=0.001701$

ג. לא ייתכן

4. פתרון מלא

א. הובחה

ב. הובחה

ג. $\frac{AK}{AB}=2$

ד. $S_{\Delta KEC}=24-4S$

5. פתרון מלא

א. $AB=\frac{2R}{\sin 2\beta}$

ב. $\beta=26.565^{\circ}$

ג. $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AOB}}=\frac{16}{5}=3.2$

ד. $R\approx 7$

2025 חורף 571

6. פתרון מלא

א. $x \neq \pm a$

ב. עלייה: $0 < x < a$ או $x < -a$

ירידה: $x > a$ או $-a < x < 0$

ג. $f(x) = \dfrac{1}{(x^2-a^2)^2}$

ד. $f(x): II$
$g(x): I$
$h(x): III$

ה. $a = 5$

7. פתרון מלא

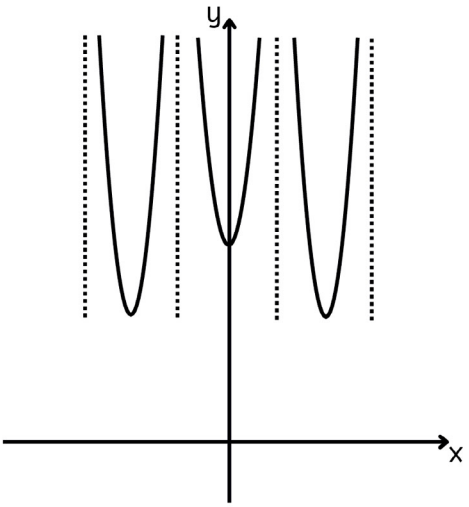
א. $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}, x \neq \pm\frac{\pi}{2}$

ב. זוגית

ג. $a = 1$

ד. $(\pi, 4)$ מינימום $(0, 6)$ מינימום $(-\pi, 4)$ מינימום

ה.



ו. $k = 5$

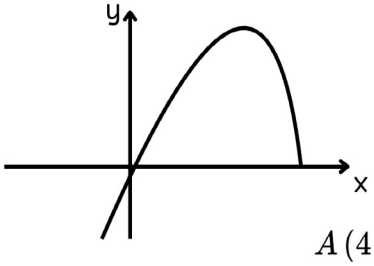
8. פתרון מלא

א. (1.) $x \leq 8$

(2.) חיוביות: $0 < x < 8$

שליליות: $x < 0$

ב.



ג. $A(4\ ,\ 8)$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
$5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

יט

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. **(1)** הוכיחו באינדוקצייה מתמטית, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$2^2+4^2+6^2+8^2+\ldots+(2n)^2=\frac{2n(2n+1)(n+1)}{3}$$

(2) חשבו את הערך של הסכום: $4^2+6^2+8^2+\ldots+90^2$.

ב. בסרטוט שלפניכם טרפז $ABCD$ ($AB\parallel CD$).

הנקודה O היא מפגש אלכסוני הטרפז.

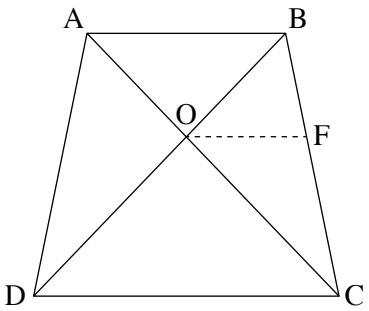
נתון: $\sphericalangle BAO=\sphericalangle CDO$.

(1) הוכיחו כי הטרפז $ABCD$ הוא שווה שוקיים.

הנקודה F נמצאת על הצלע BC כך שהקטע OF מקביל לבסיסי הטרפז.

נתון כי אלכסוני הטרפז מאונכים זה לזה, $DO=12$, $BO=9$.

(2) מצאו את אורך הקטע OF .

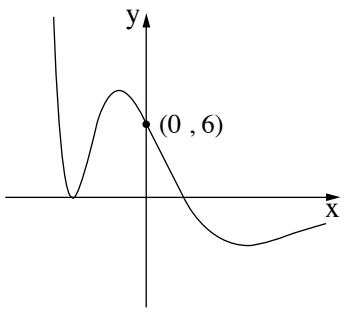


ג. הפונקצייה $f(x)$, פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ ופונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ מוגדרות לכל x .

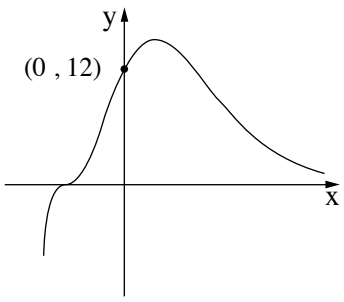
לפניכם שלושה גרפים $I-III$. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$, אחד את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ואחד את פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.

בכל אחד מן הגרפים מופיעות כל נקודות הקיצון וכל נקודות החיתוך שלו עם ציר ה־ x .

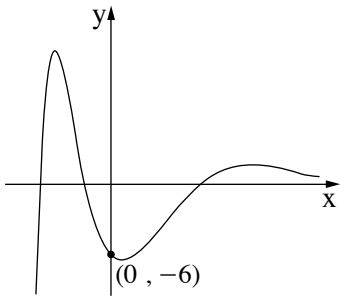
על כל אחד מן הגרפים כתובים שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה־ y .



III



II



I

(1) התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו־ $f''(x)$ את הגרף המתאר אותה. נמקו את תשובתכם.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו את תשובתכם.

שיעורי נקודת המקסימום של הפונקצייה $f(x)$ הם $(a , 15)$.

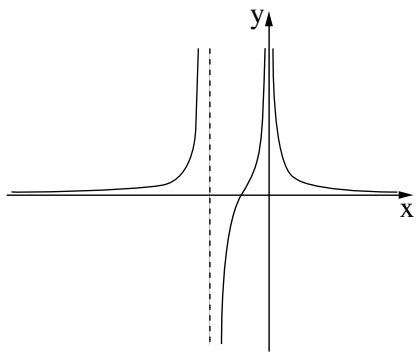
(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f'(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $f''(x)$, על ידי הישר $x = a$ ועל ידי ציר ה־ y .

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$, המוגדרת בתחום $x\neq 0\ ,\ x\neq -2$.

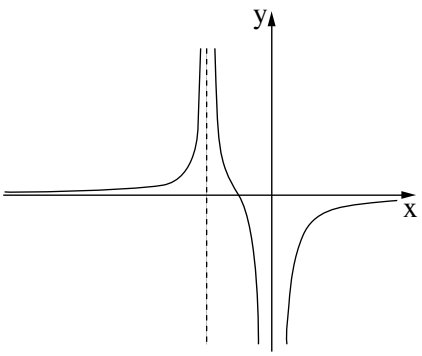
(1) מצאו את תחומי החיוביות של הפונקצייה $f(x)$.

(2) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

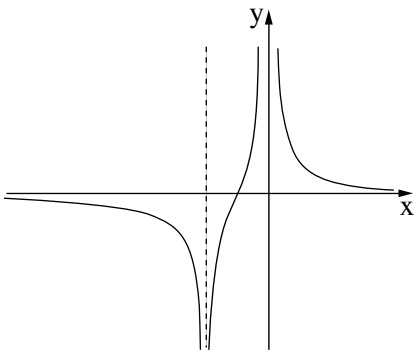
(3) חשבו את השטח הכלוא על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=1$ ו־ $x=3$.



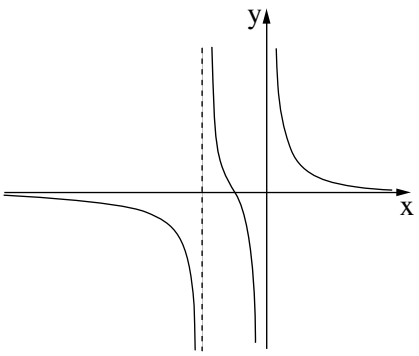
I



II



III



IV

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. נתונה סדרה הנדסית אין־סופית A שאיבריה הם $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

נתון: $2a_2 + 8 = a_4$, $\frac{a_4}{a_2} = 4$.

א. מצאו את הערך של a_3 (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה A לא עולה ולא יורדת.

בונים מאיברי הסדרה A סדרה אין־סופית חדשה B.

נתון כי איברי הסדרה B מקיימים $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

ב. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה הנדסית, ומצאו את המנה שלה.

בונים מאיברי הסדרה A סדרה הנדסית אין־סופית נוספת C.

איברי הסדרה C הם: $\ldots, \frac{k}{a_5 \cdot a_6}, \frac{k}{a_3 \cdot a_4}, \frac{k}{a_1 \cdot a_2}$. $k \neq 0$ הוא פרמטר.

ג. **(1)** מצאו את מנת הסדרה C.

(2) מצאו בעבור אילו ערכים של k הסדרה C עולה. נמקו את תשובתכם.

נסמן ב־S_B את סכום הסדרה B, וב־S_C את סכום הסדרה C.

נתון: $S_C = 12 \cdot S_B$.

ד. מצאו את הערך של k.

3. במדינה גדולה התקיימו בחירות. המצביעים בבחירות אלה יכולים להצביע למפלגה א' או למפלגה ב' בלבד.

נסמן ב־P את ההסתברות שמצביע שנבחר באקראי הצביע למפלגה א' $(0 < P < 1)$.

בוחרים באקראי 3 מצביעים.

נתון כי ההסתברות שבדיוק אחד מהם הצביע למפלגה א' גדולה פי 2 מן ההסתברות ששלושתם הצביעו למפלגה ב'.

א. מצאו את הערך של P.

בוחרים באקראי 4 מצביעים.

ב. ידוע כי ארבעתם הצביעו לאותה המפלגה. מהי ההסתברות שהם הצביעו למפלגה א'?

חלק מן המצביעים הם מבוגרים והשאר צעירים.

נתון כי 49% מן המצביעים המבוגרים הצביעו למפלגה ב' ו־18% מן המצביעים הצעירים הצביעו למפלגה א'.

ג. מהי ההסתברות לבחור באקראי מצביע צעיר אחד מבין כל המצביעים?

לאחר הבחירות נערך סקר טלפוני בקרב המצביעים. דני, אחד הסוקרים, התקשר באקראי למצביעים צעירים בלבד. הוא התקשר אליהם בזה אחר זה והפסיק מייד לאחר שריאיין צעיר אחד שהצביע למפלגה אחת וצעיר נוסף שהצביע למפלגה האחרת.

ד. מהי ההסתברות שדני התקשר ל־5 צעירים בדיוק?

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

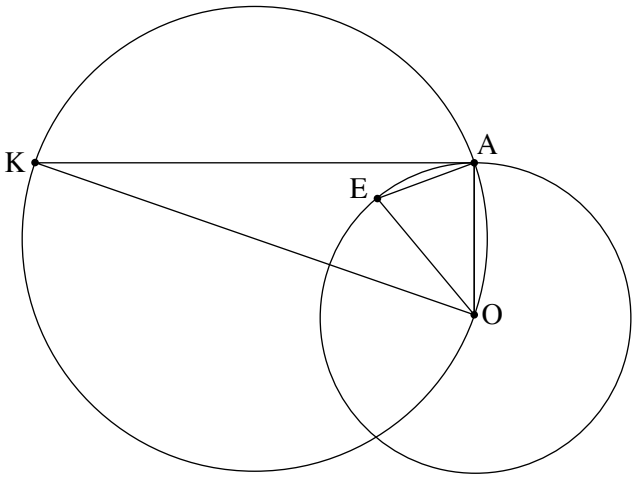
4. בסרטוט שלפניכם מעגל גדול שרדיוסו R ומעגל קטן שמרכזו בנקודה O ורדיוסו r.

הנקודה O נמצאת על המעגל הגדול.

הנקודה A היא אחת מנקודות החיתוך של שני המעגלים, כמתואר בסרטוט.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל הקטן. המשיק חותך את המעגל הגדול בנקודה K.

הנקודה E נמצאת על המעגל הקטן בתוך המשולש KAO.



א. הוכיחו כי $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle KAE$.

המשך הקטע AE חותך את הקטע OK בנקודה M.

נתון כי הנקודה M היא אמצע הקטע OK.

ב. הוכיחו כי הנקודה M היא מרכז המעגל הגדול.

ג. הוכיחו כי $\Delta MOA \sim \Delta OEA$.

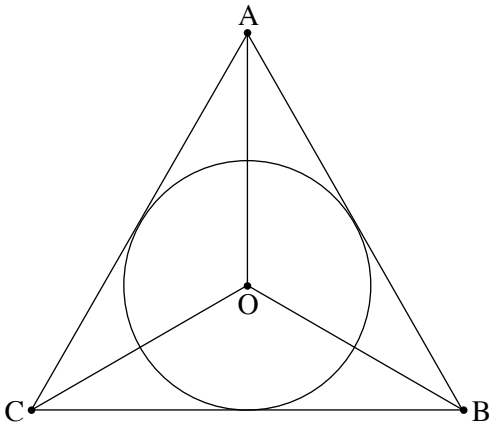
נתון: $R = 1.5r$.

נסמן ב־ S את שטח המשולש MEO.

ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש OKA.

5. במשולש שווה שוקיים ABC $(AC = AB)$ חסום מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו r (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle ACB = 2\alpha$.



א. **(1)** הביעו באמצעות r ו־ α את אורך הקטע CO.

(2) הביעו באמצעות r ו־ α את אורך הצלע AC.

נתון כי אורך הצלע AC גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הקטע CO.

ב. מצאו את הערך של α.

הציבו $\alpha = 30^o$ וענו על הסעיפים ג–ד.

המעגל חותך את הקטע BO בנקודה K.

נתון כי אורך הקטע CK הוא $\sqrt{63}$.

ג. מצאו את הערך של r.

הנקודה E נמצאת על הצלע CB.

נתון כי שטח המשולש CKE הוא 6.

ד. חשבו את אורך הקטע BE.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-a^2}}$, a הוא פרמטר חיובי.

ענו על הסעיפים א–ו. הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

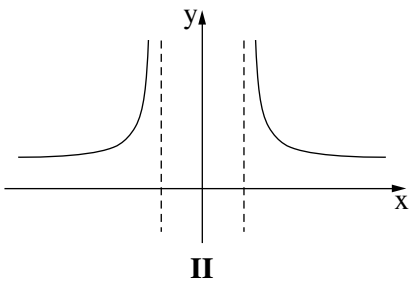
נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{(f(x))^2}$. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. **(1)** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

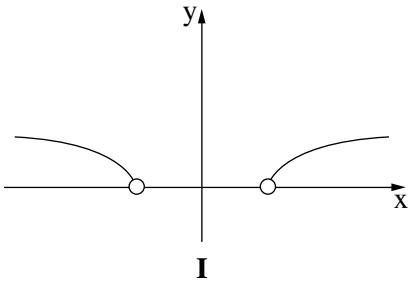
(2) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=2a$ ו־ $x=3a$ הוא 2.5 .

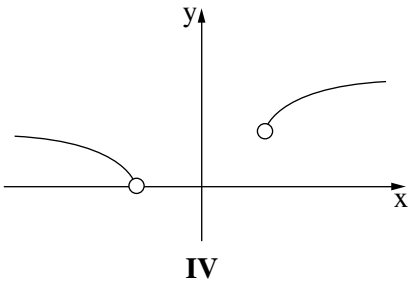
ו. מצאו את הערך של a .



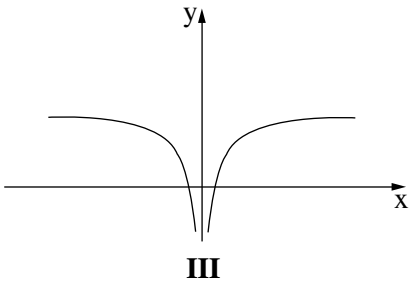
II



I

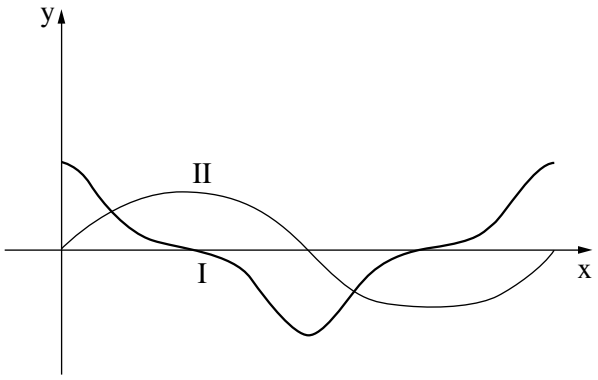


IV



III

7. בסרטוט שלפניכם נתונים שני גרפים, I–II , בתחום $0 \le x \le 2\pi$.



אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$,

ואחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$.

הפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ מוגדרות לכל x בתחום הנתון.

א. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את הפונקציה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.

נתון כי $f(x)=\frac{\sin x}{1+(\sin x)^2}$ מוגדרת בתחום $0 \le x \le 2\pi$.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

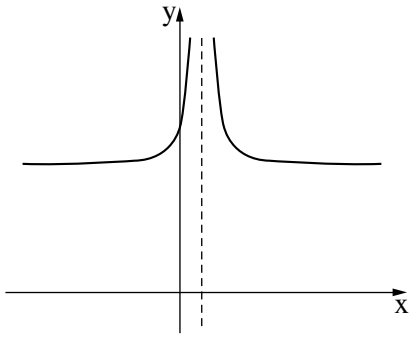
נתונה הפונקציה $g(x)=\left|f(x)-0.4\right|$ המוגדרת בתחום $0 \le x \le 2\pi$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

ד. **(1)** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+6$.



הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \ne 1$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, ושיעור ה־ x שלה הוא 2 .

דרך הנקודה C העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות a את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה־ x בנקודה A ואת הישר $x=1$ בנקודה B .

D היא נקודה ששיעוריה הם $(1\,,\,0)$.

ג. הביעו באמצעות a את שטח המשולש ADB .

ד. מצאו את הערך של a שבעבורו שטח המשולש ADB הוא מינימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

קיץ 2025 מועד א 571

1. פתרון מלא

א. (1.) הוכחה

(2.) $125,576$

ב. (1.) הוכחה

(2.) $\frac{36\sqrt{2}}{7}=7.273$

ג. (1.) גרף I : $f''(x)$

גרף II : $f(x)$

גרף III : $f'(x)$

(2.) 3 נק'

(3.) $S=9$

ד. (1.) $x>0$ או $-1<x<0$

(2.) גרף 3

(3.) $\frac{4}{15}=0.267$

2. פתרון מלא

א. $a_3=\pm 8$

ב. $\frac{1}{4}$

ג. (1.) $\frac{1}{16}$

(2.) $k>0$

ד. $k=15$

3. פתרון מלא

א. $\frac{2}{5}$

ב. $\frac{16}{97}$

ג. $\frac{1}{3}$

ד. 0.08224

4. פתרון מלא

א. הוכחה

ב. הוכחה

ג. הוכחה

ד. 3.65

5. פתרון מלא

א. (1.) $\frac{r}{\sin\alpha}$

(2.) $\frac{r\ \cos\alpha}{\sin\alpha\cos 2\alpha}$

ב. $\alpha=30^\circ$

ג. $r=3$

ד. $BE=2.39$

קיץ מועד א 571 2025

6. פתרון מלא

א. (1.) $x < -a$ או $x > a$

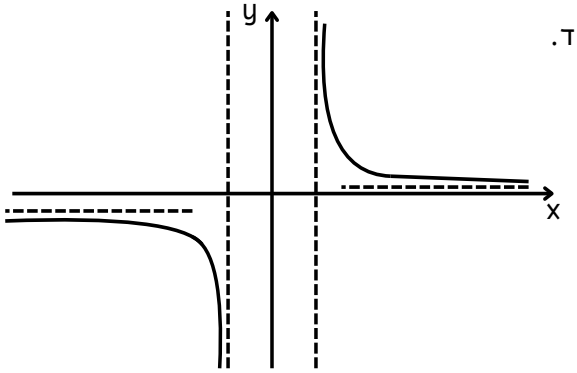
(2.) $y = 1$, $y = -1$, $x = a$, $x = -a$

ב. הוכחה

ג. עלייה: אין.

ירידה: $x < -a$ או $x > a$

ד.



ה. (1.) עלייה: $x > a$

ירידה: $x < -a$

(2.) גרף I

ו. $a = 3$

7. פתרון מלא

א. (1.) גרף $f(x) : II$

גרף $f'(x) : I$

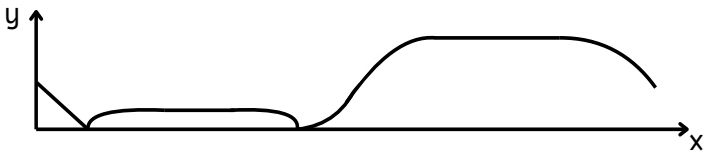
ב. (1.) $(0 , 0)$, $(\pi , 0)$, $(2\pi , 0)$

(2.) $(0 , 0)\min$, $(2\pi , 0)\max$

$\left(\frac{3\pi}{2} , -0.5\right)\min$, $\left(\frac{\pi}{2} , \frac{1}{2}\right)\max$

ג. $\left(\frac{\pi}{6} , 0\right)$, $\left(\frac{5\pi}{6} , 0\right)$

ד. (1.)



(2.) $\left(\frac{3\pi}{2} , 0.9\right)\max$, $\left(\frac{\pi}{6} , 0\right)\min$

$(0 , 0.4)\max$, $(2\pi , 0.4)\min$

$\left(\frac{\pi}{2} , 0.1\right)\max$, $\left(\frac{5\pi}{6} , 0\right)\min$

8. פתרון מלא

א. $x = 1$, $y = 6$

ב. $y = -2ax + 5a + 6$

ג. $S_{ABD} = \frac{(3a+6)^2}{4a}$

ד. $a = 2$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025, **מועד ב**
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
$5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

כ

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

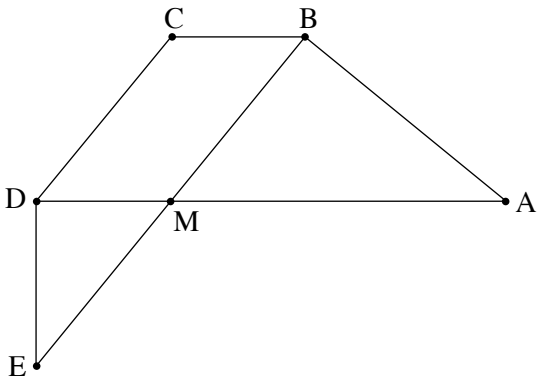
פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. הוכיחו באינדוקצייה מתמטית, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{2}{3}+\frac{6}{9}+\frac{10}{27}+\ldots+\frac{4n-2}{3^n}=2-\frac{2n+2}{3^n}$$

ב. בסרטוט שלפניכם טרפז $ABCD$ $(BC \parallel AD)$
וטרפז $BCDE$ $(CD \parallel BE)$.
הנקודה M היא נקודת החיתוך של הצלעות AD ו־BE.
נתון: $EM = BM$, $ED \perp AD$, $AB \perp BM$.
אורך הקטע AM גדול פי 2.5 מאורך הקטע DM.
נסמן: $\sphericalangle EMD = \alpha$.



(1) מצאו את הערך של α.

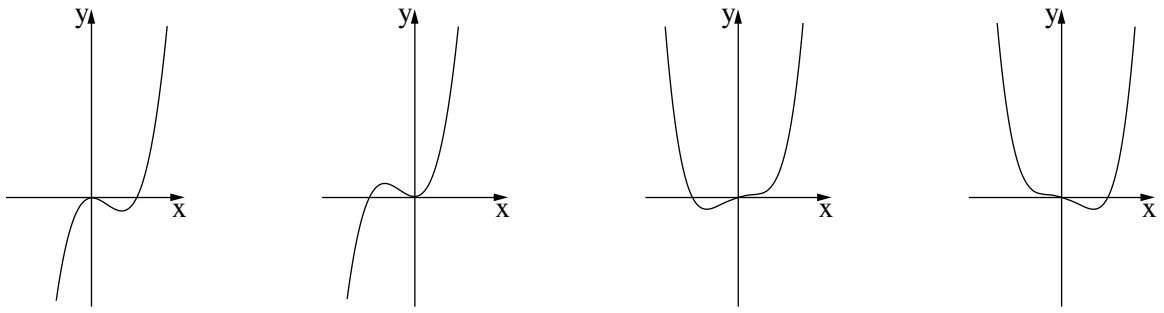
נתון: $DM = 6$.

(2) חשבו את שטח הטרפז $ABCD$.

ג. נתונות הפונקציות $f(x)=x^n(x-1)$ ו־ $g(x)=x^n(x+1)$, המוגדרות לכל x.

n הוא פרמטר טבעי גדול מ־ 1.

כל אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מייצג אחת מן הפונקציות $f(x)$ או $g(x)$ בעבור n זוגי או n אי־זוגי.



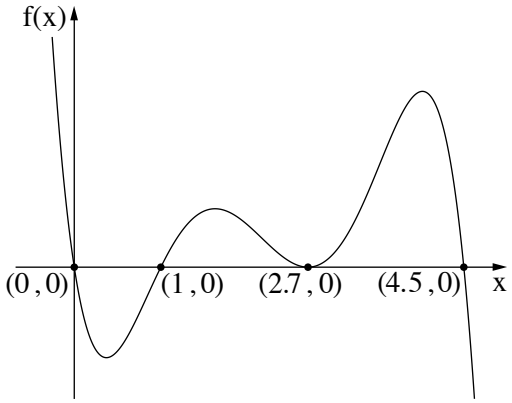
(1) התאימו לכל אחד מן הגרפים I–IV את הפונקצייה, $f(x)$ או $g(x)$, המתאימה לו בעבור n זוגי או n אי־זוגי.

(2) הציבו $n=2$ וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x.

ד. בסרטוט שלפניכם מתוארת הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת לכל x.

בסרטוט מצוינים כל שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

פונקצייה $g(x)$ מוגדרת בתחום $x\geq 0$, ומקיימת $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$.



(1) מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נסמן ב־ S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x בתחום $1\leq x\leq 2.7$.

נתון: $g(2.7)=0$, $g(4.5)=3\cdot S$.

(2) הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x, בתחום $0\leq x\leq 4.5$.

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. a_n היא סדרה הנדסית אין־סופית עולה שמנתה היא q.

$0 < q < 1$.

א. קבעו אם כל איברי הסדרה a_n הם חיוביים או שליליים. נמקו את קביעתכם.

b_n היא סדרה הנדסית אין־סופית וגם מנתה היא q.

c_n היא סדרה אין־סופית המקיימת לכל n טבעי $c_n = 2b_n - a_n$ $(c_n \neq 0)$.

ב. הוכיחו כי הסדרה c_n היא הנדסית, והביעו את מנתה באמצעות q.

נתון כי $c_1 = 6\frac{2}{3}$, וכי סכום איברי הסדרה c_n גדול פי 8 מסכום איברי הסדרה b_n.

ג. מצאו את הערך של a_1.

נתון כי סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה a_n גדול ב־ 4 מסכום האיברים הנמצאים במקומות האי־זוגיים בסדרה a_n.

ד. מצאו את הערך של q.

3. בבית אריזה גדול אורזים שני סוגי פירות בלבד: לימונים ותפוזים.

חלק מן הפירות מיועדים לייצוא והשאר אינם מיועדים לייצוא.

ההסתברות לבחור באקראי שני תפוזים מבין כל הפירות בבית האריזה היא 0.4096.

בוחרים באקראי פרי אחד מבין כל הפירות בבית האריזה.

א. מהי ההסתברות שנבחר לימון?

ההסתברות לבחור באקראי תפוז מבין הפירות שמיועדים לייצוא היא $\frac{3}{5}$.

ההסתברות לבחור באקראי לימון מבין הפירות שאינם מיועדים לייצוא היא $\frac{1}{5}$.

בוחרים באקראי פרי אחד מבין כל הפירות בבית האריזה.

ב. מהי ההסתברות שנבחר פרי המיועד לייצוא?

בוחרים באקראי שני פירות מבין כל הפירות בבית האריזה.

ג. ידוע שנבחרו שני לימונים. מהי ההסתברות שאחד מהם מיועד לייצוא והאחר אינו מיועד לייצוא?

בוחרים באקראי 4 פירות מבין כל הפירות בבית האריזה. ידוע שלפחות אחד מהם מיועד לייצוא.

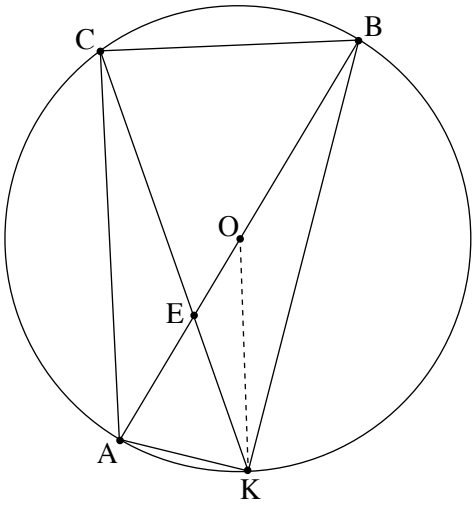
ד. מהי ההסתברות שלכל היותר 3 מבין הפירות שנבחרו מיועדים לייצוא?

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O .

המיתר CK חותך את הרדיוס AO בנקודה E (ראו סרטוט).

נתון: $\sphericalangle EKO = \sphericalangle ABK$.



א. הוכיחו כי $\Delta ACE \sim \Delta OKE$.

המשך הקטע KO חותך את המיתר CB בנקודה P .

נתון כי $PO = 7$, וכי רדיוס המעגל הוא 8.4 .

ב. **(1)** הוכיחו כי PO הוא קטע אמצעים במשולש ABC .

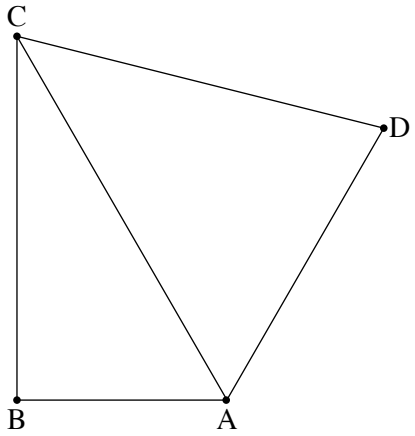
(2) מצאו את אורך הקטע EO .

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ACE ובין שטח המשולש AOK .

5. בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ABC = 90^o$).

על הצלע AC בנו משולש נוסף ACD כך ש־ AC הוא חוצה זווית BAD .

נסמן: $AB = k$, $\sphericalangle CAB = \alpha$.



א. הביעו באמצעות k ו־ α את האורך של AC .

נתון: $AD = 1.5 \cdot k$, $CD = \sqrt{3.25} \cdot k$.

ב. חשבו את הערך של α .

הציבו $\alpha = 60^o$ וענו על סעיפים ג–ד.

הנקודה M היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC .

ג. הביעו באמצעות k את רדיוס המעגל החסום במשולש ABC .

הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC .

נתון: $ME = 4$.

ד. חשבו את הערך של k .

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{2ax}{(x^2-9)^2}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$ שפונקציית הנגזרת שלה היא $g'(x)=f(x)+1$.

תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ושל פונקציית הנגזרת $g'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=-1$.

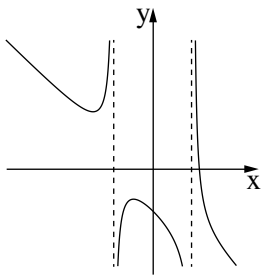
ב. מצאו את הערך של a .

הציבו את הערך של a שמצאתם בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג–ד.

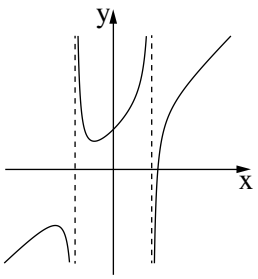
נתון כי הפונקצייה $g(x)$ עוברת בנקודה $(1\,,7)$.

ג. כתבו ביטוי אלגברי אפשרי לפונקצייה $g(x)$.

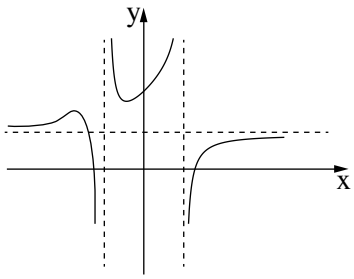
ד. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם הוא גרף אפשרי של הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.



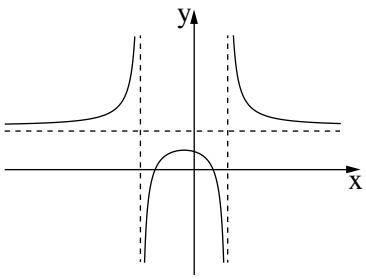
I



II



III



IV

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$, בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה־ x של הפונקצייה $f(x)$.

ב. קבעו אם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית. נמקו את קביעתכם.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

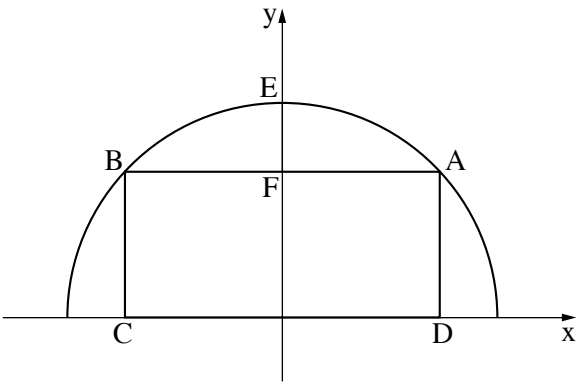
נתונה הפונקצייה $g(x)=2\cos x+\frac{2\sin x}{\sin(2x)}$, בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) הראו כי $g(x)=2\cos x+\frac{1}{\cos x}$, בעבור כל x בתחום הגדרתה.

ו. האם קיים ערך של k שבעבורו הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקצייה $g(x)$ ב־ 3 נקודות בדיוק?
אם כן, מצאו אותו. אם לא, נמקו את תשובתכם.

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\sqrt{R^2-x^2}$,
R הוא פרמטר חיובי.
הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $-R\le x\le R$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.
דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x
וחותך את גרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה נוספת B .
הנקודות C ו־ D נמצאות על ציר ה־ x כך שנוצר מלבן $ABCD$.
הנקודה F היא נקודת החיתוך של הצלע AB עם ציר ה־ y .
הנקודה E היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y .
נתון ריבוע שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע EF .
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .



א. **(1)** הביעו באמצעות R ו־ t את אורך הקטע EF .

(2) הביעו באמצעות R ו־ t את היקף המלבן $ABCD$.

ב. הביעו באמצעות R את הערך של t שבעבורו ההפרש בין היקף המלבן $ABCD$ לבין היקף הריבוע הוא מקסימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

קיץ 2025 מועד ב 571

1. פתרון מלא



א. הוכחה

ב. (1.) $\alpha = 50.77$

(2.) $S_{ABCD} = 99.2$

ג. (1.) גרף $n\,f(x) - I$ אי- זוגי

גרף $n\,g(x) - II$ אי - זוגי

גרף $n\,g(x) - III$ זוגי

גרף $n\,f(x) - IV$ זוגי

(2.) $\frac{1}{12}$

ד. (1.) $x = 0$ מקסימום.

$x = 1$ מינימום.

$x = 4.5$ מקסימום.

(2.) $5S$

2. פתרון מלא



א. איברי הסדרה שליליים

ב. $q_c = q$

ג. $a_1 = -5$

ד. $q = \frac{1}{4}$

3. פתרון מלא



א. 0.36

ב. 0.8

ג. $\frac{16}{81}$

ד. $\frac{23}{39}$

4. פתרון מלא



א. הוכחה

ב.(1.) הוכחה

(2.) 3.15

ג. $\frac{25}{24}$

5. פתרון מלא



א. $\frac{K}{\cos\alpha}$

ב. 60°

ג. $\frac{\sqrt{3K}}{3+\sqrt{3}}$

ד. 7.73

2025 קיץ מועד ב 571

6. פתרון מלא

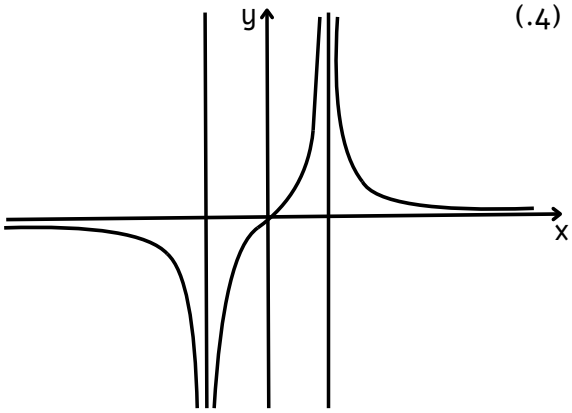
א.(1) $x \neq \pm 3$

(2) $x = \pm 3 \ , \ y = 0$

(3) עליה: $-3 < x < 3$

ירידה: $x > 3$ או $x < -3$

(4)



ב. $a = 32$

ג. $y_{(x)} = \frac{-32}{x^2 - 9} + x + 2$

ד. גרף II

7. פתרון מלא

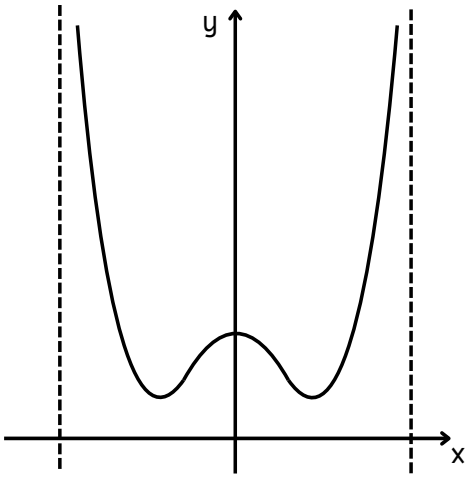
א. (1) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

(2) $x \neq -\frac{\pi}{2} \ , \ x \neq \frac{\pi}{2}$

ב. זוגית.

ג. $\left(-\frac{\pi}{4} \ , \ 2.83\right)\min \ , \ (0 \ , \ 3)\max \ , \ \left(\frac{\pi}{4} \ , \ 2.83\right)\min$

ד.



ה.(1) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \ , \ x \neq 0$

(2) הובחה.

ו. לא.

8. פתרון מלא

א. (1) $R - \sqrt{R^2 - t^2}$

(2) $4t + 2\sqrt{R^2 - t^2}$

ב. $\frac{2}{\sqrt{13}}R$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.

$5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

כא

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

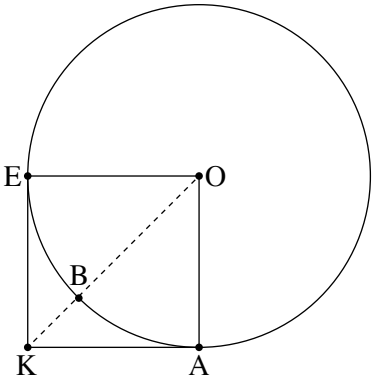
1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

דרך הנקודות A ו־E שעל המעגל העבירו שני משיקים המאונכים זה לזה.

המשיקים נחתכים בנקודה K.

הקטע KO חותך את המעגל בנקודה B.



(1) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש AOB משטח המשולש AKB.

נתון כי שטח המשולש AOB הוא 25.

(2) מצאו את אורך הגובה לצלע AK במשולש AKB.

ב. בתחרות שחמט, שני שחקנים – יאיר ונדב – מתחרים זה נגד זה.

כל משחק יכול להסתיים באחת מ־3 התוצאות האלה: ניצחון של יאיר, ניצחון של נדב או תיקו.

בכל משחק ההסתברות שיאיר ינצח היא קבועה וגדולה פי 2 מן ההסתברות שנדב ינצח.

נסמן ב־p את ההסתברות שנדב ינצח במשחק אחד.

יאיר ונדב משחקים שני משחקים.

(1) הביעו באמצעות p את ההסתברות שאחד מן השחקנים ישיג שני ניצחונות.

ידוע שאם שום שחקן לא השיג שני ניצחונות, ההסתברות שכל אחד מן המשחקים יסתיים בתיקו היא $\frac{1}{55}$.

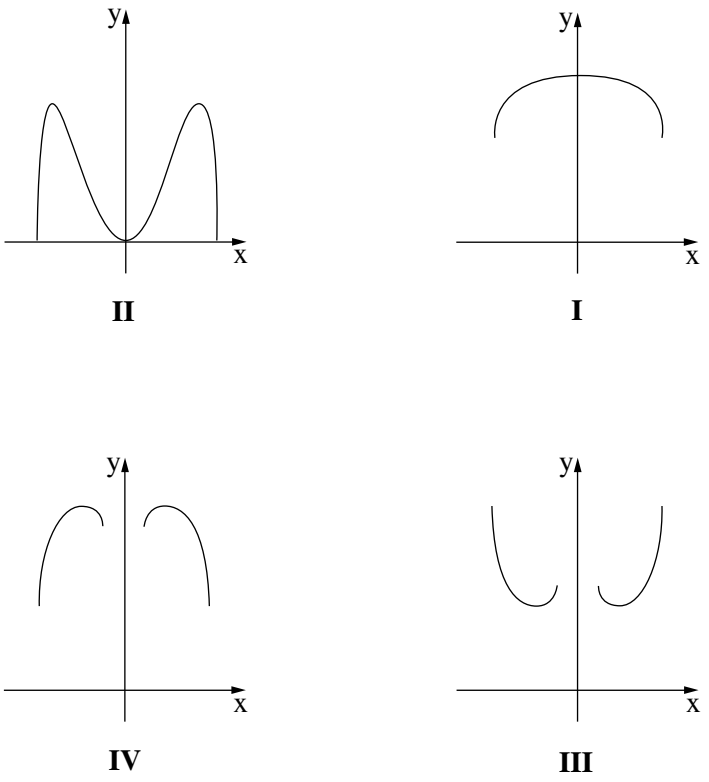
(2) קבעו איזו מן האפשרויות I–III שלפניכם מתאימה לערך של p. נמקו את קביעתכם.

I. $\frac{1}{8}$ **II.** $\frac{9}{25}$ **III.** $\frac{3}{10}$

ג. נתונה הפונקצייה $f(x)=\sqrt{x^2-4}+2\sqrt{64-x^2}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) אחד מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$. קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.



ד. נתונה סדרה אין־סופית שאיבריה מקיימים $a_n=\frac{\cos(\pi\cdot 2^n)}{3\cdot 2^n}$ לכל n טבעי.

(1) מצאו את שלושת האיברים הראשונים בסדרה a_n .

(2) הוכיחו כי הסדרה a_n היא הנדסית, ומצאו את המנה שלה.

(3) מצאו את סכום הסדרה a_n .

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. a_n היא סדרה הנדסית אין־סופית יורדת שסכומה מתכנס.

המנה של הסדרה היא q.

נסמן ב־ T את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי־זוגיים בסדרה,

ונסמן ב־ R את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

נתון: $\frac{T^2}{R^2}=25$.

א. מצאו את הערך של q.

נתונה סדרה b_n שאיבריה מקיימים $b_n=\frac{1+q}{a_n\cdot a_{n+1}}$ לכל n טבעי.

נתון: $b_1=1$.

ב. מצאו את הערך של a_1.

ג. הביעו באמצעות n את b_n.

ד. הוכיחו באינדוקצייה או בכל דרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$b_1+b_2+...+b_n=\frac{25^n-1}{24}$$.

3. בשכבה י"א של תיכון עירוני גדול חלק מן התלמידים הם מדריכים בתנועת נוער והשאר אינם מדריכים.

בשכבה זו לחלק מן התלמידים יש רישיון נהיגה ולשאר אין רישיון נהיגה.

חצי מן התלמידים שיש להם רישיון נהיגה הם מדריכים בתנועת נוער.

אחוז התלמידים המדריכים מבין התלמידים שיש להם רישיון שווה לאחוז התלמידים שאין להם רישיון מבין התלמידים המדריכים.

בוחרים באקראי תלמיד מבין תלמידי השכבה.

ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא מדריך או שיש לו רישיון היא 0.36.

א. מצאו כמה אחוזים מן התלמידים בשכבה זו הם מדריכים.

ב. בוחרים באקראי תלמיד מבין התלמידים שאין להם רישיון.

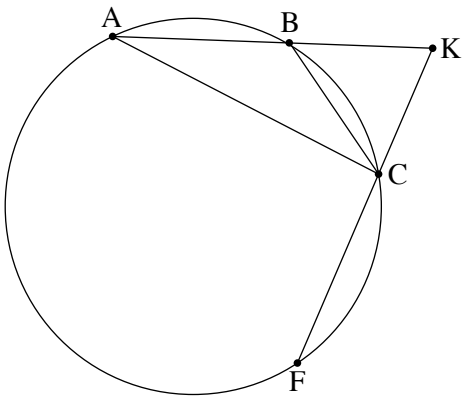
מהי ההסתברות שתלמיד זה הוא מדריך?

בוחרים באקראי 5 תלמידים מבין התלמידים שאין להם רישיון.

ג. **(1)** מהי ההסתברות שנבחר יותר ממדריך אחד?

(2) ידוע שנבחר יותר ממדריך אחד. מהי ההסתברות כי מספר המדריכים שנבחרו הוא זוגי?

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. בסרטוט שלפניכם משולש קהה זווית ABC החסום במעגל.
הנקודה K נמצאת על המשך הצלע AB כך ש־ $AB = BK$.
המשך הקטע KC חותך את המעגל בנקודה נוספת, בנקודה F.
נתון: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BCA$.

א. הוכיחו כי AF הוא קוטר במעגל.

המיתרים BF ו־ AC נחתכים בנקודה D.

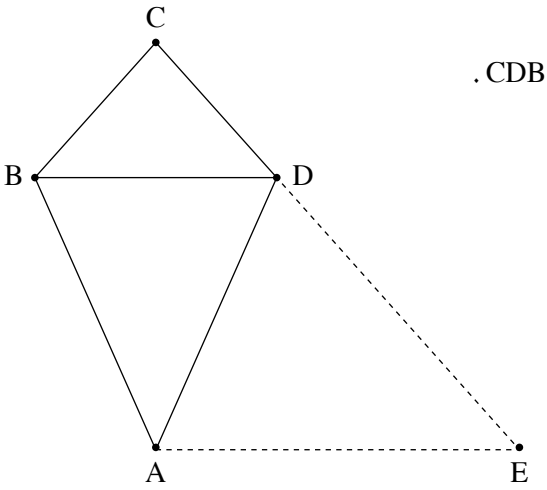
ב. הוכיחו כי המשולש ADK הוא שווה שוקיים.

ג. **(1)** הוכיחו כי המרובע $BDCK$ הוא בר חסימה במעגל.

(2) הוכיחו כי $\sphericalangle DKC = \sphericalangle FAC$.

ד. הוכיחו כי $AC \cdot AD = KC \cdot AF$.

5. בסרטוט שלפניכם דלתון $ABCD$ $(AB = AD\ ,\ CB = CD)$.
נתון: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDB = 2\alpha\ ,\ 0^o < \alpha < 45^o$.
נסמן: $AB = k$.



א. הביעו באמצעות k ו־ α את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD גדול פי $\frac{4}{3}$ מרדיוס המעגל החוסם את המשולש CDB.

ב. מצאו את גודל הזווית BAD.

הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABD.
דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל ל־ BD וחותך את המשך הצלע CD בנקודה E.
נתון כי שטח המשולש AOE הוא 54.

ג. מצאו את הערך של k.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{5x^2-kx}}{x^3}$, k הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות k את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)=-f(x)$.

שיעור ה־ x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $h(x)$ הוא 2.4 .

ב. מצאו את הערך של k .

הציבו $k=12$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג–ו.

ג. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=(f(x))^2$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ־ 3 .

ה. האם ערך הביטוי $\int_a^{a+1}g(x)dx$ שווה, גדול או קטן בהשוואה לערך הביטוי $\int_a^{a+1}f(x)dx$? נמקו את תשובתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=3$ ו־ $x=6$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=(\sin x)^2+\cos x-1$, המוגדרת בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)+b}$, b הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי אסימפטוטות אנכיות.

ד. כתבו שני ערכים אפשריים של b , שאחד מהם חיובי והאחר שלילי.

הציבו בפונקציה $g(x)$ את הערך השלילי של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ה–ו.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

8. נתונה הפונקצייה $f(x) = kx^3 - 3x^2 + 0.5kx$, המוגדרת לכל x .

k הוא פרמטר שונה מ־ 0 .

הנקודה A היא נקודת הפיתול של הפונקצייה $f(x)$.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

נתון כי הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצאו את תחום הערכים האפשרי של k .

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה־ x החותך אותו בנקודה B , ואנך לציר ה־ y החותך אותו בנקודה C .

נתון ריבוע I שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AB , וריבוע II שאורך הצלע שלו שווה לאורך הקטע AC .

ג. מצאו את הערך של k שבעבורו סכום שטחי הריבועים I ו־ II הוא מינימלי (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2026 חורף 571

1. פתרון מלא

א. (1.) פי 2.41

(2.) 2.462

ב. (1.) $5p^2$

(2.) אפשרות III. $\frac{3}{10}$

ג. (1.) $2 \leq x \leq 8$ או $-8 \leq x \leq -2$

(2.) גרף IV

ד. (1.) $a_3 = \frac{1}{24}$, $a_2 = \frac{1}{12}$, $a_1 = \frac{1}{6}$

(2.) $q = \frac{1}{2}$

(3.) $S = \frac{1}{3}$

2. פתרון מלא

א. $q = \frac{1}{5}$

ב. $a_1 = \sqrt{6}$

ג. $b_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{2-2n}$ או $b_n = 5^{2n-2}$

ד. הוכחה

3. פתרון מלא

א. 24%

ב. $\frac{3}{19}$

ג. (1.) 0.179

(2.) 0.845

4. פתרון מלא

א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. (1.) הוכחה.

(2.) הוכחה.

ד. הוכחה.

5. פתרון מלא

א. $\frac{K \sin(\alpha)}{\sin(4\alpha)}$

ב. 48.19°

ג. $k = 12.69$

חורף 571 2026

6. פתרון מלא

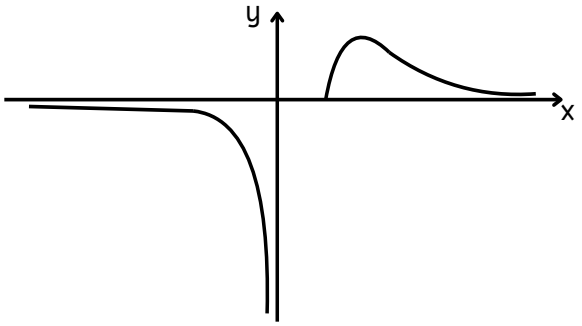
א. $x < 0 \ , \ x \geq \frac{k}{5}$

ב. $k = 12$

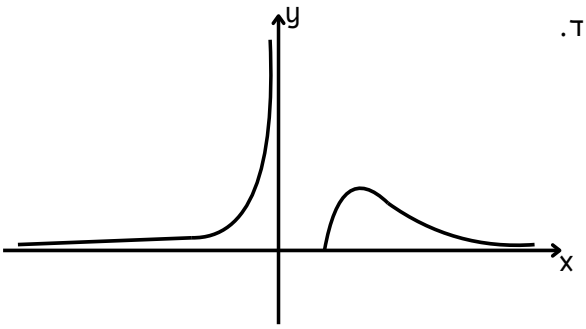
ג. (1) אופקית : $y = 0$, אנכית : $x = 0$

(2) $(2.4 \ , \ 0)\min \ , \ \left(3 \ , \ \frac{1}{9}\right)\max$

(3)



ד.



ה. קטן

ו. $S = \frac{25}{1296} = 0.0193$

7. פתרון מלא

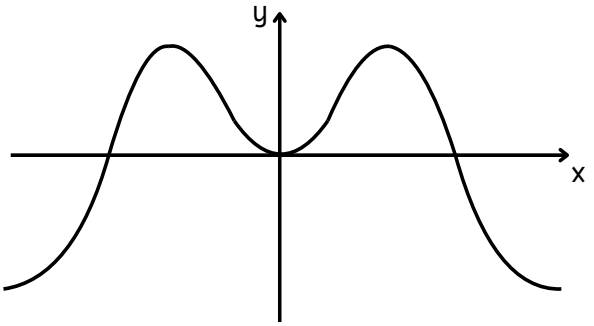
א. הוכחה

ב. (1) $\left(-\frac{\pi}{2} \ , \ 0\right) \ , \ (0 \ , \ 0) \ , \ \left(\frac{\pi}{2} \ , \ 0\right)$

(2) $(-\pi \ , \ -2)\min \ , \ (\pi \ , \ -2)\min \ , \ (0,0)\min$

$\left(-\frac{\pi}{3} \ , \ \frac{1}{4}\right)\max \ , \ \left(\frac{\pi}{3} \ , \ \frac{1}{4}\right)\max$

ג.

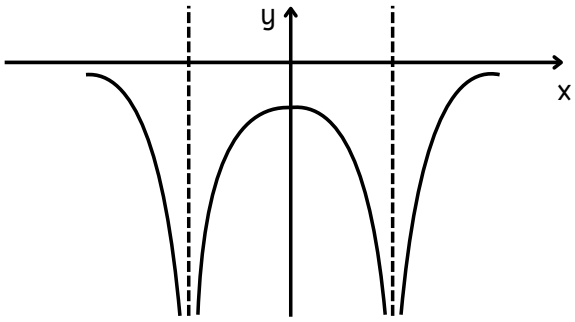


ד. למשל: $b = 1 \ , \ b = -\frac{1}{4}$

ה. (1) $\frac{\pi}{3} < x \leq \pi$ או $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$ או $-\pi \leq x < -\frac{\pi}{3}$

(2) $(\pi \ , -\frac{4}{9})\max \ , \ (0 \ , -4)\max \ , \ \left(-\pi \ , \ -\frac{4}{9}\right)\max$

ו.



8. פתרון מלא

א. $\left(\frac{1}{k}, \frac{1}{2} - \frac{2}{k^2}\right)$

ב. $k > 2$

ג. $k = 2\sqrt{2}$

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ו, 2026
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

פתרון הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.

$5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

כב

(המשך מעבר לדף)

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

א. הוכיחו באינדוקצייה מתמטית, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{1^2}{1\cdot 3}+\frac{2^2}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

ב. ליונתן יש בספרייה שבחדרו ספרים משני סוגים: ספרי קומיקס וספרי עיון.

60% מן הספרים הם ספרי קומיקס והשאר ספרי עיון.

70% מן הספרים הם בעברית והשאר באנגלית.

לפניכם שתי טענות I–II. קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה או לא נכונה, ונמקו את קביעותיכם.

I. ליונתן אין ספרי קומיקס בעברית.

II. ההסתברות לבחור באקראי ספר בעברית מבין ספרי הקומיקס גדולה מן ההסתברות לבחור באקראי ספר קומיקס מבין הספרים שבעברית.

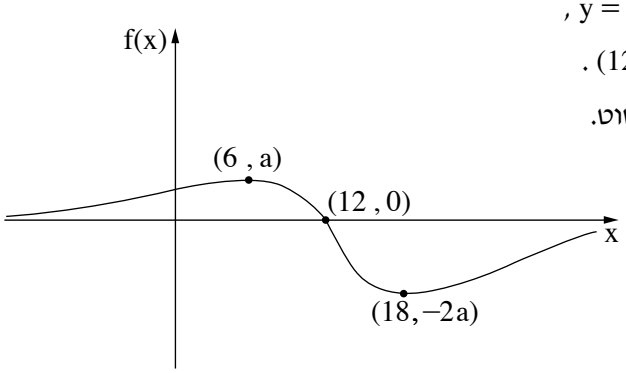
ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$, המוגדרת לכל x.

לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת בלבד, שמשוואתה $y=0$,

ונקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה־x, ששיעוריה הם $(12\ ,\ 0)$.

שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מוצגים בסרטוט.

a הוא פרמטר גדול מ־1.



נתונה הפונקצייה $g(x)=\frac{1}{(f(x))^2}$.

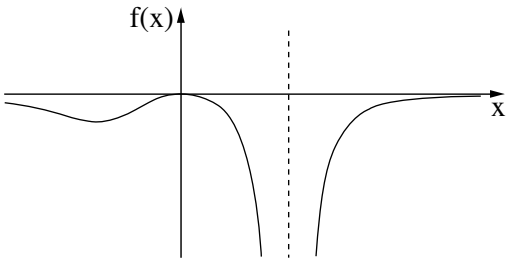
(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון כי לישר $y=\frac{a}{27}$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק 3 נקודות משותפות.

(3) מצאו את הערך של a.

ד. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{-30x^2}{(x^3-8)^2}$,



המוגדרת בתחום $x\neq 2$.

בסרטוט מוצגות כל נקודות הקיצון וכל נקודות החיתוך

עם ציר ה־ x של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x)=f(x)$.

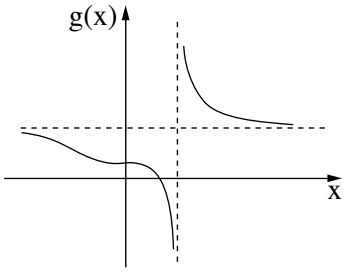
הפונקצייה $g(x)$ מוגדרת בתחום $x\neq 2$.

נתון כי גרף הפונקצייה $g(x)$ עובר דרך הנקודה $(0\ ,\ 0.75)$.

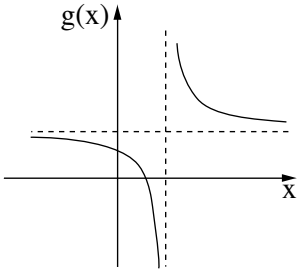
(1) מצאו פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

(2) אחד מן הגרפים $I-IV$ שלפניכם מתאר פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

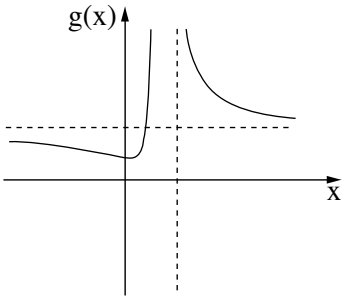
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



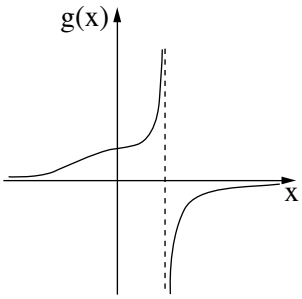
I



II



III



IV

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. a_n היא סדרה הנדסית אין־סופית עולה שמנתה היא q.

b_n היא סדרה הנדסית אין־סופית עולה שמנתה היא $2q$.

c_n היא סדרה אין־סופית שאיבריה מקיימים $c_n = a_n \cdot b_n$ לכל n טבעי.

א. הוכיחו כי הסדרה c_n היא הנדסית, והביעו באמצעות q את מנתה.

נתון: $c_2 = \frac{1}{8} \cdot (a_1)^2$, $a_1 = b_1$.

ב. מצאו את הערך של q.

ג. **(1)** האם הערך של a_1 הוא חיובי או שלילי? נמקו את תשובתכם.

(2) האם הסדרה c_n עולה או יורדת? נמקו את תשובתכם.

נסמן ב־ S_1 את סכום הסדרה a_n, ב־ S_2 את סכום הסדרה b_n וב־ S_3 את סכום הסדרה c_n.

נתון: $S_1 + S_2 + S_3 = 434$.

ד. מצאו את הערך של a_1.

3. בשק א' ובשק ב' יש כדורים משני סוגים: כדורים רכים וכדורים קשים.

בשק א' יש 10 כדורים, מתוכם 4 כדורים רכים והשאר קשים.

בשק ב' יש 12 כדורים, מתוכם x כדורים רכים והשאר קשים.

גלית בוחרת באקראי שק ומוציאה ממנו באקראי כדור אחד. לאחר מכן היא מחזירה את הכדור לַשק ומוציאה באקראי כדור שני מאותו השק (הוצאה עם החזרה).

נתון כי ההסתברות שגלית הוציאה שני כדורים רכים היא $\frac{41}{200}$.

א. מצאו את הערך של x.

ב. ידוע שגלית הוציאה שני כדורים מאותו הסוג. מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים מִשק א'?

גלית מבצעת את התהליך המתואר לפניכם 4 פעמים:

היא בוחרת באקראי שק ומוציאה ממנו באקראי כדור אחד. לאחר מכן היא מחזירה את הכדור לַשק ומוציאה באקראי כדור שני מאותו השק (הוצאה עם החזרה).

ג. מהי ההסתברות שגלית הוציאה בדיוק בשתיים מן הפעמים רק כדורים קשים?

ד. מהי ההסתברות שגלית הוציאה בשתיים מן הפעמים רק כדורים קשים ובשתיים מן הפעמים רק כדורים רכים?

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור

4. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

AB הוא קוטר במעגל.

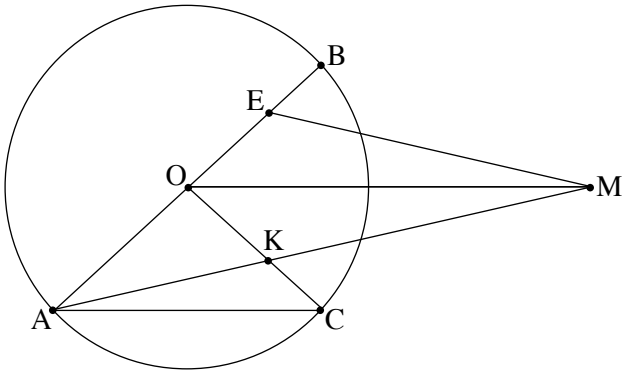
הנקודה C נמצאת על המעגל.

הנקודה M נמצאת מחוץ למעגל

כך שהקטע AM חותך את הקטע CO בנקודה K.

הנקודה E נמצאת על הקטע BO כך שהמרובע $EMKO$

הוא דלתון $(MK = ME\ ,\ OK = OE)$.



א. הוכיחו כי $BC \parallel EK$.

ב. הוכיחו כי $OM \parallel AC$.

נתון: $\frac{BC}{EK} = \frac{5}{3}$.

ג. מצאו את הערך של $\frac{OM}{AC}$.

נסמן ב־ S את שטח הדלתון $EMKO$.

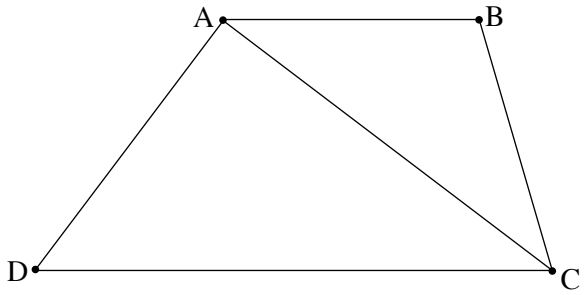
ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש AOC.

5. בסרטוט שלפניכם טרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$.

נתון כי אורך הבסיס AB שווה לאורך הצלע BC.

נסמן: $AB = BC = k\ ,\ \sphericalangle ACB = \alpha\ ,\ 0^o < \alpha < 90^o$.

א. הראו כי $AC = 2k \cdot \cos\alpha$.



נתון: $AD = 1.2k\ ,\ DC = 2k$.

ב. מצאו את הערך של α.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

המשכי הצלעות DA ו־ CB נחתכים בנקודה E.

נתון כי האורך של רדיוס המעגל <u>החסום</u> במשולש EDC הוא 14.

ד. מצאו את הערך של k.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{ax}{(x-3)^2}$, המוגדרת בתחום $x\neq 3$.

a הוא פרמטר חיובי.

א. ענו על התת־סעיפים (1)–(2). הביעו את תשובותיכם באמצעות a, אם יש צורך.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+0.5$, המוגדרת בתחום $x\neq 3$.

נתון כי לגרף הפונקציה $g(x)$ יש בדיוק נקודה אחת משותפת עם ציר ה־x.

ג. מצאו את הערך של a.

הציבו בפונקציה $g(x)$ את הערך של a שמצאתם, וענו על סעיף ד.

נתונה הפונקציה $h(x)=g(x)\cdot g'(x)$, המוגדרת בתחום $x\neq 3$.

ד. **(1)** רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $h(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$ ועל ידי ציר ה־x בתחום $-9\le x\le 0$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=(1+\cos x)\cdot(-1+b\cos x)$, המוגדרת בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

b הוא פרמטר.

נתון: $0<b<1$.

א. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=\frac{\pi}{3}$.

ג. מצאו את הערך של b.

הציבו $b=\frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד–ה.

ד. **(1)** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

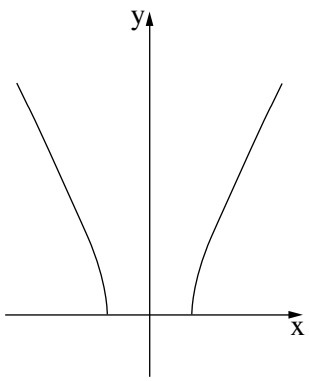
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x)=f(x)+|f(x)|$, המוגדרת בתחום $-\pi\le x\le\pi$.

נקודה A היא נקודה כלשהי הנמצאת על גרף הפונקציה $h(x)$.

ה. האם שיעור ה־y של נקודה A הוא חיובי, שלילי, שווה אפס או שאי אפשר לקבוע? נמקו את תשובתכם.

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=2\sqrt{x^2-1}$.



נתון הישר $y=3x-3$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי שתי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הישר הנתון.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום שבין שתי הנקודות שמצאתם בסעיף ב.

דרך הנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר המקביל לציר ה־ y וחותך את הישר הנתון בנקודה B.

ישר המקביל לציר ה־ x וחותך את הישר הנתון בנקודה C.

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A.

ג. **(1)** הביעו באמצעות t את אורך הקטע AB.

(2) הביעו באמצעות t את אורך הקטע AC.

ד. מצאו את הערך של t שבעבורו סכום אורכי הקטעים AB ו־ AC הוא מקסימלי.

בהצלחה
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

קיץ מועד א 571 2026

1. פתרון מלא

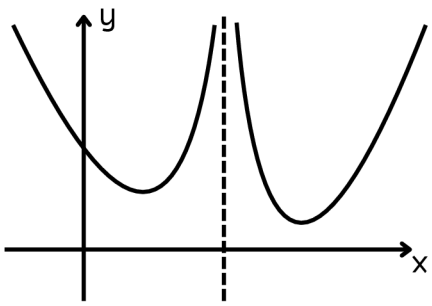
א. הובחה

ב. I לא נכונה

II נכונה

ג. (1) $x \neq 12$

(2)



(3) $a = 3$

ד. (1) $g(x) = \frac{10}{x^3 - 8} + 2$

(2) גרף I

2. פתרון מלא

א. $\frac{c_{n+1}}{c_n} = 2q^2$

ב. $q = \frac{1}{4}$

ג. (1) a_1 שלילי

(2) c_n יורדת

ד. $a_1 = -21$

3. פתרון מלא

א. $x = 6$

ב. $\frac{26}{51}$

ג. 0.2696

ד. 0.023456

4. פתרון מלא

א. הובחה

ב. הובחה

ג. $\frac{OM}{AC} = \frac{3}{2}$

ד. $\frac{5}{9}S$

5. פתרון מלא

א. הובחה

ב. $a = 36.87°$

ג. $\angle KDC = 53.13°$

ד. $K = 23.33$

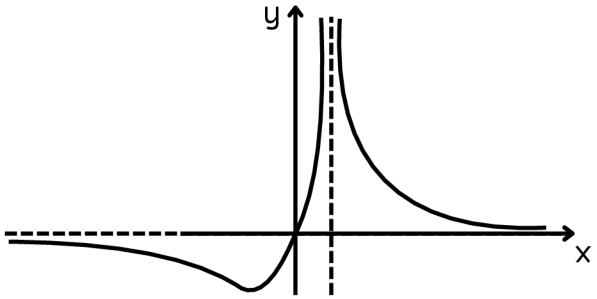
2026 קיץ מועד א 571

6. פתרון מלא

א. (1) $y=0, x=3$

(2) $\left(-3,-\frac{a}{12}\right)min$

ב.



ג. $a=6$

ד. (1) חיוביות $-3<x<3$

שליליות $x<-3, x>3$

(2) $S=\frac{17}{128}$

7. פתרון מלא

א. הפונקציה זוגית

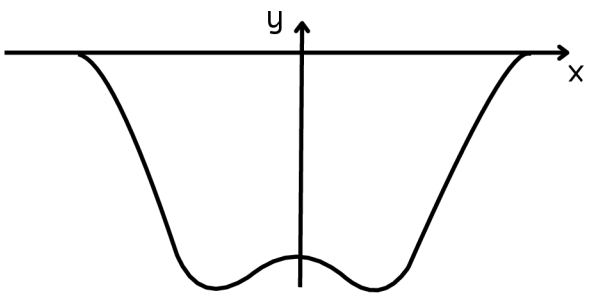
ב. $(-\pi,0),(\pi,0)$

ג. $b=\frac{1}{2}$

ד. (1) $(0,-1)max, \left(-\frac{\pi}{3},-1.125\right)min, \left(\frac{\pi}{3},-1.125\right)min$

$(-\pi,0)max, (\pi,0)max$

(2)



ה. $h(x)=0$ בעבור כל x בתחום

8. פתרון מלא

א. $x\leqslant -1$ או $1\leqslant x$

ב. $(2.6,4.8),(1,0)$

ג. (1) $AB=2\sqrt{t^2-1}-3t+3$

(2) $AC=\frac{2\sqrt{t^2-1}}{3}+1-t$

ד. $\frac{3\sqrt{5}}{5}=1.3416$

מדינת ישראל
משרד החינוך

פתרון הבגרות

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ו, 2026, **מועד ב**
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ועשרים דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – שאלות קצרות
פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – לכל שאלה 22 נקודות.
סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

כג

(המשך מעבר לדף)

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – שאלות קצרות

1. ענו על שניים מארבעת הסעיפים א–ד שלפניכם. אם תענו על יותר משני סעיפים, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתכם.

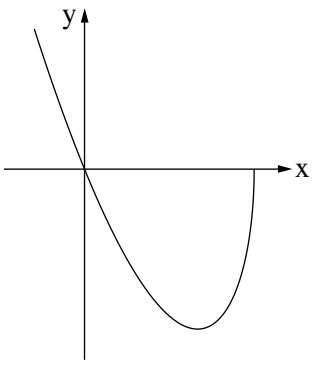
א. נתון כי השוויון $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{b}$ מתקיים בעבור $n=2$.

b הוא פרמטר שונה מ־0.

(1) מצאו את הערך של b.

(2) הציבו $b=4$ והוכיחו באינדוקציה מתמטית, או בכל דרך אחרת, כי השוויון הנתון מתקיים לכל n טבעי.

ב. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x\le 6$.



אחד מן הביטויים I–IV שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

I. $f(x)=x\sqrt{6-x}$

II. $f(x)=-x\sqrt{6-x}$

III. $f(x)=x\sqrt{x-6}$

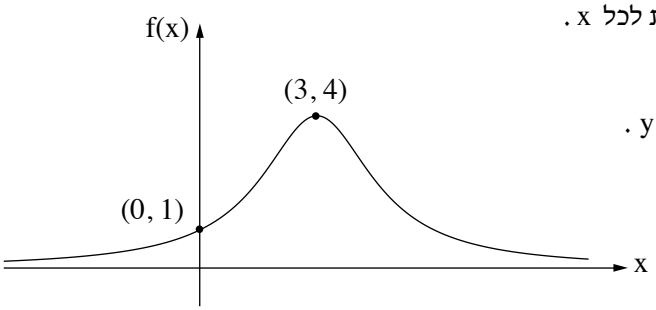
IV. $f(x)=-x\sqrt{x-6}$

(1) קבעו איזה מן הביטויים מייצג את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה $g(x)=(f(x))^2$ המוגדרת בתחום $x\le 6$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־x.

ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x.



לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד

ואסימפטוטה אופקית אחת בלבד שמשוואתה היא $y=0$.

שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$

ושיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם ציר ה־y מוצגים בסרטוט.

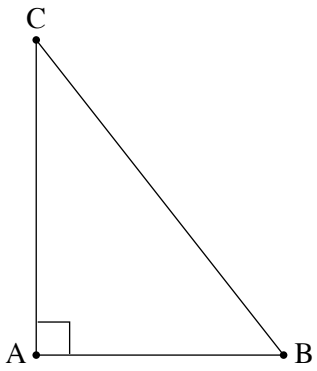
נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)-2}$.

(1) כמה אסימפטוטות המאונכות לציר ה־x יש לפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה־y של הפונקציה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle CAB = 90^o)$.



נתון כי אורכי צלעות המשולש הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית.

האיבר הראשון בסדרה שווה לאורך הצלע AB .

נתון: $AB = 1$.

(1) האם ייתכן שהאיבר השני בסדרה שווה לאורך הצלע BC ? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את אורך הצלע BC (בתשובתכם תוכלו להשאיר שורש).

פרק שני – אינדוקצייה, סדרות והסתברות

2. a_n היא סדרה הנדסית אין־סופית יורדת שכל איבריה חיוביים ומנתה היא q.

א. לפניכם שלוש טענות I–III. קבעו איזו מן הטענות נכונה ונמקו את קביעתכם.

I. $-1 < q < 0$

II. $0 < q < 1$

III. $1 < q$

b_n היא סדרה אין־סופית שאיבריה מקיימים $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ לכל n טבעי.

ב. הוכיחו כי הסדרה b_n היא הנדסית ומנתה היא q.

נתון כי סכום הסדרה b_n גדול פי 1.96 מסכום הסדרה a_n.

ג. מצאו את הערך של q.

c_n היא סדרה שאיבריה מקיימים $c_n = \frac{b_n}{4 \cdot a_n}$ לכל n טבעי.

נתון כי סכום k האיברים הראשונים בסדרה הוא 34.79.

ד. **(1)** הוכיחו כי הסדרה c_n היא קבועה.

(2) מצאו את הערך של k.

החליפו את הסימן של כל אחד מן האיברים שנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה c_n.

ה. מצאו את סכום k האיברים הראשונים בסדרה c_n לאחר החלפת הסימנים. נמקו את תשובתכם.

3. כדי להתקבל לעבודה בחברה מסוימת על המועמדים לעבור שלושה שלבי קבלה זה אחר זה: מבחן א', מבחן ב' וריאיון אישי.

רק מועמד שעובר את מבחן א' ניגש למבחן ב', ורק מועמד שעובר את מבחן ב' ניגש לריאיון.

מועמד שעובר את כל שלושת השלבים מתקבל לעבודה.

ההסתברות שמועמד יעבור את מבחן א' היא p $(0 < p < 1)$.

ההסתברות שמועמד שעבר את מבחן א' יעבור את מבחן ב' גדולה פי 2 מן ההסתברות שמועמד יעבור את מבחן א'.

ההסתברות שמועמד יתקבל לעבודה גדולה פי 3 מן ההסתברות שמועמד יעבור את שני המבחנים ולא יעבור את הריאיון.

א. מצאו את ההסתברות שמועמד שעבר את שני המבחנים יעבור את הריאיון.

94% מן המועמדים לא מתקבלים לעבודה.

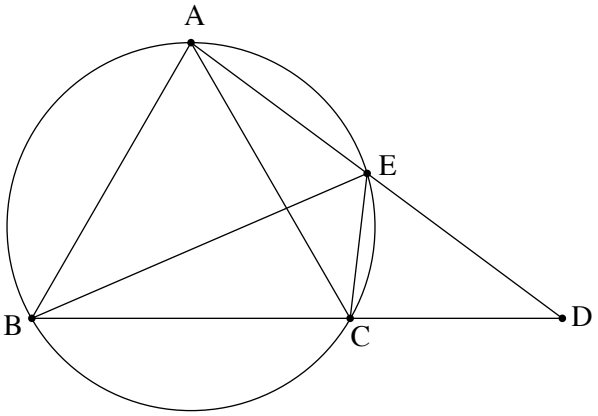
ב. מצאו את הערך של p.

ג. ידוע כי מועמד לא התקבל לעבודה. מהי ההסתברות שמועמד זה עבר את מבחן א'?

מבין כל המועמדים שלא התקבלו לעבודה בוחרים באקראי 5 מועמדים.

ד. מהי ההסתברות שלפחות שניים מהם עברו את מבחן א'?

פרק שלישי – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל.

הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC, כמתואר בסרטוט.

הקטע AD חותך את המעגל בנקודה E.

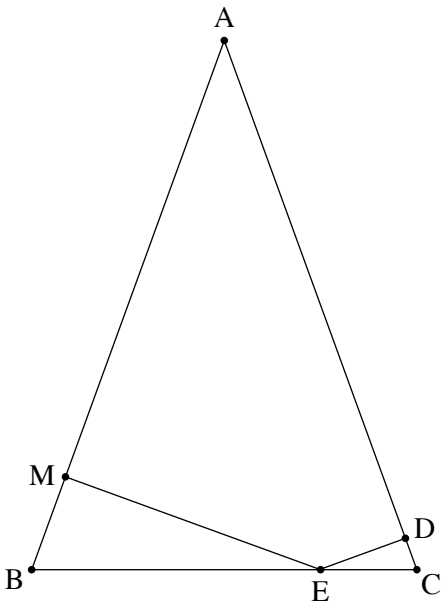
א. הוכיחו: $\sphericalangle AEB = \sphericalangle BEC = \sphericalangle CED = 60^o$.

ב. הוכיחו: $\triangle AEB \sim \triangle CED$.

ג. הוכיחו: $\frac{AE}{CE} = \frac{BC}{CD}$.

נתון כי שטח המשולש AEB גדול פי 2.25 משטח המשולש CED.

ד. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABD משטח המשולש CED.



5. בסרטוט שלפניכם משולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$.

הנקודה E נמצאת על הבסיס BC כך ש־ $BE = 3 \cdot EC$.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש־ ED מאונך ל־ AC.

הנקודה M נמצאת על הצלע AB כך ש־ EM מאונך ל־ AB.

נסמן: $EC = k$, $\sphericalangle ABC = \alpha$, $30^o < \alpha < 90^o$.

א. הביעו באמצעות k ו־ α את אורכי הקטעים DE ו־ ME.

נתון כי סכום שטחי המשולשים CED ו־ BEM הוא $1.6k^2$.

ב. מצאו את הערך של α.

נתון כי אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED הוא 29.

ג. מצאו את הערך של k.

פרק רביעי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{6(x-1)^2}{x^2+a}$.

a הוא פרמטר חיובי.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתון כי שיעור ה־ y של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 7.5.

ג. מצאו את הערך של a.

בעבור הערך של a שמצאתם ענו על הסעיפים ד–ה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x)=\frac{-f'(x)}{(f(x))^2}$.

ה. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־ x בתחום $-a\le x\le 0$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=(\sin x)^2\cdot\cos(2x)$, המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\sqrt{a\cdot f'(x)}$.

a הוא פרמטר שלילי.

ד. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד בתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

8. בסרטוט שלפניכם מתוארים גרף הפונקצייה $f(x)=(4x-2)^3$ והישר $y=3x+b$.

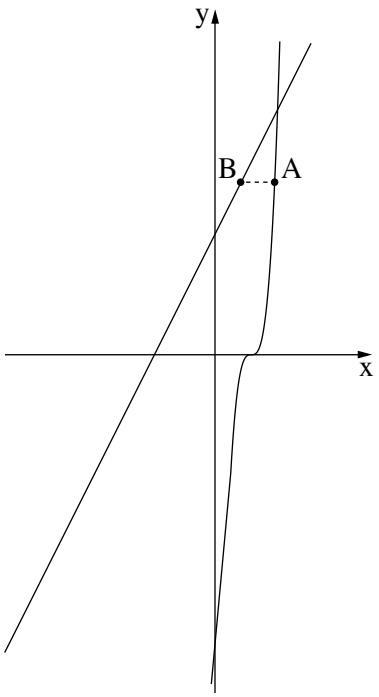
b הוא פרמטר חיובי.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ כך ששיעור ה־ x שלה קטן משיעור ה־ x של נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הישר הנתון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהקטע AB מקביל לציר ה־ x.

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A.

נתון: $0 \le t \le 0.7$.



א. הביעו באמצעות b ו־ t את שיעור ה־ x של הנקודה B.

ב. **(1)** מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

בהצלחה
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

2026 קיץ מועד ב 571

1. פתרון מלא

א. (1.) $b=4$

(2.) הוכחה

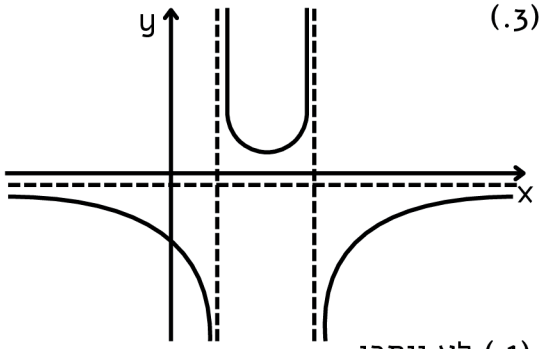
ב. (1.) II

(2.) 108

ג. (1.) 2

(2.) $y=-\frac{1}{2}$

(3.)



ד. (1.) לא ייתכן

(2.) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618$

2. פתרון מלא

א. טענה II

ב. הוכחה

ג. $q=0.6$

ד. (1.) הוכחה

(2.) $k=71$

ה. $S_h=0.49$

3. פתרון מלא

א. 0.75

ב. $p=0.2$

ג. $\frac{7}{47}$

ד. 0.1628

4. פתרון מלא

א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

ד. 4.75

5. פתרון מלא

א. $ME=3k\sin(\alpha)$

$DE=k\sin(\alpha)$

ב. $\alpha=70.105^\circ$

ג. $k=10.33$

2026 קיץ מועד ב 571

6. פתרון מלא

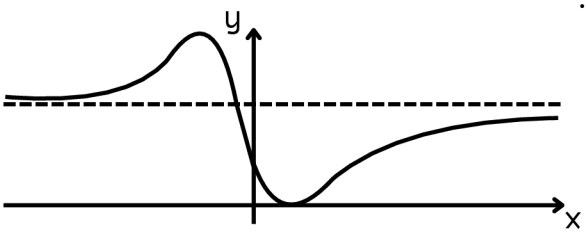
א. (1.) בל x

(2.) $y=6$

ב. $(1\ ,\ 0)\min\ ,\ \left(-a\ ,\ \frac{6\,(a+1)}{a}\right)\max$

ג. $a=4$

ד.



ה. (1.) $x\neq 1$

(2.) חיוביות: $-4<x<1$

שליליות: $x<-4\ ,\ x>1$

(3.) $S=\frac{8}{15}$

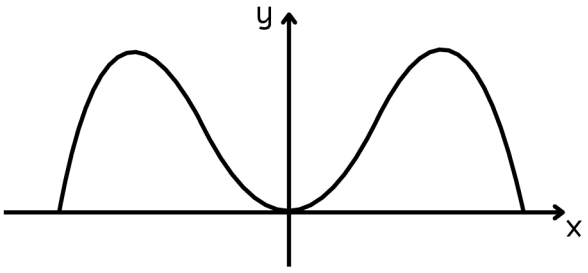
7. פתרון מלא

א. זוגית

ב. $(0\ ,\ 0)\min,\ \left(\frac{\pi}{4}\ ,\ 0\right)\min\ ,\ \left(-\frac{\pi}{4}\ ,\ 0\right)\min$

$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{1}{8}\right)\max\ ,\ \left(\frac{\pi}{6}\ ,\frac{1}{8}\right)\max$

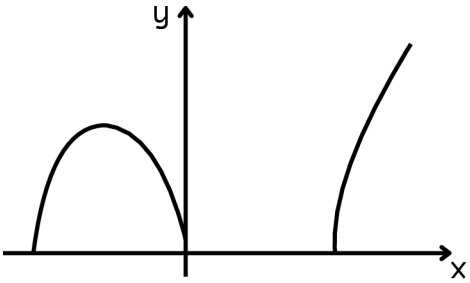
ג.



ד. (1.) $-\frac{\pi}{6}\le x\le 0$ או $\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{4}$

(2.) $\left(-\frac{\pi}{6}\ ,\ 0\right)\ ,\ (0\ ,\ 0)\ ,\ \left(\frac{\pi}{6}\ ,\ 0\right)$

ה.



8. פתרון מלא

א. $x_3=\frac{(4t-2)^3-b}{3}$

ב. (1.) $t=\frac{3}{8}$

(2.) $t=0$

נוסחאון מתמטיקה

5 יחידות לימוד

תוכנית חדשה

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

משוואה ריבועית: $(a \neq 0)\ ax^2 + bx + c = 0$ השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

סדרות:

	סדרה חשבונית	סדרה הנדסית
כלל נסיגה:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
איבר n-י:	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
סכום:	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad q \neq 1$ סכום סדרה אין־סופית שסכומה מתכנס: $S = \frac{a_1}{1-q}$

חזקות: $(b \neq 0\ ,\ a \neq 0)$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
	$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}\ ,\ a > 0$	$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

לוגריתמים (לפי אילוצי תחום ההגדרה):

$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a x$	$a^{\log_a x} = x$	$\log_a(a^b) = b$
$\log_c x = \frac{\log_a x}{\log_a c}$	$\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$	$\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$

גדילה ודעיכה: הכמות לאחר t יחידות זמן: $f(t) = f(0) \cdot q^t$ כאשר q מקדם הגדילה / הדעיכה

הסתברות

הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל־ k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר ההסתברות להצלחה היא p:

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

טריגונומטרייה וגאומטרייה

זהויות:

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ | $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha$ | $\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$

$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$ | $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$ | $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$ | $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ | $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ | $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם את המשולש)

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין הצלעות a ו- b)

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין הצלעות b ו- c)

$S = \frac{a^2 \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma}{2 \cdot \sin(\beta+\gamma)}$ (β ו- γ זוויות ליד הצלע a)

שטח עיגול: $S = \pi \cdot R^2$ **היקף מעגל:** $P = 2\pi \cdot R$ (R – רדיוס)

אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha \cdot R$ **שטח גִזרה** של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2}\alpha \cdot R^2$ (R – רדיוס)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$(x^t)' = t \cdot x^{t-1}$ (t ממשי)	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\sin x)' = \cos x$
	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

נגזרת של <u>מכפלת</u> פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של <u>מנת</u> פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקצייה <u>מורכבת</u>: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

$f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית) ו-

אינטגרלים:

$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1$ ממשי, $t)$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$	$\int e^x dx = e^x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ell n a} + C$	$\int \frac{1}{x} dx = \ell n \lvert x \rvert + C$

אם $F(x)$ היא פונקצייה קדומה של הפונקצייה $f(x)$ אז: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C \quad (m \neq 0)$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

גאומטרייה אנליטית

קו ישר:

השיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2): $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2)$

משוואת ישר ששיפועו m, העובר בנקודה (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו הם $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$: $\left(\frac{\ell x_1 + k x_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + k y_2}{k + \ell}\right)$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

המרחק d בין הנקודה (x_0, y_0) ובין הישר $Ax + By + C = 0$: $d = \frac{\lvert Ax_0 + By_0 + C \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

המרחק d בין הישרים המקבילים $Ax + By + C_1 = 0$ ו- $Ax + By + C_2 = 0$: $d = \frac{\lvert C_1 - C_2 \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

מעגל:

משוואת המשיק למעגל $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) על המעגל: $(x_0 - a)\cdot(x - a) + (y_0 - b)\cdot(y - b) = R^2$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

מדריך של פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$: $x = -\frac{p}{2}$

מוקד של פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$: $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

	משוואה	מרחק המוקד מהראשית	
אליפסה	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	
היפרבולה	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	משוואות האסימפטוטות של היפרבולה: $y = \pm \frac{b}{a}x$

מספרים מרוכבים

מכפלה בהצגה קוטבית של המספרים המרוכבים $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ ו־ $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

משפט דה־מואבר: $[R(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

פתרונות המשוואה $z^n = R(\cos\varphi + i\sin\varphi)$:

$$z_k = \sqrt[n]{R}\left[\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)\right]$$

$k = 0, 1, 2, ..., n-1$

גופים במרחב

מנסרה וגליל:	נפח:	$V = S \cdot h$	(S – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)
פירמידה וחרוט:	נפח:	$V = \frac{S \cdot h}{3}$	(S – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)
חרוט ישר:	שטח מעטפת:	$M = \pi R\ell$	(R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)
כדור:	נפח:	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	(R – רדיוס הכדור)
	שטח הפנים:	$M = 4\pi R^2$	(R – רדיוס הכדור)

וקטורים

אורך של וקטור $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$:

$$|\underline{u}| = \sqrt{\underline{u} \cdot \underline{u}} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

מכפלה סקלרית של שני וקטורים $\underline{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ו־ $\underline{v} = (v_1, v_2, v_3)$:

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$$

המכפלה הסקלרית כאשר α היא הזווית בין הווקטורים $\underline{u}$ ו־ $\underline{v}$:

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos\alpha$$

המרחק של נקודה $P(x_1, y_1, z_1)$ ממישור $ax + by + cz + d = 0$:

$$\frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c \cdot z_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

המרחק בין מישורים מקבילים $ax + by + cz + d_1 = 0$ ו־ $ax + by + cz + d_2 = 0$:

$$\frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

הזווית β בין הישר $\underline{x} = \underline{v} + t \cdot \underline{u}$ למישור $ax + by + cz + d = 0$ כאשר $\underline{n} = (a, b, c)$:

$$\sin\beta = \frac{|\underline{n} \cdot \underline{u}|}{|\underline{n}| \cdot |\underline{u}|}$$

הזווית α בין המישורים $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ כאשר $\underline{n_1} = (a_1, b_1, c_1)$

$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ כאשר $\underline{n_2} = (a_2, b_2, c_2)$:

$$\cos\alpha = \frac{|\underline{n_1} \cdot \underline{n_2}|}{|\underline{n_1}| \cdot |\underline{n_2}|}$$